교사용 지도서

중 학 교

수학 ①



㈜지학사

머 리 말

현대 과학 문명은 미처 예상하지 못한 분야까지 급속도로 발전하고 있으며, 그 발전의 중심에는 언제나 수학이 자리해 왔습니다. 이러한 상황 가운데 수학 교육의 중요성은 더욱 부각되고 있습니다. 하지만 수학은 일반적으로 어려운 교과로 인식되기 때문에 하고자 하는 의욕이 있음에도 효율적인 학습이 이루어지지 않는 경향이 많습니다. 그 이유는 여러 가지가 있지만 다음과 같이 두 가지로 요약할 수 있습니다.

첫째, 방법론의 문제입니다. 수학은 어느 교과보다도 체계적이고 논리적이기 때문에 단계적인 학습을 통하여 단원 상호 간의 연계적 이해가 이루어져야 합니다. 또한 수학은 누적적인 학문입니다. 오늘날의 수학은 오래전부터 발견되고 발전해 온 수학을 기초로 이루어져 있으므로 이를 무시하면 수학 학습은 마치 사상누각이 되는 것입니다. 따라서 수학은 반드시 기초부터 시작해야 하고, 이를 바탕으로 체계적이고 논리적으로 확장해 나가야 합니다. 그러나 수학을 학습하는 데 이와 같은 수학의 특징을 중요하지 않게 여기는 경향이 있습니다.

둘째, 응용력의 문제입니다. 이미 언급했듯이 수학은 논리적인 전개를 바탕으로 합니다. 그러므로 체계적인 이해를 전제로 하지 않은 단순한 암기와 기계적인 응용은 심도 있는 수학 학습에 한계를 불러옵니다. 즉, 어떠한 문제가 주어졌을 때, 문제의 성격과 해결 과정에 대한 철저한 사고 없이 문제 유형과 공식을 대응하여 해결하려는 식의 요령은 오히려 다양한 문제에 적용하는 데 한계를 가져오고 수학 학습을 보다 어렵게 느끼게 합니다.

본 교사용 지도서는 위와 같은 점들을 고려하여 단원 간의 연계와 원리의 이해 및 적용에 중점을 두고 편찬하였습니다. 그리고 선생님께서 학생들에게 수학을 지도할 때, 학생들이 보다 흥미와 관심을 가지고 쉽게 이해할 수 있도록 교과서 체계에 맞추어 구성하였습니다. 아울러 교과서의 활용에 도움이 되는 사항들을 함께 수록하였으며, 구체적인 활용 방법은 따로 설명하였습니다.

교육 현장에 계신 선생님께서 본 교사용 지도서를 효율적으로 사용하여 보다 알찬 수학 교육의 결실을 거두기 바랍니다.

지은이 씀

구성과 특징

총론 교사들의 전문성 신장에 도움을 줄 수 있는 내용들을 엄선하여 수학 교육의 필요성 및 목적, 2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정의 이해, 수학 교과서의 개발 동향, 수학적 문제 해결, 수학과 평가의 특징 및 방법, 좋은 수업의 의미, 수학과 수업 평가 등을 설명하였습니다.

수학 교육의 필요성 수학 교육의 필요성과 목적을 제시함으로써 교사가 수학을 가르쳐야 하는 당위성에 대하여 인식하고 학생들을 지도할 수 있도록 하였습니다.

교과서와의 연계 본 교사용 지도서와 연계된 교과서의 편찬 방향과 구성, 특징을 제시함으로써 교과서의 흐름을 파악하고 수업에 활용할 수 있도록 하였습니다. 또 연간 지도 계획안을 표로 제시하여 학습 지도 계획 수립 시 도움이 되도록 하였습니다.

2009 개정 교육과정 2009 개정 교육과정의 기본 방향과 그에 따른 수학과 교육과정의 특징, 학년별 내용 변화, 내용 체계를 제시함으로써 2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정을 이해하고 수업에 적용할 수 있도록 하였습니다.

수학 교육의 동향 최근 수학 교육의 큰 흐름인 구성주의 수학 교육관, 문제 해결의 조류, 수학과 평가의 동향을 설명하고 이에 따른 교과서의 개발 방향과 수업 운영 방안 등에 대하여 제시함으로써 실제 수업에 의미 있게 적용할 수 있도록 하였습니다.

각론 단원별 지도에 참고할 수 있는 수준별 교수 · 학습 과정안, 수준별 학습지, 교과서 내용의 해설과 문제 풀이 및 교과서 내용 지도 시 유용한 자료들을 제시하였습니다.

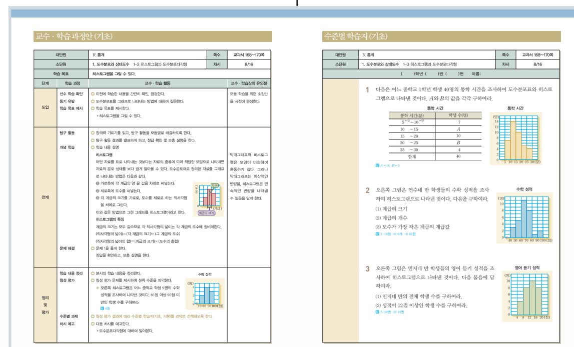
단원의 차시별 지도 계획 단원 전체를 지도하는 데 있어서의 총 시간 수, 지도 내용, 교육과정에 명시된 용어와 기호 등을 쉽게 알아볼 수 있도록 표로 정리하였습니다.

단원의 이론적 배경 단원의 내용 중에서 특히 교사에게 필요한 이론적 배경과 이론이 발전되어 온 수학사적 배경을 설명하였습니다.



단원을 시작하기 전에 단원의 시작에 앞서 이 단원에서 학습하게 될 중심 내용을 간략하게 요약정리하였습니다. 그리고 학생들에게 단원의 중심 내용을 이해시킬 수 있도록 여러 가지 예를 제시하였습니다.



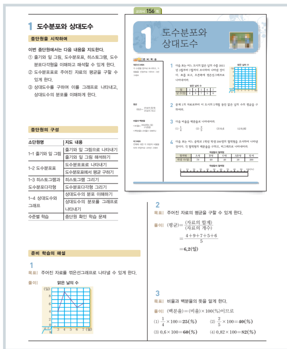


단원의 지도 목표 대단원의 지도 목표를 조목별로 중요 사항만 간단하게 설명하였습니다.

교수 · 학습상의 유의점 대단원의 지도에 있어서 특별히 유의해야 할 사항을 설명하였습니다.

교수 · 학습의 계열 단원과 관련하여 선수 학습과 후속 학습의 연계성을 제시하였습니다.

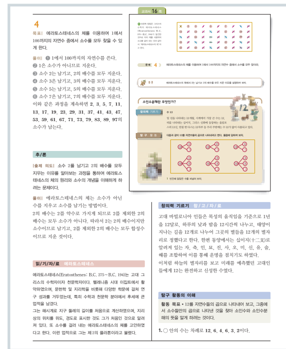
교수 · 학습 과정안(수준별)과 수준별 학습지 한 차시에 해당하는 수준별 교수 · 학습 과정안과 수준별 학습지를 예로 제시하여 학생들의 수준에 맞게 수준별 수업을 진행하는 데 도움이 될 수 있도록 하였습니다.



중단원을 시작하며 중단원에서 학생들에게 지도할 내용을 일목요연하게 정리하였습니다.

중단원의 구성 중단원의 소단원명과 각 소단원의 지도 내용을 제시하였습니다.

준비 학습의 해설 준비 학습 문제에 관한 지도 목표 및 문제의 풀이를 제시하였습니다.



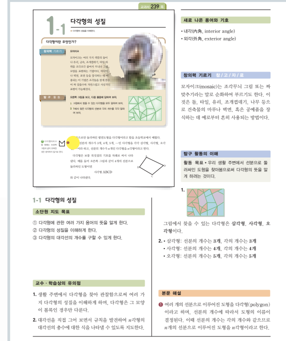
창의력 기르기 참고 자료 스토리텔링을 활용하여 학습 내용에 대한 학생들의 흥미를 유발할 수 있도록 관련 내용에 대한 충분한 설명을 제시하였습니다.

탐구 활동의 이해 탐구 활동의 목표와 자세한 풀이를 제시하였습니다.

소단원 지도 목표 소단원별로 세부적이고 구체적인 지도 목표를 자세히 제시하였습니다.

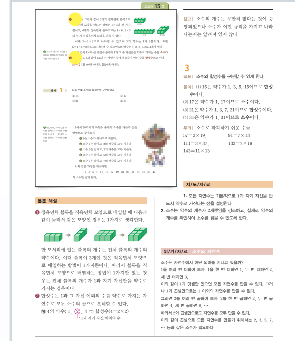
교수 · 학습상의 유의점 소단원의 지도에 있어서 특별히 유의해야 할 사항을 정리하여 제시하였습니다.

새로 나온 용어와 기호 소단원에서 새로 배우게 될 용어와 기호를 제시하였습니다.



본문 해설 교과서에 제시된 학습 내용을 해설하였습니다. 공식이나 중요한 내용은 강조하고, 보다 자세한 설명을 덧붙였습니다.

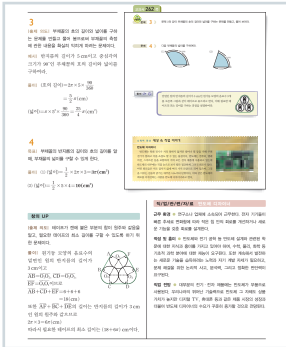
지도 자료 내용 지도 시 보충 설명이나 기호에 대한 설명이 필요할 때, 도움이 될 수 있도록 지도 자료를 제시하였습니다.



읽기 자료 교과서의 본문 내용과 관련된 수학사, 기호의 유래, 생활 속 수학 등 각종 읽기 자료를 제시하여 수업 시간에 학생들의 흥미를 유발하는 데 도움이 될 수 있도록 하였습니다.

문제의 해설 교과서 본문에 있는 모든 문제의 출제 의도 및 지도 목표, 자세한 풀이를 제시하였습니다.

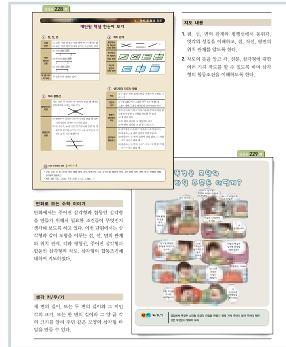
직업 관련 자료 교과서의 수학이 만난 세상 속 직업 이야기와 관련된 자료를 제시하여 학생들의 진로 지도에 도움이 될 수 있도록 하였습니다.



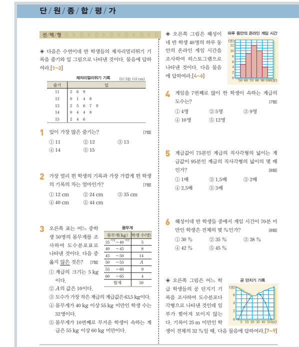
지도 내용 단원에서 지도한 내용을 간략히 정리하였습니다.

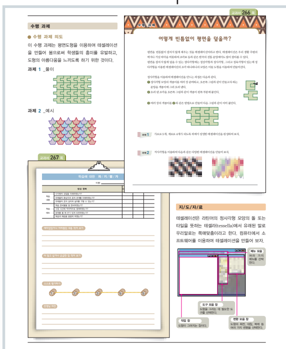
만화로 보는 수학 이야기 만화로 보는 수학 이야기의 내용과 단원의 관련성에 대하여 설명하였습니다.

생각 키우기 만화와 관련하여 열린 반응을 요구하는 문제인 생각 키우기의 예시 답안을 제시하였습니다.

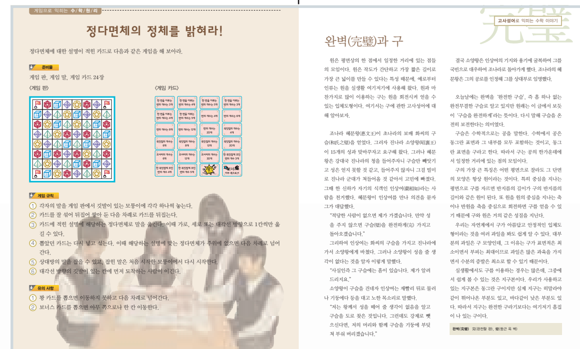


단원 종합 평가 단원의 이해도를 측정하기 위하여 단원 끝에 평가 문제를 추가로 제시하였습니다. 또 그 결과를 반영하여 학생들의 수준에 맞는 지도를 할 수 있도록 수준별 문제를 제시하였습니다.





수행 과제 수행 과제의 출제 의도와 예시 답안을 제시하였습니다.



게임으로 익히는 수학 원리 학생들이 학습한 내용을 활용하여 게임을 할 수 있도록 관련 자료를 제시하고, 재미있는 게임을 통하여 수학 내용을 폭넓게 이해할 수 있도록 하였습니다.

고사성어로 익히는 수학 이야기 단원과 관련된 수학 내용을 다시 한 번 상기시키기 위하여 흥미로운 고사성어와 함께 수학 이야기를 제시하였습니다.

차 례

총론

각론

교사용 지도 자료

총론

Ⅰ. 수학 교육의 필요성 및 목적

수학 교육은 한마디로 21세기 자유 민주주의 체제하의 정보 산업 사회를 살아갈 학생들에게 수학적 소양과 수학적 힘을 기르기 위해서 필요하다(NCTM, 1989). 전미수학교사협의회(NCTM)는 수학의 학습 목표로 수학의 가치를 알고, 수학을 하는 자신의 능력을 확신하며, 수학적으로 문제를 해결할 수 있으며, 수학적으로 의사소통할 수 있고, 수학적으로 추론할 수 있어야 한다는 것을 들고, 초·중등 수학 교육을 통해 일관되게 이러한 목표를 달성하기 위한 다양한 경험을 학생들에게 제시할 것을 요구하고 있다(1989, 2000).

또한 우리나라의 수학과 교육과정에서는 기본적인 개념, 원리, 법칙을 이해하고, 사물의 현상을 수학적으로 관찰하여 해석하는 능력을 기르며, 실생활의 여러 가지 문제를 논리적으로 사고하고 합리적으로 해결하는 능력과 태도를 기르도록 설정하고 있다. 그리고 수량 관계나 도형에 관한 수학적 개념의 이해, 논리적인 사고력, 합리적인 문제 해결 능력과 태도는 과학을 비롯한 대부분 교과들의 성공적인 학습을 위해 필요하므로 수학은 다른 교과의 효율적인 학습에 기초가 되는 교과라고 기술하고 있다(교육과학기술부, 2011).

이러한 수학 교육의 필요성은 수학 교육의 목적과도 연계되어 있다. 그러나 운전 교습이나 수영 등과 같이 본인의 필요에 의하여 배우는 경우와는 달리, 학교 교육은 강제성을 띨 뿐만 아니라 그 교육 목적이 다분히 추상적이기 때문에 모든 사람들의 공감대를 형성하기는 쉽지 않다. 그럼에도 어떤 이유에서든 학교에서 수학 교육이 필요하다는 의견에 반대할 사람은 거의 없을 것이다. 이는 그리스 시대 이래로 이천 년 동안 수학이 어떤 식으로든 지도되어 왔다는 것에서 알 수 있으며, 현재의 수학 교육을 개선하기 위한 연구는 많지만 수학 교육의 필요성을 근본적으로 부정하는 연구는 없다는 사실에서도 입증된다.

일반적으로 수학 교육 관련 전문가들은 수학 교육의 목적으로 정신 도야성, 실용성, 문화적 가치 및 심미성을 강조하고, 이러한 목적들을 학생들이 실감할 수 있도록 학교 수학 교육의 목표, 내용 및 방법 등을 정선하는 일이 중요하다고 지적한다.

01 정신 도야성

수학은 수학을 학습하는 학생들에게 논리적으로 추론하는 정신적 능력을 배양하는, 이른바 정신력 도야의 소재가 되며, 이러한 수학적 추론 과정은 정신적 능력의 훈련에 적합한 몇몇 요인들을 포함하고 있다(강완 외, 1998).

■ 엄밀성

수학적 활동에서 사고의 정확성, 엄밀성은 수학의 아름다움과 그 기능을 구성하는 필수적 요소이다. 수학적 활동을 통하여 학생들은 일반적 사고에도 수학적 엄밀성을 적용할 수 있게 되며, 결과적으로 이를 자신의 사고 활동의 한 성향으로 동화시킬 수 있게 된다.

■ 간결성

수학에서 사용되는 정의를 비롯하여 수학적 성질이나 사실, 원리, 정리 등은 모두 최소한의 언어로 최대한의 의미를 표현하려는 수단이다. 수학 학습을 통하여 훈련된 간결한 표현 능력은 자신의 생각이나 의도를 간단명료하게 표현하고 이해하는 데 또는 이해시키는 데 도움을 준다.

■ 논리성

수학적 활동에서 논리 정연한 추론 과정은 필수적 요소이며, 이에 대한 객관적 검증의 과정 등은 모두 일반적 문제 상황에서도 요구되는 것이다. 이는 수학적 추론 훈련을 통하여 얻을 수 있는 주요 정신 능력이다.

■ 일반성

수학적 아이디어나 개념은 추상화 과정을 거쳐 일반화됨으로써 그 적용 범위가 확대된다. 주어진 특정 상황을 분석하고, 그 결과를 추상화시켜 유사한 다른 상황에 적용하고자 하는 일반화 능력 역시 수학 학습을 통해 훈련될 수 있는 주요 정신 능력이다.

지금까지 언급한 바를 토대로 하면 수학은 엄밀성, 논리성, 합리성 등의 고등 정신 능력을 많이 사용하고 있는 교과목이라고 할 수 있다. 예를 들어 수학 교육에서 다루어지는 증명 과정, 문제 해결의 진행 단계를 통해서 학생들은 어떤 주장이나 이론의 근거를 분명히 하는 논리적인 엄밀성을 습득하게 되고, 이러한 논리적인 태도는 일상생활에서 자신이 어떤 주장이나 의견을 내세울 때나 어떤 일을 추진하기 위해 상대방을 이해시킬 때 절대적으로 필요한 요소이다. 더 나아가 이러한 태도나 능력은 실제의 문제 상황을 해결해 가는 과정에서 그 문제를 명확히 파악하여 합리적인 결과를 가져올 수 있게 하는 중요한 요소가 된다.

02 실용성

흔히 고등학교에서 배우는 정도의 수학조차도 일상생활에서 쓰이지 않는다고 한다. 예컨대 미적분은커녕 제곱근이나 인수분해 등과 같이 학교 교육에서 중요시되어 왔던 계산조차 좀처럼 쓸 일이 생기지 않는다고 한다. 따라서 일상생활에서 중학교 이상에서 다뤄진 수학 내용을 직접적으로 손쉽게 활용할 수 있는 실례가 그다지 많지 않으며, 여전히 수학을 실제로 필요로 하는 경우는 예전과 크게 다를 바 없이 특정 소수인을 위한 것이라고 여겨진다. 그러나 이처럼 '실용성'의 의미를 대중을 위한 학교 밖의 주변에서의 실용성으로 한정한다면, 비단 수학 교과뿐만 아니라 다른 교과에서도 학교 교육의 목적이 무의미해질 수밖에 없다. 가령 수학 교과의 지식을 통해 계산을 하고, 사회 교과의 지식을 통해 지도를 보고, 가정 교과의 지식을 통해 꽃밭 가꾸기를 하는 것에만 그 실용성의 의의를 둔다면, 학교 교육의 존재 가치 여부는 더 이상 논의될 필요가 없을 것이다. 따라서 물건을 사고 난 후의 거스름돈의 계산과 같은 간단한 문제 상황뿐만 아니라 어떤 상품을 구입하기 위해 여러 자료를 조사하고 가격을 비교하며 구매 조건 등을 분석하여 최선의 선택을 하는 과정까지도 실용성의 범주에 포함시켜야 할 것이다.

또한 학생들이 어린 시절부터 문학이나 과학 등에 소질을 보일 수도 있으나 현실적으로 초·중등 시절에는 장래의 직업에 대하여 아직 명확하다고 볼 수 없으므로, 장래의 직업 선택에 도움이 될 수 있도록 여러 방향의 가능성을 열어 놓은 상태의 교육이 필요함도 간과할 수는 없다. 이와 같은 의미에서 수학 교과의 학습은 더 의미 있고 필요한 것이라고 하겠다.

03 문화적 가치 및 심미성

학교에서 다뤄지는 수학은 학생들로 하여금 수학의 매력과 위력을 알게 함으로써 수학의 문화적 가치 및 심미성을 느끼고 표현할 수 있게 하며, 단지 필요에 의하여 개발하는 기술이나 도구에 비하여 한 차원 높은 사고를 경험하게 한다. 주어진 공간과 조건에 맞도록 대칭성과 반복을 활용하여 수학적인 균형과 완성미를 추구한 문화 유물에는 극소수의 전문가만이 느낄 수 있는 아름다움이 아니라 대다수 학생들도 충분히 느낄 수 있는 아름다움

이 들어 있으며, 매우 간단한 수학적 원리를 활용하여 흥미진진한 게임을 하는 예에서도 그 심미적 가치를 쉽게 찾을 수 있다. 또한 수학의 아름다움이나 매력은 미적분의 기본 정리에서부터 신라 시대의 술병에 이르기까지 다양한 대상과 수준에서 발견될 수 있다. 이와 같은 풍부한 자료와 유연한 해석을 통하여 문화적 가치, 수학 고유의 심미성을 적절한 수준에서 확인하는 경험은 고등학교를 떠남과 동시에 수학과 멀어지는 대부분의 학생들에게 반드시 필요하다.

수학 교육에서 놓치지 말아야 하는 것은 모든 건전한 시민을 위한 공통적으로 기본적이면서도 필수적인 수학 내용이 무엇인가를 분명히 하는 것이다. 따라서 수학 교육은 모든 학생들에게 꼭 필요한 내용이 무엇인지 명확히 정할 필요가 있으며 그것이 다양한 상황과 측면에 적용되면서 철저히 그리고 깊이 있게 이해되도록 돕는 것이 필요할 것이다. 궁극적으로 교육의 목적은 학생의 잠재력을 계발하고, 건전한 사회인으로서의 역할을 수행하도록 돕는 데 있다. 다른 교과 교육이 그러하듯이 수학도 현대 사회와 미래 사회를 살아갈 건전한 시민으로서 그 사회를 지탱하는 문명적, 문화적 기저 중에서 수학을 기반으로 하는 것에 대하여 수학적으로 이해하는 눈을 기르기 위해 배우는 것이다.

결국 수학을 가르쳐야 하는 이유는 수학의 내용이 인간과 환경에 관한 각종 현상을 보는 안목과 수단을 제공해 주기 때문이다. 수학적 안목의 고양이라는 것은 수학의 실용성과도 연결될 수 있지만 그보다는 경제 · 사회 · 문화 등 제 분야에 녹아 있는 수학적 현상이나 원리 · 모델 등을 파악하여 이들 분야를 더욱 깊이 있고 창의적인 방법으로 이해할 수 있도록 하는 것을 의미한다. 또한 수학은 어떤 문제를 여러 가지 수학적 방법으로 해결하게 함으로써 문제 해결의 지혜를 기르고, 한 현상에 담긴 수학적 질서를 이해하기 위해 배우며, 사물의 법칙과 질서에 대한 수학적 이해력을 기르기 위해 배운다고도 할 수 있다. 즉, 조각상의 무게중심, 물건 구매, 유전자의 배열, 황금 비율, 투자에 따른 수익률, 건축, 디지털의 세계, 자동차의 속도와 회전 등 일상생활의 다양한 모습들을 수학적으로 이해하기 위해서 수학을 배우는 것이다(황혜정 외, 2012).

II. 2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정의 이해

2009년 12월 23일에 교육과정 총론이 발표됨에 따라 2011년 8월 9일, 2009 개정 교육과정에 따른 '수학과 교육과정'이 최종 확정 및 공표되었다. 이 교육과정은 2013년부터 현장에 적용되고 있으며, 이에 대한 개정 배경 및 방향, 창의성 강조를 위한 수학적 과정(mathematical process)의 반영, 교육과정 문서의 구성 및 체제, 학교급별 주요 내용 변화에 대해 간략히 살펴보면 다음과 같다.

01 개정의 기본 방향

새로운 수학과 교육과정에서는 우선적으로 2009 개정 교육과정 총론의 취지에 부합하고 기존 수학과 교육과정의 문제점을 극복할 수 있는 새로운 교육과정의 성격, 목표, 내용 등을 개발하는 데 주력하였다. 특히 미래 사회에서 요구되는 핵심 역량의 주요 요소인 창의 중심의 교육과정 운영 및 교과용 도서 구현이 가능하도록 이에 따른 교육 목표와 내용을 개발하는 데에 초점을 두었으며, 다음의 항목을 구현하고자 하는 것이 새로운 교육과정의 주요 개발 방향이다.

가. 수학 교과 내용의 양 20 % 경감

2009 개정 교육과정 총론의 '교육과정 편성 · 운영 지침'의 주요 변화 내용 중 2007 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정 대비 2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정에서의 내용 20 % 경감의 배경이 될 수 있는 근거는 학교의 특성, 학생 · 교사 · 학부모의 요구 및 필요에 따라 학교가 자율적으로 교과(군)별 20 % 범위 내에서 시수를 증감하여 운영할 수 있는 데 있다(교육과학기술부, 2009). 2009 개정 교육과정 총론에서는 각 교과별로 교육과정의 성취 기준을 개발할 경우 학습량이 증가하여 교육 내용의 적정화를 저해할 우려가 있음을 염두에 두고, 교과별 교육과정 개발 시 현행 교육과정 대비 20 %의 내용이 경감되어야 함을 적극 주장하였다(박순경, 2010). 즉, 기준 수업 시수를 감안하되 교과 내용의 양은 현행 교육과정보다 20 % 정도 감축한다고 상정하고 최적한 학습 내용을 정선함으로써 보다 질 높은 교과 교육과정을 추구하도록 하였다.

나. 수학적 창의성 강조에 따른 수학적 과정

(1) 수학적 창의성의 의미

2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정에서의 수학적 창의성은 수학적 과제를 해결하는 과정에서 다양하고 독창적인 해결 방법을 산출하거나 새로운 관점에서 과제를 탐구하고 지식을 구성하는 능력을 의미한다. 여기서 수학적 과제는 학생들의 수학적 능력 계발을 위한 내용적 배경을 제공하는 것으로서, 예를 들어 학생들이 참여하게 되는 프로젝트, 질문, 문제, 활동 등을 망라한 것이다.

이와 같은 수학적 창의성을 계발하기 위해서는 우선 학생들이 정형화된 틀이나 형식에 얽매이지 않고 자신의 수학적 아이디어를 자유롭게 표현할 수 있는 분위기를 조성해 주어야 한다. 이와 같은 학습 상황에서 학생들은 수학을 학습하고 행하는 과정에서 과제에 대한 호기심, 사고와 판단에서의 독자성, 과제 해결에 대한 집착성과 끈기 등과 같은 창의성의 정의적 측면도 발전시키게 될 것이다.

한편 2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정에서의 수학적 창의성은 학교 수준에서의 수학적 창의성을 의미하기 때문에, 학습자가 수학적 추론과 통찰을 활용하여 기존의 지식과 경험을 유의미한 방법으로 분석 · 연결 · 통합하는 과정에서 창의성이 발현된다고 본다. 또한 학교 수학을 통해서 수학적 창의성을 계발할 때에는 창의적인 사고와 관련되는 일련의 과정을 수학적으로 의사소통하고 표현하는 능력도 신장시켜야 할 것이다.

(2) 수학적 과정의 의미 및 반영

2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정에서 말하는 '수학적 과정'은 수와 연산, 도형 등의 내용 영역에서 다루는 수학적 주제를 이해하고 습득하는 데에서, 그리고 그러한 수학적 주제를 활용하여 다양한 현상을 이해하고 문제를 해결하고 의사소통하는 데에서 활성화되어야 하는 능력을 의미한다. 다시 말해서 '수학적 과정'은 학생들 주변의 다양한 현상을 수학과 연결하고 다양한 상황에서 발생하는 문제를 해결할 때 활성화되어야 하는 수학의 과정적 기능을 의미하며, '수학적 문제 해결, 수학적 추론, 수학적 의사소통' 등을 구성 요소로 가지는 개념으로 정의하였다.

여기서 '수학적 문제 해결'은 수학의 문제나 문제적 상황에서 그 해를 찾아내기 위하여 이미 알고 있는 수학의 개념, 원리, 법칙 등의 지식이나 기능을 바탕으로 수학적 발견술이나 전략 등의 다양하면서 종합적인 사고 과정을 수행하는 것을 의미한다. '수학적 추론'은 수학적 현상이나 사실 등을 대상으로 그와 관련된 잠재적인 수학적 규칙성이나 원리, 구조 등에 결론적으로 이르기 위한 논리적 사고 과정을 수행하는 것을 의미한다. 그리고 '수학적 의사소통'은 수학의 아이디어나 생각 등을 수학적 표현 수단을 통하여 서로 공유하고 학습하게 되는 과정을 수행하는 것을 의미한다(NCTM, 2000).

2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정의 구성 체제를 살펴보면, '목표', '내용', '교수 · 학습 방법', '평가' 등의 순으로 구성되어 있다. 학교에서 구체적으로 학습해야 할 수학 성취 기준은 '내용'에서 학년(군)별로 제시되어 있다. 한편 '수학적 과정'의 하위 구성 요소로 설정한 '수학적 문제 해결, 수학적 추론, 수학적 의사소통'은 우리나라의 수학과 교육과정에서 지속적으로 강조되어 온 사항이다. 2007 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정에서도 '목표' 및 '교수 · 학습 방법'에서 수학적 문제 해결, 수학적 추론, 수학적 의사소통을 강조하고 있다.

학교의 수학 교수 · 학습의 실질적인 모습을 결정한다고 할 수 있는 교과서의 경우, 그 내용은 주로 수학과 교육과정의 '내용'에 제시되어 있는 성취 기준을 중심으로 구성된다. 현행 수학과 교육과정과 같이 '목표'와 '교수 · 학습 방법'에서 '수학적 과정'과 관련된 제 측면을 과거와 같이 선언적으로만 제시하는 것은, '수학적 과정'과 관련된 제 측면들이 교과서의 내용 구성에 배경으로서 암묵적으로 스며들게 되는 장점이 있다고 볼 수 있지만, 학생들에게 적극적이고 명확하게 지도되지 않는다는 한계점 또한 지니고 있다.

따라서 2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정에서는 현행 수학과 교육과정의 '목표' 및 '교수 · 학습 방법'에서 선언적으로 제시되고 있는 '수학적 과정'의 제 측면들을 보다 구체적인 성취 기준을 가지고 '내용'의 진술에 포함시킴으로써 교과용 도서 및 수업 상황에서 수학적 과정과 관련된 제 측면들을 더욱 적극적이고 분명히 다루게 하고 있다. 한마디로 2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정은 '수학적 문제 해결, 수학적 추론, 수학적 의사소통'을 '수학적 과정'으로 간주하고, 이를 학습 내용 성취 기준 및 교수 · 학습상의 유의점, 그리고 교수 · 학습 방법 등에 반영하였다.

수학적 문제 해결, 수학적 추론, 수학적 의사소통의 특징은 각각 다음과 같다.

〈표 Ⅱ-1〉 수학적 과정의 요소 및 특징

수학적 문제 해결
가. 주어진 문제의 해결에 필요한 정보를 확인 또는 보완하고 적절한 전략이나 사고 과정을 활용하여 문제를 해결할 수 있다.
나. 수학적인 방법으로 문제 해결의 과정과 결과의 타당성을 설명할 수 있다.
다. 문제 해결 과정이나 완결 후 문제 제기를 통하여 문제 해결을 발전적으로 이끌 수 있다.
라. 문제 해결에서 얻은 결과와 사용된 전략을 일반화하여 새로운 문제 상황에 적용할 수 있다.

수학적 추론
가. 수학적 추측이나 주장을 만들고, 수학적 지식에 근거하여 이를 정당화할 수 있다.
나. 수학적 아이디어나 사고 과정을 수학적인 방법으로 검증할 수 있다.
다. 수학적 활동에서 다양하고 독창적인 아이디어가 지니는 가치를 인식할 수 있다.
수학적 의사소통
가. 수학적인 방법을 활용하여 자신의 생각을 논리적으로 정확하게 표현하고, 다른 사람을 이해시킬 수 있다.
나. 수학적 활동 중에 자신의 수학적인 생각을 다른 사람과 주고받는 활동의 중요성을 인식하고, 이를 통하여 자신의 생각을 개선시킬 수 있다.
다. 다른 사람의 수학적 아이디어나 사고 과정을 이해하고 평가할 수 있다.

(3) 학년군제 도입 및 적용

2009 개정 교육과정 총론의 초 · 중등학교 교육과정 구성의 방침에 의하면 "교육과정 편성 · 운영의 경직성을 탈피하고, 학년 간 상호 연계와 협력을 통한 학교 교육과정 편성 · 운영의 유연성을 부여하기 위하여 학년군을 설정한다."라고 규정하고 있다(교육과학기술부, 2009).

현재 2007 개정 교육과정 체제에서는 학년제를 따르고 있다. 즉, 각 학년에서 배워야 할 내용을 학년별로 제시하였다. 반면 학년군제는 학생들이 배워야 할 내용을 학년별이 아니라 몇 개 학년을 묶어서 제시한다. 예를 들어 초등학교 1학년에서 2학년 사이에 학습할 내용을 초등학교 1~2학년군으로 제시하는 것이다.

학년군제 도입에 따른 가장 큰 변화는 학생들의 수준별 학습이다. 학년군제를 실시하는 것은 학생들의 학습 수준의 차이를 인정하는 것이다. 이해가 빠른 학생들은 더 많은 내용을 혹은 더 깊은 내용을 학습할 수 있고, 이해가 느린 학생들은 기본적인 내용을 집중적으로 학습할 수 있다. 학생들은 자신의 흥미나 적성을 고려하여 필요한 수학 교과를 선택할 수 있으며, 이는 학생들의 진로 선택과 관련될 수 있다.

또 다른 변화는 학년군제에서는 다양한 교과서가 사용될 수 있다는 것이다. 교육과정에서 엄격한 학년의 구분이 없어지고 내용이 통합적으로 제시되기 때문에 관련 내용들을 여러 가지 방법으로 재배치할 수 있게 된다. 예를 들어 초등학교 1학년과 2학년에서 학습할 수와 연산 영역을 초등학교 1학년에서 집중적으로 학습하도록 하는 교과서를 구성할 수 있다. 또는 중학교에서 대수와 함수를 밀접하게 관련시켜서 교과서를 구성할 수 있다. 즉, 수학 교과가 가진 특성을 발휘하여 학생들의 창의력을 발달시킬 수 있는 다양한 교과서의 출현이 가능하게 된다.

그러나 학년군제에 따르는 단점들도 충분히 예상되기 때문에 학년군제를 실행하기 위해서는 다음과 같은 사항들에 대한 해결 방안이 모색되어야 한다.

첫째, 수준별 수업 방안이 마련되어야 한다. 학년제 대신에 학년군제를 실시하는 취지 중의 하나는 학생들의 학습 수준 차를 인정하고 학생들의 수준에 맞는 학습을 통해서 사고 발달과 진로 선택에 긍정적인 효과를 주기 위함이다. 따라서 학생들의 수준에 적합한 수업이 가능한 수준별 수업 방안이 마련되어야 한다.

둘째, 수준별 수업이 원활히 시행되기 위해서는 적절한 평가 기준이 마련되어야 한다. 학생들의 다양한 진로와 흥미를 고려하여 과목을 이수하고 이에 대한 타당한 평가가 이루어져야 한다.

셋째, 교육과정이 학년군으로 구성되더라도 학년별로 교과서가 어떻게 저술되어야 하는지에 대한 기준이 필요하다.

넷째, 전학생들을 위한 보충 학습 과정 등 교수 · 학습 방안 및 정책이 마련되어야 한다.

02 수학과 교육과정의 특징

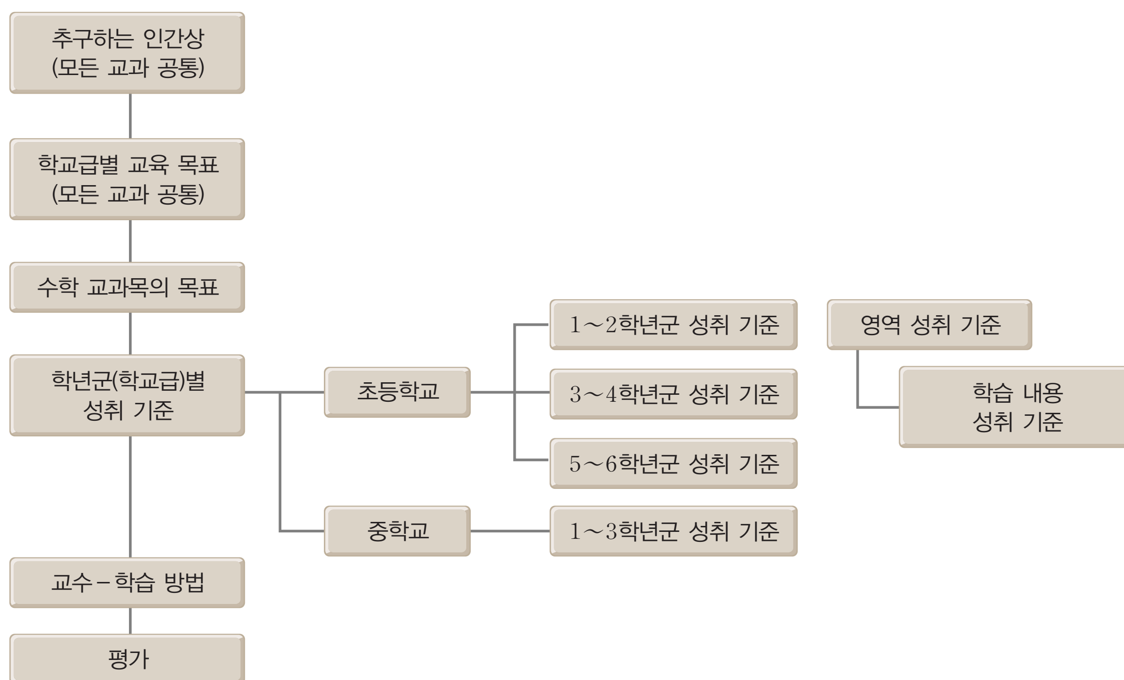
가. 교과목의 구성 및 문서 체제

2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정의 교과목은 공통 교육과정과 선택 교육과정으로 구성되어 있으며, 공통 교육과정에는 초등학교 1학년에서부터 중학교 3학년까지 다뤄지는 「수학」 교과목이 해당되며, 선택 교육과정에는 고등학교 1학년에서 3학년까지 다뤄지는 9개 교과목이 포함되어 있다. 선택 교육과정은 '기본 과목', '일반 과목', '심화 과목'으로 구성되어 있으며, 일반 과목은 모두 5단위의 6개 선택 과목으로 「수학 Ⅰ」, 「수학 Ⅱ」, 「확률과 통계」, 「미적분 Ⅰ」, 「미적분 Ⅱ」, 「기하와 벡터」로 구성되어 있다. 그 밖에 기본 과목에는 「기초 수학」, 심화 과목에는 「고급 수학 Ⅰ」과 「고급 수학 Ⅱ」가 포함된다.

공통 교육과정		
1. 수학		
선택 교육과정		
〈기본 과목〉	〈일반 과목〉	〈심화 과목〉
1. 기초 수학	1. 수학 I 2. 수학 II 3. 확률과 통계 4. 미적분 I 5. 미적분 II 6. 기하와 벡터	1. 고급 수학 I 2. 고급 수학 II

[그림 Ⅱ-1] 수학과 교육과정의 교과목 구성

공통 교육과정 기간에 다뤄지는 수학 교과목의 문서 체제를 예로 들어 도식화하면 다음과 같으며, 선택 교육과정 기간의 9개 교과목의 문서 체제도 이와 동일한 방식으로 구성되어 있다. 여기서 각 교과목의 '3. 목표'는 2007 개정 교육과정의 '1. 성격'과 '2. 목표'의 두 부문의 진술을 통합하여 진술하고 있다. 특히 「수학」 교과목의 목표의 경우, 예전에 분리하여 제시되어 있던 초등학교와 중학교의 교육 목표가 통합, 진술되었다.



[그림 Ⅱ-2] 수학 교과목의 목표 및 성취 기준

나. 영역 구분의 변경

2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정은 제7차 개정의 것과 마찬가지로, 학교급별 특성을 감안하여 초등학교와 중학교 각각의 내용 영역을 구분하였으며, 초등학교의 경우 '규칙성과 문제 해결' 영역을 '규칙성'으로 변경하였다. 2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정에서는 모든 학교급 및 모든 수학 교과목에 걸쳐 수학적 과정의 요소로서 문제 해결 활동을 전 영역 및 세부 내용에 걸쳐 적극 반영하도록 강조하고 있기 때문이다.

2007 개정 교육과정			
초등학교	수와 연산	중·고등학교	수와 연산
	도형		문자와 식
	측정		함수
	확률과 통계		확률과 통계
	규칙성과 문제 해결		기하

2009 개정 교육과정			
초등학교	수와 연산	중학교	수와 연산
	도형		문자와 식
	측정		함수
	규칙성		확률과 통계
	확률과 통계		기하

[그림 Ⅱ-3] 2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정의 영역명

03 학년별 내용 변화

2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정에서의 학교급별, 학년군별 내용의 변화는 기본적으로 학교 현장에서의 창의성 활동을 실제적이고 효율적으로 실행하기 위한 것으로, 학습 내용의 적정화 및 학년별 내용 분량이 조정되었다. 수학과 교육과정의 총 10개 교과목에 대한 주요 변화 내용을 학교급별로 살펴보면 다음과 같다.

가. 초등학교

(1) 수와 연산

초등학교의 수와 연산 영역에서 가장 큰 변화로는 자연수 및 분수의 지도 시기를 재조정하고, 계산 연습을 통한 단순한 연산 기능 신장이 아니라 연산 감각 및 양적 추론 능력을 강화한 점을 들 수 있다. 또한 사칙연산의 계산 결과를 어림한 후 어림한 값을 확인하거나 소수의 복잡한 계산에 있어서 계산기를 도입하여 활용할 수 있게 함으로써, 지나친 계산 연습에서 기인하는 학습 부담을 경감하고자 하였다.

(2) 도형

2007 개정 교육과정에서 평면도형의 각 구성 요소에 대한 학습 후 도형의 언어적이고 명시적인 정의를 통해서 도형 개념을 도입하는 방식을 대신하여, 2009 개정 교육과정에서는 도형의 모양 인식 및 분류 활동을 토대로 하여 도형 및 그 구성 요소에 대한 직관적인 이해와 더불어 이름을 먼저 학습한 후 점차 분석적, 명시적으로 도형의 개념 및 성질을 학습할 기회를 제공하였다. 한편 2007 개정 교육과정에서 분산되어 지도되었던 각, 삼각형, 사각형 관련 단원의 내용들을 각각 통합적으로 취급함으로써 학생들의 개념 구조의 체계적 형성을 돕고자 하였다. 또 초등학생의 인지 수준에 적합하지 않은 내용으로 간주되는 사각형의 포함 관계나 수학 학습의 계열상 초등 수학에서 다루는 것이 적합하지 않은 선대칭 위치에 있는 도형과 점대칭 위치에 있는 도형 및 회전체를 삭제하였다.

(3) 측정

측정 영역은 실생활과 밀접하게 관련되어 있으므로, 실생활과 관련지어 측정의 필요성을 인식하게 하고 측정 및 어림 활동을 통하여 양감을 기르는 데 중점을 두었다. 측정 영역에서의 계산은 측정 결과 간의 단순 연산이나 단위 환산은 축소하고, 측정의 관점에 중점을 두도록 하였다. 길이, 무게, 들이, 넓이의 양감을 기르는 데 중점을 두고, 측정 영역에서 합과 차를 계산하거나 단순한 단위 환산 연습은 약화하였으며, 들이 및 무게의 덧셈과 뺄셈은 실생활 문제 상황을 통하여 다루도록 하였다. 또한 부피의 양감을 강조하고 부피의 단위 사이의 환산이나 부피와 들이의 단위 환산은 삭제하여 학습량을 감축하였다.

(4) 규칙성

2007 개정 교육과정에서 '규칙성과 문제 해결' 영역은 주로 문제 해결 방법, 규칙 찾기, 비와 비율, 비례 등을 포괄하였다. 2009 개정 교육과정에서는 '문제 해결'이 다른 영역의 내용적 성격과 달리 과정적 성격을 띠고 있으며 수학 교과 전 영역에서 고루 지도되어야 한다는 취지에서 '문제 해결' 부분은 전 영역으로 재편하고, 영역명은 '규칙성'으로 설정하였다. 규칙성 영역의 주요 변화로는 각 학년에 분산되어 있던 규칙 찾기 활동을 통합하고 탐구 활동 및 놀이를 활용하고자 하였다. 비율 중 할, 푼, 리나 연비는 그 중요도 및 쓰임새를 재고하여 삭제하였으며, 방정식은 중학교의 학습 내용과 중복하여 다루어지고 있으므로 초등학교에서는 삭제하고 중학교의 '일차방정식'으로 이동 통합함으로써 학습량을 감축하였다.

(5) 확률과 통계

확률과 통계 영역에서의 가장 큰 변화는 줄기와 잎 그림, 경우의 수와 확률을 중학교로 이동 통합하고, 초등학교에 가능성의 개념을 도입한 것이다. 줄기와 잎 그림은 학습량 감축 및 학문 내에서의 개념 간 관련성을 고려하여 중학교의 통계 영역과 의미 있게 연결되도록 상향 이동하였다. 또한 경우의 수와 확률은 초등학교와 중학교에서 내용 중복 및 학습량 감축의 취지에서 중학교로 이동 통합하였고, 확률 개념의 계열적 구성이라는 측면에서 가능성이라는 개념을 초등학교 5～6학년군에 도입하였다.

이상으로 초등학교에서의 주요 변화 내용을 정리하면 다음과 같다.

- 시간의 덧셈과 뺄셈 약화 (3～4학년군)
- 사각형의 포함 관계 삭제 (3～4학년군)
- 할, 푼, 리 삭제 (5～6학년군)
- 등식의 성질 삭제 (5～6학년군), 중학교로 상향 이동
- 방정식 삭제 (5～6학년군), 중학교로 상향 이동
- 연비의 삭제 (5～6학년군)
- 겉넓이와 부피 통합 및 부피와 들이 사이의 관계 삭제 (5～6학년군)
- 선대칭 위치에 있는 도형과 점대칭 위치에 있는 도형 삭제 (5～6학년군)
- 회전체 삭제 (5～6학년군), 중학교로 상향 이동
- 가능성 도입 및 확률 삭제 (5～6학년군), 중학교로 상향 이동
- 줄기와 잎 그림 삭제 (5～6학년군), 중학교로 상향 이동

나. 중학교

(1) 수와 연산

수는 수학에서 다루는 대상 중에서 가장 기본이 되는 개념으로서 수의 개념과 연산에 대한 이해는 실생활뿐 아니라 다른 교과나 수학의 다른 영역을 학습하는 데 필수적이다. 따라서 수와 연산 영역은 수의 개념과 연산에 대한 이해를 높이고 이후의 학습과 연계될 수 있는 필수적인 요소만을 선정하였다. 또한 집합은 고등학교로 상향 이동하였고, 근삿값은 삭제하였다.

(2) 문자와 식

문자는 생활 주변이나 자연 및 사회 현상을 수학적으로 간단하게 표현하고 의사소통을 원활히 할 수 있게 해준다. 문자와 식 영역에서는 학생들이 자연스럽게 문자를 사용할 수 있도록 문자와 식을 실생활 문제 해결의 맥

락에서 다루게 하고, 수학이 현실 세계의 상황과 밀접한 관련이 있다는 것을 학생들에게 인식시켜야 한다. 이를 위해 방정식, 부등식과 그의 활용은 독립적인 중영역이 아닌 하나의 영역에서 통합하여 학습하도록 구성하였다. 또한 방정식과 부등식의 학습에 있어서 용어 사용에 대한 학습자의 부담을 고려하여 필요 이상의 용어 정의를 제한하였다.

⑶ 함수

2007 개정 교육과정에서는 제7차 교육과정에서 정비례와 반비례를 통해 함수 개념을 도입하면서 발생했던 문제점을 보완하기 위해, 정비례와 반비례를 초등학교 6학년으로 이동시키고 함수 개념을 '한 양이 변함에 따라 다른 양이 하나씩 정해지는 두 양 사이의 대응 관계'로 도입하고, 실생활을 활용하여 함수 개념의 효용성을 알게 하는 것이 필요하다고 하였다(교육과학기술부, 2007). 이런 점에서 볼 때 중학교 수준의 함수 영역은 현실 세계의 상황을 이해하는 도구로서의 함수 개념에 초점을 맞추고, 고등학교 함수에서 여러 영역을 통합하는 아이디어로서 대응의 관점에서 정의된 형식화된 함수 개념으로 확장될 수 있는 기반이 되도록 하는 것이 바람직하다. 이에 2009 개정 교육과정에서는 함수 개념의 도입 방법의 변화를 도모하고, 정의역, 공역, 치역 등의 용어를 삭제하였다.

⑷ 확률과 통계

확률과 통계는 중학교 수학에서 실생활과 관련성이 매우 깊은 영역이다. 중학교에서는 자료의 정리와 표, 그래프의 해석, 통계적 확률과 수학적 확률의 관계, 확률의 계산, 대푯값과 산포도의 내용이 다루어진다. 본 개정안에서는 학생들이 통계를 학습함으로써 분석적이고 비판적인 사고를 도모할 수 있도록 내용의 변화는 최소화하면서, 교수·학습 방법의 변화를 도모하였다. 2007 개정 교육과정과 달라진 내용은 학습량 감축을 위해 '누적도수의 분포'를 삭제하고, 탐색적 자료 분석의 한 방법인 '줄기와 잎 그림'을 도수분포와 그래프 학습 내용에 추가한 것이다.

⑸ 기하

수학 교육에서 증명은 전통적으로 학생들에게 꼭 가르쳐야 하는 주요 대상으로 인식되어 왔다(NCTM, 2000). 그러나 중학교 수학에서의 증명 교육은 기대하는 만큼의 효과를 거두지 못하고 있음이 알려져 있다. 그 이유는 학생들이 기하에서 다루는 개념에 대한 지식이 부족한 탓도 있겠지만, 공리 체계 내에서 논리 규칙에 따라 명제들을 체계적으로 연결시키는 데 어려움을 느끼기 때문이다.

2009 개정 교육과정에서 기하 영역은 학생들이 도형을 탐구하여 기하학적 성질을 이해하고 이를 통해 추론 능력을 신장시키는 것을 목표로 한다. 또한 기하학적 성질을 이해하고 그 지식을 습득하는 방법에 있어서 학생 활동을 중시하고 증명 대신 추측 활동을 강조한다. 이를 위하여 다음 표에서와 같이 2009 개정 교육과정에서는 '증명할 수 있다' 대신 '이해하고 설명할 수 있다'로 제시하였다.

〈표 Ⅱ-2〉 '추측과 정당화' 강조에 대한 내용 비교

2007 개정 교육과정	2009 개정 교육과정
5 삼각형과 사각형의 성질(2학년) ① 명제의 뜻과 증명의 의미를 이해한다. ② 삼각형의 합동조건을 이용하여 삼각형과 사각형의 성질을 증명할 수 있다.	5 삼각형과 사각형의 성질 ① 이등변삼각형의 성질을 이해하고 설명할 수 있다. ② 삼각형의 외심과 내심의 성질을 이해하고 설명할 수 있다. ③ 사각형의 성질을 이해하고 설명할 수 있다.

2009 개정 교육과정에 제시한 '이해하고 설명할 수 있다'는 '정당화(justification)'를 의미하는데, 이는 자신의 주장 또는 믿음을 타인에게 이해시키려는 시도를 말한다. 이 시도는 일정 수준의 객관성을 담보할 수 있어야 한다. 인식론의 관점에서 정당화는 실험에 의한 정당화, 증거에 의한 정당화, 그리고 논리에 의한 수학적 증명 등으로 대변할 수 있다(http://www.wikipedia.org). 이때 수학적 증명은 논리적 연역법을 의미한다. 기하 교육에서의 증명은 기하 지식을 증거로 삼으며 논리적 형식을 갖춘 정당화를 의미한다(신이섭 외, 2011).

정당화를 유도하는 교수 방법은 다양한 형태로 나타날 수 있다. 예를 들면 학생들의 이해 수준에 합당한 간단한 논리 증명(연역 추론), 계산에 입각한 문제 해결(계산 증명), 그리고 귀납 추론 등이 포함된다. 정당화 교육을 중심으로 한 기하 교육은 기본적으로 학생의 활동에 의존한다. 형식적이고 엄밀한 증명 대신 추측과 정당화 활동을 강조하여, 증명을 하기 위해 익숙해져야 하는 용어와 기호의 사용이나 형식 논리 규칙의 이용에서 생기는 어려움을 줄이고 학생의 기하 지식에 기초한 추론 활동을 강화하는 것이다.

이와 같이 기하 교육에서 객관적 사실의 확인 과정인 논리 증명을 정당화 수준으로 확대함으로써, 논리 형식만을 다루는 것이 아니라 학생들의 인지 수준과 흥미를 고려한 추론 기회를 폭넓게 제공하려 하였다. 이러한 활동은 기하에 대한 이해와 반성적 사고뿐만 아니라 의사소통 능력의 향상에도 도움이 될 것이다.

한마디로 중학교의 기하 영역에서는 학생 활동이 중심이 되는 학생 주도적 수업을 강조하며 형식적 증명보다는 학생의 이해 수준에 입각한 '정당화' 수준의 교육을 지향하고자 하였다. 또한 2007 개정 교육과정의 단발성 주제와 상대적으로 의미가 적은 용어들을 삭제하고, '원과 직선', '원주각' 두 영역을 원의 성질로 묶어 하나의 영역으로 내용을 축소시켜 다루는 등, 전체적으로 학습량을 경감하였다.

이상으로 중학교에서의 주요 변화 내용을 정리하면 다음과 같다.

- 집합 삭제
- 근삿값 삭제
- 십진법과 이진법 삭제
- 수학 개념과 실생활 활용의 통합
- 방정식 관련 용어 약화
- 함수 개념 도입 방법의 변화
- 정의역, 공역, 치역 용어 삭제
- 통계 교수 · 학습 방법의 변화
- 누적도수의 분포 삭제
- 줄기와 잎 그림 추가
- 정당화에 의한 기하 교육 강조
- 작도와 합동, 평면도형의 성질 내용 축소
- 원의 성질 내용 축소

다. 고등학교

(1) 일반 과목

고등학교의 일반 과목에 해당하는 6개 교과목의 주요 변화 내용을 개략적으로 살펴보면 다음과 같다.

■ 수학 I
- 실수 삭제
- 복소수와 이차방정식의 연계 강화
- 다항식의 약수와 배수 약화
- 이차방정식, 이차부등식, 이차함수의 통합 및 연계성 강화

■ 수학 II
- 집합 내용 통합
- 명제 내용 보완 및 증명 부분 강화
- 함수 영역의 내용 약화
- 수열의 약화 및 이동
- 지수와 로그 내용 약화 및 이동

■ 확률과 통계
- 순열과 조합 관련 내용 통합 및 추가
- 연속확률변수의 평균과 표준편차 삭제
- 공학적 도구의 활용 강조

■ 미적분 Ⅰ
- 수열의 극한의 이동 통합
- 롤의 정리와 평균값 정리 이동
- 도함수의 활용 영역의 교수 · 학습상의 유의점 보완 및 삭제

■ 미적분 Ⅱ
- 지수함수와 로그함수 통합 및 약화
- 삼각함수 통합 및 약화
- 미분법 및 적분법의 내용 조정

■ 기하와 벡터
- 미분법을 이용한 평면 곡선의 이해 강화
- 위치벡터를 이용한 평면 운동의 이해 강화

(2) 기초 및 심화 과목

고등학교의 경우에는 일반 과목에 해당하는 6개 교과목 이외에, 기본 과목인 「기초 수학」과 심화 과목인 「고급 수학Ⅰ」, 「고급 수학Ⅱ」가 새로 신설되었다.

「기초 수학」은 중학교 수학의 내용을 잘 이해하지 못한 학생이 일반 과목의 수학 교과를 이수하기 위해 필요한 수학적 개념, 원리, 법칙을 체계적으로 이해하기 위하여 선택할 수 있는 기본 과목이다.

「기초 수학」의 내용은 '수와 식의 계산', '방정식과 함수', '피타고라스 정리와 삼각비'로 구성된다. '수와 식의 계산' 영역에서는 수의 연산, 문자의 사용과 식의 계산, 다항식의 계산을, '방정식과 함수' 영역에서는 일차방정식과 일차함수, 이차방정식과 이차함수를, '피타고라스 정리와 삼각비' 영역에서는 피타고라스 정리, 삼각비를 다룬다.

「고급 수학Ⅰ」과 「고급 수학Ⅱ」는 심화 과목으로 일반 과목에서 학습한 수학의 기본 지식과 기능을 바탕으로 심화된 수준의 수학적 개념, 원리, 법칙을 체계적으로 이해하고, 수학적 사고력, 창의적 사고력, 문제 해결력 등을 신장시킬 수 있도록 하는 과목이다. 「고급 수학Ⅰ」과 「고급 수학Ⅱ」는 심화된 수학적 지식과 사고 방법을 습득하고, 논리적 추론 능력을 키워 문제를 합리적으로 해결하는 능력과 태도를 기르게 함으로써 자연과학 및 공학 분야뿐만 아니라 사회과학의 학습에 기초를 제공한다.

「고급 수학Ⅰ」의 내용은 '벡터와 행렬', '일차변환', '그래프'로 구성된다. '벡터와 행렬' 영역에서는 벡터, 행렬과 연립일차방정식을, '일차변환' 영역에서는 일차변환과 행렬, 고윳값과 행렬의 거듭제곱을, '그래프' 영역에서는 그래프의 뜻, 여러 가지 그래프, 그래프의 활용을 다룬다. 「고급 수학Ⅱ」의 내용은 '복소수와 극좌표', '미적분의 활용', '편미분'으로 구성된다. '복소수와 극좌표' 영역에서는 복소수의 극형식, 극좌표와 극방정식을, '미적분의 활용' 영역에서는 미분의 활용, 미분방정식, 적분의 활용을, '편미분' 영역에서는 이변수함수의 뜻, 극한과 연속, 편미분, 편미분의 활용을 다룬다.

04 내용 체계

2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정의 '수학' 교과목(초등학교 1학년~중학교 3학년)의 내용 체계는 다음과 같다.

학교급 / 학년군 / 영역	초등학교		
	1~2학년군	3~4학년군	5~6학년군
수와 연산	• 네 자리 이하의 수 • 두 자리 수의 덧셈과 뺄셈 • 곱셈	• 다섯 자리 이상의 수 • 세 자리 수의 덧셈과 뺄셈 • 곱셈 • 나눗셈 • 자연수의 혼합 계산 • 분수 • 소수 • 분수와 소수의 덧셈과 뺄셈	• 약수와 배수 • 분수의 덧셈과 뺄셈 • 분수의 곱셈과 나눗셈 • 소수의 곱셈과 나눗셈 • 분수와 소수
도형	• 입체도형의 모양 • 평면도형의 모양 • 평면도형과 그 구성 요소	• 도형의 기초 • 평면도형의 이동 • 원의 구성 요소 • 여러 가지 삼각형 • 여러 가지 사각형 • 다각형	• 합동과 대칭 • 직육면체와 정육면체 • 각기둥과 각뿔 • 원기둥과 원뿔 • 입체도형의 공간감각
측정	• 양의 비교 • 시각 읽기 • 시각과 시간 • 길이	• 시간 • 길이 • 들이 • 무게 • 각도 • 어림하기(반올림, 올림, 버림) • 수의 범위(이상, 이하, 초과, 미만)	• 평면도형의 둘레와 넓이 • 무게와 넓이의 여러 가지 단위 • 원주율과 원의 넓이 • 겉넓이와 부피
규칙성	• 규칙 찾기	• 규칙 찾기 • 규칙과 대응	• 비와 비율 • 비례식과 비례배분 • 정비례와 반비례
확률과 통계	• 분류하기 • 표 만들기 • 그래프 그리기	• 자료의 정리 • 막대그래프와 꺾은선그래프	• 가능성과 평균 • 자료의 표현 • 비율그래프(띠그래프, 원그래프)

영역 \ 학교급 / 학년군	중학교		
	1~3학년군		
수와 연산	• 소인수분해 • 최대공약수, 최소공배수 • 정수와 유리수의 개념, 대소 관계, 사칙계산	• 순환소수 • 유리수와 순환소수의 관계	• 제곱근의 뜻과 성질 • 무리수 • 실수의 대소 관계 • 근호를 포함한 식의 사칙계산
문자와 식	• 문자의 사용 • 식의 값 • 일차식의 덧셈과 뺄셈 • 일차방정식	• 지수법칙 • 다항식의 덧셈과 뺄셈 • 다항식의 곱셈과 곱셈 공식 • 다항식의 나눗셈 • 등식의 변형 • 연립일차방정식 • 부등식의 성질과 일차부등식 • 연립일차부등식	• 인수분해 • 이차방정식
함수	• 함수의 개념 • 순서쌍과 좌표 • 함수의 그래프	• 일차함수의 의미와 그래프 • 일차함수의 활용 • 일차함수와 일차방정식의 관계	• 이차함수의 의미 • 이차함수의 그래프의 성질
확률과 통계	• 줄기와 잎 그림, 도수분포표, 히스토그램, 도수분포다각형 • 도수분포표에서의 평균 • 상대도수의 분포	• 경우의 수 • 확률의 뜻과 기본 성질 • 확률의 계산	• 중앙값, 최빈값, 평균 • 분산, 표준편차
기하	• 점, 선, 면, 각 • 점, 직선, 평면 사이의 위치 관계 • 평행선의 성질 • 삼각형의 작도 • 삼각형의 합동조건 • 다각형의 성질 • 부채꼴에서 중심각과 호의 관계 • 부채꼴에서 호의 길이와 넓이 • 다면체, 회전체의 성질 • 입체도형의 겉넓이와 부피	• 이등변삼각형의 성질 • 삼각형의 외심, 내심 • 사각형의 성질 • 닮은 도형의 성질 • 삼각형의 닮음조건 • 평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비 • 닮은 도형의 성질 활용	• 피타고라스 정리 • 삼각비 • 원의 현, 접선에 대한 성질 • 원주각의 성질

Ⅲ. 수학 교과서의 개발 동향

01 구성주의와 수학 교과서

구성주의의 수학 교육관은 '학생에 의한 수학 지식의 자주적 구성'이라는 교육관에 기초한다고 볼 수 있다. 구성주의를 수학 교육의 실제에 적용하고자 하는 사람들은 수학적 지식이 외부의 강화에 의하여 학습자에게 전달될 수 있다는 견해에 동의하지 않는다. 즉, 구성주의자들은 지식이 학습자의 내면 세계에서 적절한 경험을 통해 자주적으로 구성된다고 생각하고 있으며, 이것은 곧 학생들이 수학 지식을 수동적으로 받아들임으로써 획득하는 것이 아니라 각자 능동적으로 재발명해 나감으로써 (수학 지식을) 구성하는 것을 뜻한다. 따라서 구성주의적 입장을 취하는 수학 교육 관계자들은 전통적인 방식의 수학 교육을 개선할 수 있는 하나의 대안으로서 구성주의적 수학 교육을 제안하고 있는 것이다. 특히 사회적 구성주의자들은 이제껏 전통주의자들의 주된 관심사였던 수학 지식의 실제에 대한 인식론적인 논의보다는 수학 지식에 대한 구성주의적 교수-학습의 가능성에 관심을 두었다.

'구성주의'는 그 말 자체가 광범위한 의미를 지니고 있을 뿐만 아니라 '구성'이라는 용어도 모호하기 때문에 이를 해석하는 견해가 다양하다. 그러나 현재 우리나라 수학 교과서에는 교구 및 소프트웨어 등의 조작 활동의 필요성, 개인별 능력 차를 고려한 수준별 교재의 필요성, 의사소통을 고려한 교과서 개발의 필요성 등의 반영이 절실히 요구되고 있다. 이러한 요구 사항은 조작적 구성주의자로 불리는 피아제의 발생적 인식론의 중심 아이디어인 '조작', 급진적 구성주의자들이 지식의 진리 자체에 관한 논의를 거부하고 초미의 관심사로 여긴 '개인 중심적' 구성이나 '생장 원리', 사회적 구성주의자들이 객관성을 사회성으로 대치하면서 도입한 사회적 합의의 수단인 '의사소통'을 교재 구성에 반영하자는 생각과 크게 다르지 않다.

02 구성주의적 수학과 교수-학습 원리의 반영

수학 교수-학습론의 원천으로서의 구성주의에서 수학 교육에 적용할 수 있는 유효한 교수-학습 원리는 다음과 같다.

가. 교과서에 학생 중심적 개별화의 원리 반영

구성주의의 기본적인 주장인 지식의 자주적 구성의 원리는 학생들로 하여금 갈등 국면에 대처하여 동화와 조절의 메커니즘에 따라 반영적 추상화의 과정을 통해 새로운 지식을 조정해 나가는 과정을 보여 주고 있다. 이것은 질문을 중심으로 하는 상호 작용적인 추측 및 논박에 의한 수학 교수-학습의 바탕(모델)이 된다. 구성주의는 지식의 자주적 구성을 그 근본 원리로 하고 있지만, 교수-학습의 차원에서 논의되는 지식은 '주관 독립적'인 의미에서의 객관적 지식이 아니라, 규약과 협정 등의 수단을 통하여 '공통 주관적'인 의미에서의 객관성을 가지게 된다.

따라서 수학 교육학적 구성주의에서 취하고자 하는 관점은 바로 공통 주관적인 의미에서의 객관적 지식은 학생 자신에 의해 자주적으로 구성되어야 한다는 것이며, 이러한 관점은 학생 자신에 의한 지식의 능동적인 재발명을 목표로 하는 오늘날의 수학 교육에서 요구되고 있는 관점과 일치한다고 볼 수 있다. 이를 위해서는 학생 중심적인 개별화 수업이 가능하도록 수학적 과제가 제시되어야 할 것이다. 학생이 스스로 생각하고 해결 전략을 궁리해 낼 수 있는 기회를 부여함으로써 학습자 자신이 다양한 사고를 할 수 있도록 해야 한다는 것이다.

나. 교과서에 질문 중심적 상호 작용의 원리 반영

학교 밖의 사회나 교사들은 지금까지 대체적으로 수학 지식의 가치를 인정하고 수학 교육의 당위성을 이해해 왔을지 모르지만, 아마도 학생들은 그러한 당위성을 이해하지 못하였을 것이고, 결과적으로 수학을 의미 없는 것으로 받아들일 수밖에 없었을 것이다. 그렇다면 유효한 수학 교육이 이루어지기 위해서는 학생들이 배워야 할 수학, 즉 학교 수학이 학생들에게 의미 있는 것이 되어야 함은 물론 수학 교수-학습 활동에 참여하고자 하는 학생들의 적극적 의지가 수반되어야 한다. 결국 이를 교과서에 반영하는 것은 질문 중심의 상호 학습이 일어날 수 있도록 과제를 제시하는 형태가 될 것이다. 구성주의에서는 교사와 학생 및 학생과 학생 사이의 상호 작용을 매우 중요시한다. 즉, 교사가 적절한 질문으로 학생의 응답을 유도해 냄으로써 학생들로 하여금 일련의 추측 및 논박 활동을 통해 수학 지식을 구성할 수 있도록 교수-학습 환경을 설정할 것을 요구하고 있다. 따라서 의미 지향적인 활동 수업이 이루어지도록 교과서가 구성되어야 할 것이다.

다. 교과서에 의미 지향적 활동의 원리 반영

위에서 살펴본 수학 지식의 자주적인 구성이 교수-학습에서의 학생의 의미 지향적 활동이나 교사의 적절한 질문만으로 가능한 것은 아니다. 학생에 의한 지식의 자주적 구성은 지식 구성을 하는 학습자 자신에 의해 내면적으로 이루어지는 자주적 활동 없이는 불가능하다. 다시 말해 효율적인 수학 교수-학습을 위해서는 학습자의 내면화된 자주적 활동이 학생의 교수-학습 활동에의 참여 의지 및 교사의 적절한 질문과 더불어 반드시 필요하다.

이때 이 내면화된 자주적 활동의 메커니즘을 구성주의가 설명해 주고 있는바, 이것이 바로 반영적 추상화이다. 그렇다면 학습자가 반영적 추상화의 과정을 경험할 수 있도록 교재가 구성되어야 함은 물론이다. 부연 설명하면, 교과서는 여러 가지 활동을 통하여 익힌 의미 있는 경험을 반성하여 자기 자신의 지식을 구성할 수 있도록 구현되어야 한다는 것이다.

03 구성주의적 관점에서의 교과서 개발 방향

위에서 살펴본 구성주의적 관점에 기초한 바람직한 수학 교과서를 구현하기 위하여 고려되어야 할 사항은 다음과 같다.

가. 교과서 저자의 철학

교과서에는 교과서 저자 나름대로의 철학이 배어 있어야 한다. 지금까지의 교과서에 제시된 교육과정상의 내용들은 누구나 합의할 수 있는 객관적이고 보편적인 것만을 다루도록 하는 것이 불문율이었다. 그러나 이제는 절대적 진리처럼 내용이 전개되던 교과서의 역할과 권위보다 학생들의 주체적인 사고의 참여를 촉발시킬 수 있는 '저자'의 역할과 권위를 우위에 두어야 할 것이다. 이때 교과서 저자는 자신이 왜 그러한 주제에 관심을 가지는지, 그것이 왜 중요한 것인지를 드러내고 어떻게 그 주제를 전개해 나아가는지 등에 관한 자신의 철학과 견해를 피력하고, 또 다른 견해들과의 차이를 드러내어 맥락화시킬 수 있도록 한다.

나. 안내형 교과서

전통주의적 입장에서의 교과서 방식은 학습 목표에서 추출된 세부적 요소들을 논리 정연하게 제시하는 '제시형 교과서'라고 할 수 있으며, 구성주의적 관점에서 보는 교과서는 교과서에 제시된 내용들에 학습자와의 실질적인 상호 작용을 통해서 그 의미가 발현될 수 있도록 소재적 가치를 부여하는 '안내형 교과서'라고 할 수 있다. 즉, 안내형 교과서는 학습하기를 기대하는 내용들을 직접 제시하는 대신 학습자로 하여금 구조적 변화를 경험하도록 안내하는 역할을 하는 내용으로 교과서를 구성하는 방식

을 취한다고 할 수 있다. 안내형 교과서는 개인적인 관심, 해석, 활동 등 학습자의 주체적인 역할에 큰 비중을 두고 학습자의 적극적이고 당사자적인 관여를 요청하고 있다.

이홍우(1997)는 "교과를 가르치되 학생의 경험과 의미 있게 관련되도록 가르쳐야 한다."라고 주장하면서 학생들은 자신이 배우는 다른 내용들을 쉽게 이해하고 기억할 수 있을 뿐만 아니라 학교에서 배운 것을 다른 상황에 쉽게 적용할 수 있어야 한다고 하였다. 그러기 위해서는 날로 팽창하는 지식을 모두 가르치려고 할 것이 아니라, 그중에서 기본 또는 핵심이 되는 것만을 골라 가르쳐야 하며, 이와 같이 기본이나 핵심이 되는 것을 '지식의 구조'라고 명명하였다. 즉, 지식의 구조를 알면 팽창하는 모든 지식을 하나씩 따로따로 배우지 않더라도 그 기본적인 것에 비추어서 나머지를 쉽게 이해할 수 있다고 본 것이다.

다. 관계적 이해를 도모하는 교과서

기존의 교과서는 지극히 제한된 지면에 방대한 내용을 소개해야 하기 때문에 가능한 한 핵심적이고 확실한 원리나 개념들을 중심으로 간결하고 함축적인 방식으로 제시하고 있다. 이와 같이 주요 주제나 개념들을 피상적으로 제시하는 방식은 교사와 학생들로 하여금 '관계적 이해'를 도모하기보다는 수학적 언어와 기호를 이용하여 외우고 재생해 내는 데 급급하게 하는 '도구적 지식'을 가지도록 한다.

도구적 수학은 보통 이해하기가 더 쉬우며, 보다 적은 지식이 필요하기 때문에 학습 결과에 대한 보상이 즉각적이고 명백하다. 그러나 이 방식은 수학의 전체 영역에 서로 연결되는 기초적인 개념을 교수-학습하기보다는 서로 분리하여 각각의 주제를 교수-학습하는 것이기 때문에 기대하는 학습이 이루어진다고 보기 어려울 것이다.

반면 관계적 이해를 통한 학습은 마치 나무가 영양분을 찾아서 뿌리를 뻗어 나가거나 동물이 먹이를 찾아 새로운 지역을 탐험하는 것과 같이 능동적으로 새로운 자료를 찾고 새로운 분야를 탐구하는 것에 비유될 수 있다. 그러므로 관계적 이해를 촉구하기 위해서는, 즉 핵심적인 원리나 개념을 습득하게 하기 위해서는 그러한 내용을 얻을 수 있도록 해당 절차를 안내(유도)하는 방식으로 교과서를 구성하도록 한다.

라. 질문 중심의 개념 전개

기존의 교과서는 수학적 지식을 대부분 완성된 형태로 제시하는 하향식 전개 방식을 택하고 있다. 또한 단원의 마무리 단계는 기본 문제, 연습 문제, 종합 문제, 심화 문제 등으로 구성되어 있다. 따라서 계산이나 풀이 형식의 정착을 위해 학생들이 풀어야 할 문제들이 교과서에 산적해 있다. 이런 상황에서 학생들은 문제 풀이를 위한 반복 훈련을 하는 데 주력하게 되고, 교사 역시 이러한 기능을 정착시키기 위한 내용 전개로 수업을 이끌어 가는 경향이 있다.

이를 개선하기 위해서는 현재 교과서에 수록되어 있는 반복 연습형의 문제들을 줄이고 그 대신 수학적 개념과 문제 해결의 절차를 이해시키는 데 주력함으로써, 학생들에게 '수학을 한다.'는 것이 이미 배운 개념이나 공식, 절차를 바로 적용해서 연습 문제를 푸는 것이 전부가 아니라는 사실을 인식시켜야 할 것이다.

마. 수학적 유용성 강조

수학은 실제로 모든 학문의 기초로서 우리의 일상생활뿐만 아니라 공학, 의학, 경제, 사회, 문화 등 여타 분야에 지대한 영향을 미치고 있음에도 불구하고 이에 대한 인식이 부족하다. 지금까지의 교과서의 내용 및 그 전개 방식을 살펴보면 교사나 학습자로 하여금 여러 단원의 내용들이 서로 독립된 것이라고 오판하기 쉽게 되어 있다. 따라서 앞으로의 교수-학습 자료에는 단원 간의 내용 연계성을 강조함으로써 학생들 각자의 스키마를 구성하는 데 도움이 되도록 해야 할 것이다. 특히 교과서에

수학의 활용성에 대한 구체적인 내용을 단원별로 또는 전체적으로 기술하고, 과학이나 미술 등 다른 교과목과의 연결성을 찾는 내용도 포함시켜 학생들이 수학의 중요성을 알도록 해야 할 것이다.

바. 다양한 교구 및 도구 활용

수학 수업에서의 교구 사용은 추상적인 수학적 개념을 구체물로 모델링한다는 데 가장 큰 의의가 있으며 이를 통해서 학생들은 수학적 절차나 공식보다는 그 이면에 내재되어 있는 의미를 알 수 있게 된다. 또 교구는 학생들이 직접 만지면서 다루기 때문에 학생 중심적인 개별화 수업을 가능하게 할 뿐만 아니라 2~4명의 소집단 학습을 통하여 집단별 그리고 전체 토론이 이루어짐으로써 반영적 추상화를 경험할 수 있게 한다. 우리나라의 수학 교육과정은 컴퓨터와 계산기의 사용을 교사나 학교의 재량에 따라 사용하도록 권장하고 있다. 하지만 실제 학교 현장에서는 이들을 수업에 언제, 어떻게 활용해야 하는지를 잘 모르고 있는 실정이다. 그러므로 교수-학습 자료에 컴퓨터나 계산기 등의 활용 지침 및 방안에 대한 자세한 설명이 수록되어야 할 것이다.

04 수준별 수업의 운영

가. 수준별 수업의 운영 방식

수학과의 경우 수준별 수업은 1996년부터 현장에서 서서히 실시되기 시작하여 제7차 단계형 수준별 교육과정의 취지에 따라 더욱 활성화되었다. 수준별 수업과 예전의 단계형 수준별 교육과정의 운영은 그 접근 방법이 다르다고 할 수 있겠으나, 학생의 수준에 적합한 교육 내용을 다루고자 하는 점에서 기본 취지는 동일한 것으로 볼 수 있다.

2009 개정 교육과정에 따른 교과서는 기본 과정과 심화 과정의 학습 내용이 명료히 구분되어 제시되어 있지 않지만, 수준별로 개념 설명의 접근 방법을 차별화하고 해당 문제들의 난이도를 조정한다면 분단 수업이나 이동 수업을 진행하기가 용이할 것이다. 이렇듯 수준별 수업은 전통적으로 해 왔던 일제 수업의 폐단을 줄이고, 교사들의 다양한 교수-학습 자료 개발을 활성화시키며 학습자 주도의 학습의 중요성을 인식시키는 등 현장 교육을 긍정적으로 이끌 것이다.

이렇듯 수준별 수업은 학생의 성취 수준에 따라 수준별로 반을 편성하여 동일한 학습 진도 내에서 학습 심도를 달리하여 지도하는 '동진도-이심도' 방식을 취하는 것이 바람직하다. 이에 따라 수준별로 적합한 수업을 진행하기 위해서는 기본적으로 교육과정에 제시된 기본 학습 내용을 모든 수준의 학생들이 다루도록 하되, 각 수준별로 다루어야 할 학습 내용의 정도와 방법을 차별화하도록 한다. ➲〈표 Ⅲ-1〉 참조 이때 한 차시의 수업 내용을 기준으로 하거나 또는 교과서의 한 소단원을 기준으로 하여도 무방하다.

〈표 Ⅲ-1〉 수준별 수업 운영 방식

반 수준	수준별 수업 과정		
상	내용 수준	기본 내용	심화 내용
	수업 방식	개념 이해 → 단순 / 발전 과제 해결	발전 과제 해결
중	내용 수준	기본 내용	심화 내용
	수업 방식	개념 이해 → 단순 / 발전 과제 해결	단순 과제 해결
하	내용 수준	기본 내용	
	수업 방식	선수 학습 내용의 이해 → 개념 이해 → 단순 과제 해결	

나. 수준별 수업의 효율적 운영 방안

수준별 수업을 효율적으로 운영하기 위해서는 다음 사항에 유의해야 할 것이다.

⑴ 학습자의 눈높이

개인차에 따른 학습 능력을 고려하여 수준별로 분단이나 학급을 편성하여 적절히 운영하여야 한다. 즉, 수준별 수업 운영을 위한 노력으로 우선 각 수준에 따라 수업 내용, 수업 진도 등이 적절한지 검토하여야 한다. 이때 무엇보다도 중요한 것은 수준별 수업을 위한 수업 내용, 수업 진도 등이 교사 또는 수학 교육 관련 전문가의 눈높이가 아닌 '학습자'의 눈높이에 맞춰져야 한다는 점이다.

⑵ 내용의 차별화

수준별 개념에 입각한 교수-학습의 차별화는 수준에 따른 '학습 내용의 차별화'를 의미하는 것으로, '학습 내용의 차별화'란 각 수준별로 다루는 학습 내용 그 자체의 차별화를 말하는 것이다. 그런데 2009 개정 교육과정에는 학생들의 수준에 상관없이 모든 학생들이 공통으로 다루어야 하는 내용이 명시되어 있다. 그러므로 '학습 내용의 차별화'란 현행 교육과정에 기초한 공통 필수 격의 학습 내용을 모든 수준의 학생들이 다루도록 하되, 수준별로 중점을 두어 다루어야 할 '주요 내용'을 차별화하는 것으로 이해할 수 있다. 따라서 '문항의 난이도'뿐만 아니라 각 수준에 적합한 '내용의 차별화'에 기초를 둔 수준별 학습 자료가 개발되어야 할 것이다.

⑶ 귀납적 학습법

수학 수업을 전개해 나가는 데 있어서 일반적으로는 개념 및 원리를 설명하고 이에 따른 예제를 푼 뒤 반복 연습 문제를 푸는 '연역적 방식'을 취하고 있다. 그러나 경우에 따라서는 예 또는 예제들을 통하여 그에 부합되는 학습 내용들을 체계적으로 정리하는 '귀납적 방식'을 취함으로써 학습의 이해를 보다 높일 수도 있다. 특히 학습 결손이 명백히 드러난 학생들에게 지극히 한정된 몇몇 문제의 풀이로 학습 내용을 이해시키기는 어렵다. 그러므로 각 수준별로 구체적인 예 또는 예제를 통하여 그에 부합되는 학습 내용(개념, 원리, 법칙 등)을 정리해 나가는 귀납적 방식의 수업도 병행해야 할 것이다.

⑷ 소집단별 수행 과제 활동

수준별 능력에 따른 과제(open-response tasks)를 제시하여 학생들이 과제를 수행하면서 어떤 수학적 지식을 사용하고 또 어떻게 접근해 나가야 하는지 등에 관하여 스스로 탐색해 볼 수 있도록 해야 한다. 그러므로 45분의 수업 시간에 모든 활동이 이루어져야 한다는 제한된 시각에서 벗어나 수업 이외의 시간을 활용하여 좀 더 발전 지향적인 장 · 단기 과제를 다루는 것이 바람직할 것이다. 특히 소집단별 수행 과제 활동은 본인이 속한 집단의 구성원들과 그 결과를 기록하여 발표할 수 있는 '의사소통' 능력의 발휘가 가능하므로, 이를 통하여 다양한 자료를 수집, 표현, 분석, 해석함으로써 과제를 성공적으로 수행할 수 있도록 해야 할 것이다.

Ⅳ. 수학적 문제 해결

01 문제 해결의 의미

20세기 초에 이루어진 문제 해결에 대한 논의는 1960년대의 '새수학' 운동과 1970년대의 '기본으로 돌아가기' 운동과 같은 과정을 거치면서 크게 부각되지는 못하다가, 1980년대에 들어 기초 기능으로서의 문제 해결력에 대한 관심이 높아지기 시작하면서 부흥기를 맞게 된다. 미국의 수학교사협의회인 NCTM(1980)이 'An Agenda for Action'에서 문제 해결이 학교 수학의 초점이 되어야 함을 선언한 이래 1980년대는 문제 해결의 시대라고 할 만큼 이에 대한 다양하고 활발한 논의가 이루어졌다(황혜정 외, 2012, 재인용).

이 같은 문제 해결의 조류는 우리나라의 수학 교육과정에도 서서히 등장하였다. 제3차 교육과정에서 급격하게 도입되었던 수학 교육 현대화의 내용은 제4차 교육과정에서 경감되고 정선되면서 지나치게 어려운 내용보다는 수학의 기초적 기능을 배양하고 문제 해결력을 신장시키는 데 관심을 가지게 되었다. 이어 제5차 수학과 교육과정에서도 수학 내용을 정선하면서 문제 해결력의 신장을 강조하였으며, 제6차와 제7차 교육과정에서는 문제 해결력의 신장을 위한 지도 내용, 전략, 방법 등을 구체적으로 제시하여 문제 해결력의 지도가 보다 적극성을 띠게 되었다.

또한 2007 개정 교육과정에 이어, 2009 개정 교육과정 문서의 모든 교과목의 '교수–학습 방법' 부분에도 문제 해결에 관한 다음과 같은 내용이 명시되어 있다(교육과학기술부, 2011).

수학적 문제 해결력을 신장시키기 위하여 교수–학습에서 다음 사항에 유의한다.

(1) 문제 해결은 전 영역에서 지속적으로 지도한다.
(2) 학생 스스로 문제 상황을 탐색하고 수학적 지식과 사고 방법을 토대로 해결 방법을 적절히 활용하여 문제를 해결하게 한다.
(3) 문제 해결의 결과뿐만 아니라 문제 해결 방법과 과정, 문제를 만들어 보는 활동도 중시한다.
(4) 생활 주변 현상, 사회 현상, 자연 현상 등의 여러 가지 현상에서 파악된 문제를 해결하면서 수학적 개념, 원리, 법칙을 탐구하고, 이를 일반화하게 한다.

02 문제의 의미와 유형

가. 문제의 의미

문제 해결에서의 '문제'는 해결의 절차가 이미 알려져 있어서 단순히 계산 연습의 대상이 되는 문제보다는, 구체적이고 확실한 해결 방법을 쉽게 구하기 어렵고 문제 해결 과정에서 다단계에 걸친 다양한 사고가 요구되는 문제를 말한다. 예를 들어 문제 해결이라고 하면 이차방정식의 근의 공식을 배운 후에 근의 공식을 적용하여 주어진 이차방정식의 해를 구하는 것과 같이 배운 내용을 단순하게 적용하여 해를 구하는 연습 문제를 떠올릴지도 모른다. 그러나 최근 수학 교육에서 중요시되는 문제 해결은 이미 배운 수학적 사실이나 알고리즘을 단순히 적용하는 수준의 것이 아니다. 진정한 문제는 목표는 분명하지만 그 목표에 이르는 길이 즉각적으로 주어져 있지 않은 것이다. 문제의 해결에 이르는 알고리즘이나 풀이 방법이 이미 주어져 있거나 알려져 있다면 그 문제는 진정한 의미의 문제라고 보기 어렵다.

나. 문제의 유형

문제의 유형을 분류하는 데에는 여러 가지 견해가 있지만, 가장 보편적인 방법 중의 하나는 '정형 문제'와 '비정형 문제'로 구분하는 것이다.

■ 정형 문제(routine problems)

이미 제시된 알고리즘을 사용한다. 예를 들어 공식에 나오는 변수에 특정한 수를 대입하여 해결할 수 있는 문제나 전형적인 예제의 풀이 방법을 그대로 적용하여 해결할 수 있는 문제가 해당된다.

■ 비정형 문제(non-routine problems)

문제를 해결하는 알고리즘이나 답을 얻는 방법을 모르는 상태에서 문제 해결 전략이나 독자적인 해결 방법을 고안하여 풀어야 하는 문제를 말한다.

03 문제 해결 과정

폴리아(Pólya, 1957)는 수학적 문제 해결의 과정을 다음과 같이 4단계로 구분하여 제시하고 있다.



다음 표는 문제 해결의 각 단계에서 교사가 사용할 수 있는 적절한 질문과 권고의 예이다.

〈표 Ⅳ-1〉 문제 해결 단계별 질문의 예

문제 해결 과정		해당 질문
문제 이해	문제를 이해하는 단계로, 문제에서 구하려는 것과 주어진 것을 알고 용어의 뜻을 파악하며 문제를 분석하는 단계이다.	• 미지인 것, 주어진 것은 무엇인가? • 자료는 무엇인가? • 조건은 무엇인가? • 그림을 그려 보고, 적절한 기호를 붙여라.
계획 작성	문제에서 주어진 것과 구하려는 것 사이의 관계를 파악하는 단계로 여러 가지 문제 해결 전략을 이용하게 된다. 구하려는 것과 주어진 것 사이의 관련성을 즉각적으로 발견할 수 없을 때에는 보조 문제를 고려해야 한다.	• 전에 그 문제를 본 적이 있는가? • 친숙한 문제 중에서 미지인 것이 같거나 유사한 문제를 생각해 보아라. • 유사한 문제는? • 문제를 푸는 데 필요한 조건을 모두 사용했는가?
계획 실행	해결 계획에 따라 실행하는 단계이다.	• 풀이의 각 단계를 조심스럽게 실행하도록 하라. • 각 단계가 올바른지 명확히 알 수 있는가? • 각 단계가 옳다는 것을 설명할 수 있는가?
반성	문제를 해결한 과정을 처음부터 검토해 보고, 다른 방법으로 해결할 수는 없는지 알아본 뒤, 혹시 다른 방법이 있으면 어느 방법이 더 나은지를 비교해 본다.	• 결과를 점검할 수 있는가? • 풀이 과정을 점검할 수 있는가? • 결과를 다른 방법으로 이끌어 낼 수 있는가? • 결과나 방법을 다른 문제에 활용할 수 있는가?

한편 문제 해결 전략이란 문제 해결에 도움이 되는 일반적인 절차나 해법의 단서가 되는 생각, 발견의 실마리를 얻도록 하는 방법 등의 사고 전략을 뜻한다. 크룰릭과 루드닉(Krulick, Rudnick, 1984)은 문제 해결 전략으로 패턴 찾기, 거꾸로 풀기, 추측과 검증, 모의실험, 환원, 목록 작성, 논리적 연역, 자료 정리(그래프, 방정식, 대수식, 표, 차트, 도식)를 제시하였으며, 그리노(Greeno, 1978)는 어림산, 단순화하기, 실험하기, 그림 그리기, 표 만들기, 그래프 그리기, 방정식 세우기, 규칙성 찾기, 순서도 구성, 판단 공간(decision-space)의 분할, 연역 논리로 문제 해결 전략을 구분하였다.

04 문제 해결의 예

다음에 주어진 문제를 폴리아(Pólya, 1957)의 문제 해결 4단계를 따라 풀어 보면 다음과 같다.

> ㊀ 직사각형의 둘레의 길이가 35 cm이고 가로의 길이가 세로의 길이의 2.5배라고 하면, 가로의 길이는 얼마인가?

① 문제의 이해

문제에서 구하려는 것은 가로의 길이이며, 문제에서 주어진 것은 직사각형의 둘레의 길이가 35 cm이고 가로의 길이가 세로의 길이의 2.5배라는 사실이다.

② 계획 세우기

직사각형의 세로의 길이를 x라고 하면, 가로의 길이는 $2.5x$가 된다. 직사각형의 둘레의 길이는 네 변의 길이의 합과 같으므로 $x+2.5x+x+2.5x=35$

③ 계획의 실행

방정식을 풀면 $7x=35$, 즉 $x=5$이므로 가로의 길이는 $2.5\times5=12.5$(cm)이다.

④ 풀이의 반성

풀이 과정을 검토하여 잘못된 곳은 없는지 확인한다. 또 다른 방법으로도 문제를 해결할 수 있는지 조사한다. 이 문제의 경우 다음과 같이 풀 수도 있다.

가로의 길이가 세로의 길이의 2.5배이므로

$$(\text{가로의 길이}):(\text{세로의 길이})=2.5:1=5:2$$

이고, 둘레의 길이가 35 cm이므로

$$(\text{가로의 길이})+(\text{세로의 길이})=\frac{35}{2}=17.5$$

따라서 가로의 길이는 $17.5\times\frac{5}{7}=12.5$(cm)이다.

㊀와 유사한 문제를 다음과 같이 만들어 풀어 본다.

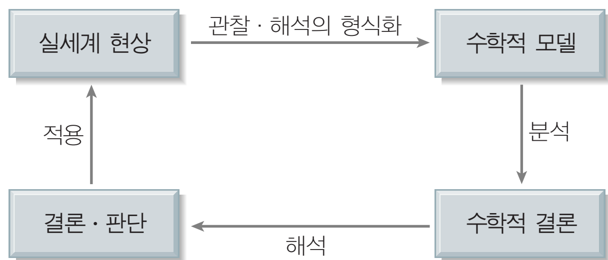
> 둘레의 길이가 35 cm인 직사각형의 가로의 길이가 세로의 길이보다 3 cm 더 길 때, 가로의 길이를 구하여라.

05 문제 해결 과정과 수학적 모델링

가. 문제 해결 과정과 수학적 모델링

수학적 모델링은 문제 해결의 특징을 지니지만, 비수학적 문제 상황에서 출발하는 것을 기본으로 한다는 점에서 문제 해결과 차별화된다(NCTM, 1991). 즉, 수학적 모델링은 비수학적 대상에서 수학적 표상을 찾는 것으로, 대상이나 체계 또는 과정의 중요한 특징을 이루는 수학적 구조나 이론을 세우는 것을 말하며, 어떤 현상에 관한 문제를 해결하기 위하여 원래의 문제 상황을 수학적으로 표현하는 수학화의 과정을 중시한다. 특히 한 체계에서의 개념이나 문제 상황을 다른 체계로 번안하여 내면화하거나 해결해 가는 과정은 모델링 과정의 전이가 쉽게 일어나도록 할 수 있음을 의미한다. 또한 수학적 모델링은 수학과 다른 과목 또는 일상생활과의 연결성을 강조한다. 이것은 수학 학습의 초점이 완결된 지식의 획득이 아니라 지속적인 모델의 구안과 수정을 통한 본 개념의 이해에 맞추어져야 함을 의미한다.

일상생활에서의 경험이 모델링 과정을 통해 수학적으로 재조직될수록 한 체계에서 다른 체계로 쉽게 전이되어 요소들 사이의 관계 구조의 파악이 용이하고, 이를 바탕으로 실세계에서 제기된 문제를 해결할 수 있다. 수학적으로 의미 있는 모델을 구성하는 모델링 과정은 4단계의 순환 과정으로 구성되며, 이를 그림으로 나타내면 다음과 같다.



[그림 Ⅳ-1] 수학적 모델링 과정(NCTM, 1991)

NCTM(1991)의 '*Mathematical Modeling in the Secondary School Curriculum*'에서는 수학적 모델링 과정을 다음과 같이 설명하고 있다.

① 현상을 관찰하여 그 현상에 내재되어 있는 문제 상황을 명료히 밝히고, 문제에 중요한 영향을 미치는 요인들을 찾는다.
② 요인들의 관계를 추측하고 그 요인들을 수학적으로 해석하여 현상에 적합한 모델을 구축한다.
③ 적절한 수학적 분석을 구축한 모델에 적용한다.
④ 결과를 얻어 내고 그 결과를 현상에 맞도록 재해석하여 결론을 도출한다.

요약하면 수학적 모델링은 실세계의 여러 현상을 수학적인 수단에 의해 정리하고 조직하는 활동으로, 문제를 해결하기 위하여 여러 가지 수학적 표현으로 변환하면서 현상에 내재된 수학적 개념을 파악, 문제를 해결하여 실세계의 문제 상황에 적용할 수 있도록 하는 활동 과정이다. 이러한 수학적 모델링을 통한 수학 학습은 새로운 수학적 개념을 도입하거나 이미 개발된 수학적 개념을 새로운 상황에 적용하는 데 유용하여, 중요한 수학적 아이디어와 문제 해결 과정에 강력한 수단이 된다. 따라서 수학적 모델링을 통하여 수학 교육에서 다음과 같은 목적을 달성할 수 있다(Niss, 1989).

- 새로운 수학적 개념과 방법을 이해한다.
- 실생활 또는 다른 교과에서의 수학의 응용과 모델링의 실제를 이해한다.
- 창의적 사고와 문제 해결 태도, 활동, 능력을 기른다.
- 수학을 활용하여 실생활 또는 다른 교과와 연결된 맥락을 비판적이고 합리적으로 사고하는 태도를 기른다.
- 수학이 이미 완성된 산물이 아니라, 인간 활동의 결과로 만들어지고 있는 것임을 이해한다.

나. 수학적 모델링의 예

연못에 있는 물고기의 수를 조사하는 다음 상황을 통해 수학적 모델링을 살펴보자.

(1) 문제 상황

이 게임의 목적은 연못에 있는 물고기의 수를 알아내는 것이다. 이러한 정보는 연못을 관리하고 물고기에 대해 파악하는 데 도움을 줄 것이다. 연못에 있는 물고기의 수를 어떻게 추측할 수 있겠는가?

(2) 필요한 수학 개념

비와 비율

(3) 모델

우리는 연못에 있는 물고기의 수를 알 수 없으므로, 물고기의 수를 n마리라고 하자.

우선 몇 마리의 물고기를 잡아 물고기가 다치지 않게 꼬리에 표를 달고, 다시 그 물고기들을 연못에 놓아준다고 가정하자. n마리 중에서 p마리를 잡아 표시를 하고, 며칠 후에 q마리의 물고기를 잡는다면 그중에는 꼬리표를 단 것도 있고 달지 않은 것도 있을 것이다. 이때 꼬리표를 단 물고기의 수를 x라고 하면, 다음과 같은 식이 성립한다.

$$\frac{p}{n}=\frac{x}{q}$$

p, x, q 모두 측정값이므로, n의 값을 구할 수 있다.

다음은 앞과 같은 활동을 10번 시행한 예이다.

표본 채취 순서	꼬리표를 단 물고기의 수	표본 수
1	3	15
2	0	15
3	3	15
4	1	15
5	2	15
6	4	15
7	6	15
8	2	15
9	4	15
10	2	15

이때 좀 더 정확한 n의 값을 구하기 위해서는, x의 평균 $\overline{x}$를 구하여 다음과 같은 식을 세울 수 있다.

$$n=\frac{pq}{\overline{x}}$$

예를 들어 처음에 표시한 물고기의 수(p)가 10마리이고 다섯 번 표본을 채취했다면, $\overline{x}=1.8$, $p=10$, $q=15$이므로 $n=83$이다.

위와 같이 연못에 있는 물고기의 수를 측정하는 이러한 과정을 'the capture/recapture' 방법이라고 하며, 이것은 게임으로도 사용되고 보존청에서도 활용되고 있다.

V. 수학과 평가의 특징 및 방법

01 수학과 평가의 동향

1990년대 초 미국 NCTM의 대안적 평가의 강조를 기점으로, 우리나라에서도 1995년 교육개혁위원회 주체의 '세계화 · 정보화 시대를 주도하는 신교육체제 수립을 위한 교육개혁방안' 수립, 1997년 서울시교육청의 초등학교 새물결 운동, 1997년 제 7 차 교육과정 개정 등의 영향으로 학교 현장에 수행 평가가 점차 반영되기 시작하였다. 결과적으로 우리나라에서도 전통적인 평가 방식의 변화 및 개선의 필요성이 인식되면서 새로운 평가 방법의 도입이 요청되고 이를 위한 대안으로 학교 현장에의 수행 평가 도입 및 활성화 방안이 추진되었으며, 이는 현재까지 지속적으로 강조되고 있다.

이에 대한 실례로 2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정의 모든 교과목에서의 평가 부분은 다음과 같이 진술되어 있다(교육과학기술부, 2011).

가. 수학 학습의 평가는 학생의 인지적 영역과 정의적 영역에 대한 유용한 정보를 제공하고, 학생 개개인의 수학 학습과 전인적인 성장을 돕고 교사의 수업 방법을 개선하는 데 활용되어야 한다.

나. 수학 학습의 평가에서는 학생의 인지 발달 단계를 고려하고, 교육과정에 제시된 내용의 수준과 범위를 준수한다.

다. 수업의 전개 국면에 따라 진단평가, 형성평가, 총괄평가 등을 적절히 실시하되, 지속적인 평가를 통하여 다양한 정보를 수집하고 수업에 활용한다.

라. 수학 학습의 평가에서는 선택형 위주의 평가를 지양하고 서술형 평가, 관찰, 면담, 자기 평가 등의 다양한 평가 방법을 활용하여 수학 학습에 대한 종합적인 평가가 이루어질 수 있게 한다.

마. 인지적 영역에 대한 평가에서는 학생의 수학적 사고력 신장을 위하여 결과뿐만 아니라 과정도 중시하여 평가하되, 수학의 교수-학습에서 전반적으로 요구되는 다음 사항을 강조한다.

(1) 수학의 기본적인 개념, 원리, 법칙을 이해하고 적용하는 능력
(2) 수학의 용어와 기호를 정확하게 사용하고 표현하는 능력
(3) 수학적 지식과 기능을 활용하여 추론하는 능력
(4) 다양한 상황에서 발생하는 여러 가지 문제를 수학적으로 사고하여 해결하는 능력
(5) 생활 주변 현상, 사회 현상, 자연 현상 등의 여러 가지 현상을 수학적으로 관찰, 분석, 조직하는 능력
(6) 수학적 사고 과정과 결과를 합리적으로 의사소통하는 능력
(7) 수학적 지식과 기능을 바탕으로 창의적으로 사고하는 능력

바. 정의적 영역에 대한 평가에서는 학생의 수학에 대한 긍정적 태도를 신장시키기 위하여 수학 및 수학 학습에 대한 관심, 흥미, 자신감, 가치 인식 등의 정도를 파악한다.

사. 수학 학습의 평가에서는 평가하는 학습 내용과 방법에 따라 학생에게 계산기, 컴퓨터, 교육용 소프트웨어 등의 공학적 도구와 다양한 교구를 이용할 수 있는 기회를 제공한다.

이상의 내용을 중심으로 우리나라 수학과의 평가 동향을 간략히 살펴보면, 우선 평가를 통하여 학생에 대한 등급을 매기기보다는 학생과 교사에게 도움을 주는 것이 강조되어 있으며, 최종 결과의 평가보다는 과정에 대한 평가를 강조하고 있다. 또한 객관식 선다형 위주의 평가를 지양하고 주관식 지필 검사, 관찰, 면담 등 다양한 평가 방법을 활용하여 종합적인 수학 학습 평가 등을 권장하고 있다. 특히 최근 들어 인지적 영역에 대한 평가뿐만 아니라 정의적 영역에 대한 평가도 점차 강조되고 있다. 아울러 평가 상황에서도 계산기, 컴퓨터와 같은 공학적 도구 및 교구의 적절한 이용을 권장하고 있음을 알 수 있다.

02 수학과 평가의 원리

학교 수학에서의 평가는 주로 교수-학습 방법의 개선을 위하여 이루어져야 하는데, 그동안 평가는 수준 판정 및 선발의 목적을 달성하는 데 치중해 왔다. 이로 인해 평가는 학생들에게 도움을 주기보다 많은 심적인 부담을 안겨 주었으며, 그러한 평가 결과는 교사의 수업 방법을 반성하고 개선하는 데 그다지 활발히 활용되지 못하였다. 또 지식을 측정하는 지필 검사가 전적으로 활용되고, 창의력, 탐구력과 같은 고등 정신 능력과 흥미, 관심, 열의와 같은 정의적 능력을 평가할 수 있는 다양한 평가 방법이 활용되지 못하였다. 이렇듯 잘못된 평가 방식은 교육 본연의 모습을 그르칠 수도 있지만, 반대로 올바른 평가 방식은 교육 본연의 모습을 찾는 데 절대적인 영향을 미친다. 이에 따라 수학 교과에서 점차 지향되고 있는 평가의 동향이나 특징에서 알 수 있는 바와 같이, 수학과 평가가 바르게 이루어지기 위해서는 다음과 같은 기본 원리가 지켜져야 한다(황혜정 외, 1997).

가. 발달적 교육관을 중시하는 평가

평가는 그 방향과 방법에 영향을 주는 기준하에서 선발적 교육관과 발달적 교육관으로 대별할 수 있는데, 발달적 교육관에서의 교육 평가는 학생의 선발이나 개인차를 내는 데 관심이 있는 것이 아니라, 모든 학생이 가능한 한 의도하는 바의 수업 목표를 달성할 수 있도록 모든 학습자에게 적절한 학습 방법을 배치하기 위한 평가를 하게 된다. 또한 학생 간의 서열과 개인차를 내기 위한 평가 방법보다는 주어진 수업 목표를 어느 정도 달성하였는가 하는 수업 목표 달성도의 평가에 그 관심이 집중된다.

발달적 교육관은 준거지향평가의 관점으로 귀결된다고 할 수 있다. 평가의 목적에 따라서 상대평가를 하여야 할 때가 있고, 준거지향평가를 하여야 할 때도 있다. 그러나 수학과 평가가 수학적 능력을 신장시킨다는 목적을 달성하기 위해서는 교사가 선발적 교육관보다는 발달적 교육관을 지녀야 한다. 그럼으로써 교사는 교육 목표의 달성도와 학생의 학습 과정에 더욱 관심을 기울이고 자신의 수업 방법과 평가 방법에 대해 보다 반성하며 학생 개개인에 적합한 교수-학습 방법을 적용할 수 있다.

나. 다양한 평가 방법을 수반하는 평가

그동안 수학 교과에서 다양한 평가 방법이 사용되지 못한 주된 이유는 교사에게 주는 부담, 그리고 다양한 평가 방법을 활용할 수 있는 다양한 형태의 수업을 하는 데 교사가 익숙하지 못하기 때문이다. 또 수학에서는 지필 검사만으로도 학생들의 수학적 능력을 충분히 평가할 수 있다는 잘못된 인식 때문일 수도 있다. 그러나 지필 검사만으로는 다양한 상황에서 다양하게 표현되는 수학적 능력을 종합적으로 바르게 평가할 수 없다. 수학이 타 교과목과는 다른 특성을 지니고 있다고 하더라도, 수학적 능력 역시 다양한 평가 방식을 통해서 바르게 평가될 수 있다. 이제까지의 일상적인 수업 방법을 탈피하여 학생들의 수학적 사고를 자극하는 새로운 수업 방법을 적용하여 보고, 또 이에 부합하는 새로운 방법으로 평가를 해야 할 것이다.

다. 문제 해결 과정을 중시하는 평가

현재의 수학과 평가에서는 정 · 오답 여부, 점수, 석차 등이 중요시되고 있으며, '학생이 어떠한 사고 과정을 거쳐서 이 문제를 해결하였는가?', '학생이 사고 과정에서 어떤 오류를 범해서 문제를 풀지 못하였는가?'는 중요시되지 않는다. 이는 다인수 학급에서의 평가의 효율성, 선발적 교육관, 상대적 평가관이 중요시되는 분위기 때문이다. 그러나 이러한 평가 방식이 계속 적용되면 학생은 사고 과정, 문제 해결 과정의 타당성보다 정 · 오답 여부에만 신경을 쓰기 때문에 학생의 수학적 사고 능력, 문제 해결력은 향상되지 못한다. 또 교사는 학생 개개인이 지닌 사고 과정의 결함을 알 수 없기 때문에 그러한 결함들이 발견되어도 치유되기 어렵다. 교사 역시 자신의 교육 방법을 반성해 가면서 학생을 지도할 기회를 가지기

어렵다. 그러므로 이러한 일을 가능하게 하려면 다양한 풀이 과정과 방법이 공유되는 해결(또는 수행) 과정을 중요시하는 평가가 이루어져야 할 것이다.

라. 정의적 영역의 능력을 중시하는 평가

정의적 영역의 평가는 수학적 지식 및 기능에 관한 인지적 영역의 평가 못지않게 중요하다. 학생이 가지는 수학적 성향은 그가 수학에 계속적으로 관심을 가지고 공부를 하며, 높은 성취를 이룰 수 있을 것인지를 판단하는 중요한 준거가 된다. 최근 들어 우리나라에서도 정의적 영역에 대한 평가의 중요성이 점차 인식되고 있다. 이는 우리나라 학생들이 국제 학업성취도 비교 평가에서 수학 학업성취 수준은 세계 최상위권임에도 불구하고, 정의적 수준은 최하위권인 것으로 나타났기 때문이다. 많은 학생들이 수학은 재미없고 어려운 과목, 일상생활에 도움이 안 되는 과목, 대학 입시를 위한 과목 등 매우 부정적인 교과로 인식하고 있는 것으로 나타났다. 이는 우리 사회에 큰 우려감을 주고 있으며, 이에 대한 개선책이 요구되고 있다(박선화 외, 2010).

그럼에도 불구하고 우리의 현실에서 정의적 영역에서의 평가가 제대로 이루어지고 있지 않은 이유는 평가에서의 주관성과 교사의 주관적 판단을 중요하게 여기지 않고 신뢰하지 못하는 분위기, 평가상의 번거로움, 교사들이 쉽게 이용할 수 있는 평가 도구나 자료의 부족 때문이다. 이에 따라 교사의 주관적 판단의 중요성을 인식하고 그것을 신뢰하며, 평가상의 번거로움을 최소화하고, 교사들이 손쉽게 이용할 수 있는 관찰 또는 면담지 등의 평가 도구가 개발되고 제공된다면, 정의적 영역에 대한 평가도 보다 활성화될 수 있을 것이다.

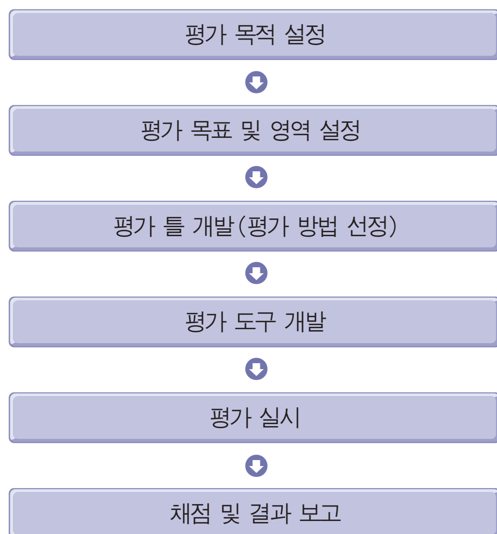
여기서 수학에 대한 정의적 특성의 의미와 구성 요소를 간단히 살펴보면 다음과 같다. 한국교육과정평가원(박선화 외, 2010)에서는 수학에 대한 정의적 특성을 수학에 대한 경험으로 인하여 형성된 정서, 신념, 동기 등을 포함하는 심리적 특성으로 정의하여 제시하였다.

〈표 Ⅴ-1〉 수학에 대한 정의적 특성의 요소

범주	하위 요소	정의
정서: 비교적 강하게 단시간 동안 계속되는 감정. 희노애락, 애증, 공포, 쾌감 등	흥미	교과나 학습 주제 등에 대해 주관적으로 느끼는 선호도 및 학습 활동에 참여함으로써 발생하는 즉각적인 재미
	호기심	지속적이면서 일관되게 새로운 것을 추구하는 개인의 심리적 경향성
	수학 불안	수학 교과 자체 또는 수학과 관련된 일이나 문제 등에 대하여 긴장하고 두려워하거나 걱정하고 염려하는 심리 상태
신념: 어떤 아이디어, 사건, 행위 등과 같은 대상에 대해 여러 반응을 시도하고 다양한 시행착오의 과정을 반복하면서 형성된 가치 체계	수학관	문화적 가치와 사회적 기대를 경험과 학습을 통하여 내면화한 것으로 수학이 가지고 있는 교과로서의 특성과 그에 적절한 학습 방법에 관한 개인적인 관점
	가치 인식	사회적 맥락이나 학습자 자신의 삶의 맥락과의 관계 속에서 수학의 기능과 유용성에 대한 평가
	귀인	수학과 관련된 성공과 실패의 원인에 대한 개인적 지각으로 원인의 소재(내적 · 외적 요인), 안정성, 통제 가능성에 대한 추론
동기: 학습 활동을 유발하고 지속하게 하는 힘으로서 학습 활동을 의미 있고 가치 있는 것으로 보고 학습 활동으로부터 의도된 가치를 얻고자 하는 경향성	목표 지향성	성취 상황에서 개인이 과제를 수행하는 목표에 대한 개인의 지향성으로, 타인과 비교하거나 자신의 능력을 타인에게 증명하기 위한 목표인 수행 목표와 과제의 숙달이나 능력을 향상하기 위한 목표인 숙달 목표로 구분됨
	자기 효능감	목표 달성에 필요한 행동 과정을 조직하고 행하는 자신의 능력에 대한 믿음으로, 특정한 시간에 주어진 특정 과제를 잘 수행할 수 있는지에 대한 인식
	자기 조절력	개인적 목표 설정과 설정한 목표를 성취하기 위한 행동 조정으로, 장기적 목표 달성을 위해 바람직한 행동을 추구하고 그렇지 않은 행동은 억제하여 충동적이거나 즉각적이지 않고 스스로 문제를 신중하게 계획, 해결, 평가하려는 경향성

03 수학과 평가 절차

평가는 상황에 따라 다양한 형태로 시행되므로 모든 상황에 적용 가능한 평가 절차를 규명하기란 쉽지 않다. 하지만 교사가 평가 주체자가 되어 학생들의 수학적 능력이나 태도를 평가하는 경우에 초점을 두어, 평가 시행을 위한 기본 절차를 그림으로 나타내면 다음과 같다.



[그림 Ⅴ-1] 수학과 평가의 기본 절차

평가를 하고자 할 때 가장 먼저 고려해야 할 것은 '어떤 목적으로 평가를 할 것인가'를 결정하는 일이다. 진단평가나 형성평가와 같이 교사가 자신의 수업에 대한 피드백을 얻기 위한 목적으로 평가를 실시한다면 수업을 진행하기 전이나 진행하는 도중에 평가를 실시하여 그 결과를 수업 개선에 활용하게 될 것이다. 반면 총괄평가와 같이 학생들의 성취 정도에 따라 등급을 결정하는 것이 목적이라면 보다 객관적인 평가 방법을 이용하며, 평가의 내용도 한 학기 또는 일 년 동안 학생들이 학습한 전체 내용을 포괄하는 것이 더 타당할 것이다. 이처럼 평가의 목적에 따라 평가 내용, 방법, 시기 등 진행되는 평가의 전체적인 모습이 달라지므로, 우선 평가를 하고자 하는 목적부터 염두에 두어야 할 것이다.

두 번째 단계에서는 첫 번째 단계에서 결정한 평가 목적에 따라 평가하고자 하는 영역(이하 평가 영역)을 설정하고, 해당 영역의 주요 교육 목표가 무엇인지 확인하여야 한다. 이때의 교육 목표는 각 문항에 대한 구체적인 평가 목표를 뜻하는 것이 아니라 교육과정의 목표 및 내용에 준하여 해당 평가 영역의 교육 목표를 설정하는 것을 말한다.

세 번째 단계에서는 균형 있는 평가 도구 개발을 위하여 평가 틀을 개발하는 것이다. 평가 틀은 평가 영역의 교육 목표를 분석하여 이를 잘 반영할 수 있도록 설정된 행동 영역과 내용 영역, 평가 목표, 평가 문항 유형, 각 요소별 문항 출제 비율 등을 포괄적으로 포함한다.

또한 이때 평가하고자 하는 목적, 평가하고자 할 영역, 그리고 그 영역에 해당하는 교육 목표를 토대로 이에 부합하는 평가 방법을 선정하여야 할 것이다. 예를 들어 총괄평가를 실시할 목적으로 특정 평가 영역을 선정하여 해당 교육 목표가 확인되었을 때, 인지적 영역 능력에 관한 평가를 실시하기 위해서는 이에 부합하는 평가 방법을, 정의적 영역 능력에 관한 평가를 실시하고자 할 경우에는 이에 따른 적절한 평가 방법을 사용해야 할 것이다.

네 번째 단계는 위의 세 번째 단계를 통해 마련된 평가 틀에 부합하는 평가 도구를 개발하는 과정이다. 평가 도구 개발 시에 문항의 양호도, 검사 시행의 시간 소요 등을 고려하여 문항을 개발하고 그에 따라 모범 답안 및 채점 기준도 개발하여야 한다. 이때 '평가 도구 개발'이란 인지적 영역의 평가에서 지필 검사를 위한 평가 문항 개발, 채점 기준 및 예상 답안 작성과 정의적 영역에서의 평가를 위한 평가(주로 관찰 및 면담) 요목 개발, 기록 방법 작성 등을 총체적으로 일컫는 말이다.

다섯 번째 단계에서는 평가를 실시하고, 가채점을 통하여 사전에 준비한 채점 기준 및 예상 답안의 적절성을 검토하여 이를 수정·보완한 후, 이를 참고로 하여 실제적인 채점에 임하도록 한다.

마지막 단계로는 평가 목적에 따라 적절한 방법으로 기록하여 그 결과를 보고하도록 한다.

04 수학과 평가 틀 개발 시 유의 사항

학교 수학에서 수학 교육 목표를 내용과 행동 수준에 맞추어 평가하는 것은 바람직한 일이며, 이를 위해서는 수학과에 적합한 평가 틀을 마련하여야 한다. 평가 틀은 평가 도구 개발 및 평가의 전 과정에서 평가 방향과 평가 관련 항목을 선택하거나 결정할 때 판단의 준거가 된다. 평가 틀은 평가에 관한 보다 체계적이고 포괄적인 구조를 설명할 수 있다는 장점과 더불어 평가 문항과 내용 및 행동 영역의 적합성을 판정하고 설명하는 데 용이하다고 할 수 있다. 〈표 Ⅴ-2〉, 〈표 Ⅴ-3〉 참조

수학과 평가 틀을 개발하는 데 있어서 고려해야 할 제한 사항은 다음과 같다.

첫째, 일반적으로 평가의 목적은 우수 학생을 선발하려는 것이 아니고 학생들의 교육 성취 정도(수준)가 얼마나 되는지, 그리고 각각의 수준에 도달한 학생들이 얼마나 되는지 파악하는 데 있으므로 평가 틀이 학생들의 성취 수준을 골고루 측정해 낼 수 있도록 세워져야 한다. 그러므로 가장 기초가 되는 수준에서부터 우수한 학생까지의 성취 정도가 잘 드러날 수 있도록 다양한 수준의 문항으로 구성되어야 한다.

둘째, 가능하면 평가 요소를 적어도 내용 영역과 행동 영역으로 이원화하도록 한다. 특히 행동 영역을 설정하여 소홀하기 쉬운 '지식의 활용 또는 적용' 능력에 의미 있는 비중을 두도록 한다. 동시에 폭넓은 수준의 학업 성취의 정도를 파악할 수 있도록 행동 영역을 가장 기초적인 지식이나 단순 계산에서부터 보다 복합적인 사고를 요구하는 탐구나 문제 해결 능력까지 평가의 대상으로 삼아, 학생들이 어느 영역에 더 높은 성취를 보이는지 파악할 수 있도록 한다.

셋째, 평가 틀의 구성에 있어서 시대적 요구가 강한 행동 영역을 의도적으로 평가 틀에 포함시키도록 한다. 예를 들어 의사소통 능력과 같이 시대적으로 강력히 요구되고 있으면서도 실제 학교 현장에서는 소홀히 다루어지는 능력을 평가 틀에 과감히 도입함으로써 학교 교육과정 운영에 있어서 선도적 역할을 기대해 볼 만하다.

〈표 Ⅴ-2〉 수학과 평가 틀의 예

행동 영역 / 내용 영역	계산	이해	추론	문제 해결
수와 연산				
문자와 식				
함수				
확률과 통계				
기하				

〈표 Ⅴ-3〉 수학과 평가 틀에서의 인지적 행동 영역의 정의

행동 영역	정의
계산	여러 가지 계산법, 나아가 문제 해결에 이르기 위한 명확한 절차, 즉 알고리즘을 능숙하게 구사할 수 있는 능력에 관한 것
이해	기본적인 수학적 개념, 원리, 법칙 및 그 관련성을 이해하여 의미 충실한 개념적 사고를 형성할 수 있는 능력에 관한 것
추론	• 관찰, 열거, 실험 등을 통한 귀납과 유추, 추측에 의해 수학적 법칙과 문제의 해법을 발견할 수 있는 능력에 관한 것 • 조건명제의 증명, 삼단논법에 의한 연역적 추론, 반례에 의한 증명, 간접증명법, 모순법, 동치인 명제의 증명, 수학적 귀납법 등을 이용한 증명을 읽고 이해할 수 있으며, 이러한 방법을 사용하여 수학적 명제를 증명할 수 있는 능력에 관한 것
문제 해결	• 수학의 여러 가지 내용 사이의 개념, 원리, 법칙 등의 관련성이 요구되는 수학 내적인 문제를 해결할 수 있는 능력에 관한 것 • 수학과 일상생활 및 타 교과 내용과의 관련성의 파악이 요구되는 통합 교과적(수학 외적)인 소재의 응용 문제를 해결할 수 있는 능력에 관한 것

05 서술형 및 수행 평가 문항의 채점 방법

서술형 또는 수행 평가 문항 등에서 학생들은 문제(질문 내용)조차 이해하지 못하는 경우, 문제는 이해했으나 풀이 과정이 틀린 경우, 또는 풀이 과정은 옳으나 계산 과정이 미흡하여 실제로 결과를 나타내는 부분이 틀린 경우 등 여러 가지 반응을 나타낸다. 실제로 학생들의 문제 풀이를 평가하는 데 있어서 가장 어려운 부분은 여러 가지 유형의 오류들을 드러내는 풀이를 어떻게 평가할 것인가를 결정하는 일이다. 이때 풀이 과정을 중시하여 채점하는 방법으로는 '분석적 점수화 방법'과 '총체적 점수화 방법'을 들 수 있다(Charles, et. al., 1987).

먼저 '분석적 점수화 방법'이란 주어진 문제를 해결하는 데 필요한 단계(과정)를 구체화하여 각 단계별로 채점 요소를 세우고 점수를 배당하는 방법을 말한다. 이때 어떤 특정 요소에 대한 채점 결과가 다른 요소에 대한 채점 결과에 영향을 주어서는 안 되며, 각 문항마다 채점 요소를 지나치게 세분화하지 않도록 한다. 분석적 점수화 방법은 학생 개개인의 답안지를 면밀히 분석해야 하므로 채점하는 데 많은 시간을 필요로 하지만, 주어진 문제의 해결 과정에 따라 단계별로 수치화한 점수를 부여함으로써 채점자 간의 평점 차를 줄이고 동일한 채점자 내에서도 일관성 및 객관성을 유지할 수 있다는 것이 주요 장점이다. 한편 '총체적 점수화 방법'이란 주어진 문제를 해결하는 데 필요한 특정 내용이나 과정에 대하여 각각 점수를 부여하는 대신, 풀이 전반에 걸쳐 하나의 점수를 부여하는 방법을 말한다.

서술형 및 수행 평가 문항의 채점을 위한 채점 기준은 주로 분석적 점수화 방법을 토대로 문제 이해, 문제 해결 과정, 답 구하기 등의 과정이 반영되도록 작성한다. 이를 작성하는 과정에서 각 문항의 배점과 채점 요소별 배점은 평가 목적이나 목표에 따라 적절히 부여하도록 한다. 다음은 서술형의 문항에 대한 채점 기준을 분석적 점수화 방법으로 제시한 예이다.

【문항】

작년에 A 중학교의 학생 수는 1050명이고, 금년에는 작년보다 남학생은 4 % 증가하고 여학생은 2 % 감소하여 전체적으로 9명이 증가했다. 금년의 남녀 학생 수를 각각 구하여라.

【모범 답안】

작년의 남학생의 수를 x, 여학생의 수를 y라고 하면

$$\begin{cases} x+y=1050 \\ \frac{4}{100}x-\frac{2}{100}y=9 \end{cases}$$

이므로 $x=500$, $y=550$이다.

따라서

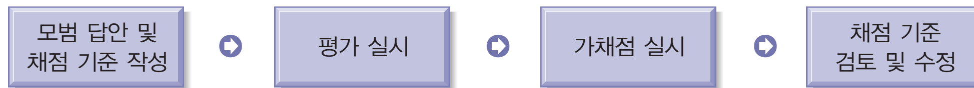
금년의 남학생의 수: $500+\frac{4}{100}\times 500=520$(명)

금년의 여학생의 수: $550-\frac{2}{100}\times 550=539$(명)

【채점 기준】

영역 \ 요소	채점 요소	배점
문제 이해	작년의 남학생 수를 미지수로 정하기	1점
	작년의 여학생 수를 미지수로 정하기	1점
해결 과정	작년의 학생 수에 관한 식 세우기	1점
	작년보다 늘어난 금년의 학생 수에 관한 식 세우기	3점
답 구하기	금년의 남학생 수 구하기	2점
	금년의 여학생 수 구하기	2점
총점		10점

서술형 및 수행 평가 문항에 있어서 모범 답안은 채점 기준을 작성하는 데 있어서 구체적인 지침의 역할을 한다. 문항의 특징이나 성격에 따라 다르겠지만, 일반적으로 수학 교과의 특성상 피험자가 다양한 창의성을 발휘하여 평가자가 생각하지도 않았던 여러 가지 형태의 답을 제시할 가능성은 그리 높지 않다. 하지만 서술형 문항의 경우에는 답안을 작성하는 과정에서 실수나 오답의 가능성이 높으므로 이에 관한 채점 기준을 마련하여 채점 결과의 공정성을 유지해야 할 것이다. 이에 따라 모범 답안과 그에 따른 채점 기준을 구체적으로 마련하고 평가를 실시한 후 이미 작성된 채점 기준(안)을 토대로 일부 학생들의 실제 답안을 '가채점'하는 일은 매우 중요하다고 하겠다. 이는 채점 기준의 요소 중에서 채점자(교사)가 미처 생각하지 못하였던 채점 요소나 부적절하게 배당된 요소별 점수가 있는지를 검토하고, 미비한 부분을 보완 · 수정하기 위함이다. 위와 같은 절차를 그림으로 나타내면 다음과 같다.

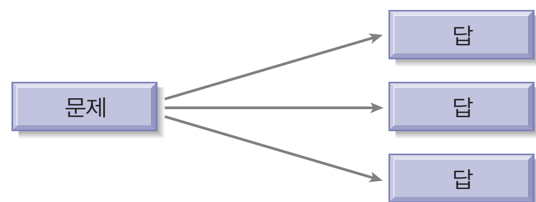


[그림 Ⅴ-2] 채점 절차

06 프로젝트

가. 프로젝트의 의미

프로젝트의 사전적 의미는 '실행 계획서'이지만, 수학 교육에서 프로젝트는 보다 넓은 의미로 무엇을 할 것인가뿐 아니라 그것을 실제로 수행하여 자료를 제시하고 그 결과를 평가하는 것을 포함한다. 프로젝트는 열린 반응을 요구하는 일종의 수행 과제를 말하며, 이때 개방형 문제, 즉 열린 반응(open-ended, open-responded) 문제는 해답이 정해져 있지 않고 학생의 관점에 따라 여러 가지 답이 나올 수 있는 문제를 말한다. 하지만 경우에 따라서 개방형 문제의 답은 모범 답안이 제한되지 않을 수 있다. 즉 결정되지 않을 수도 있다.



[그림 Ⅴ-3] 수학적 모델링 과정(NCTM, 1991)

【개방형 문제의 예】

숫자 4를 네 번 사용하고 $+$, $-$, $\times$, $\div$, $\sqrt{\ }$, 분수 등의 기호를 써서 0부터 9까지의 수를 만들어 보아라.

【풀이】

$0=4+4-4-4=44-44$

$1=\frac{4}{4}+4-4=\frac{44}{44}=\frac{4}{4}\times\frac{4}{4}=\frac{4}{4}\div\frac{4}{4}$

$2=\frac{4}{4}+\frac{4}{4}=4-\frac{4+4}{4}$

$3=\frac{4+4+4}{4}$

$4=(4-4)\times4+4=\sqrt{4+4+4+4}$

$5=\frac{4\times4+4}{4}$

$6=\frac{4+4}{4}+4=\frac{4+4+4}{\sqrt{4}}$

$7=\frac{44}{4}-4=\{4-(4\div4)\}+4$

$8=4+4+4-4=\sqrt{4}+\sqrt{4}+\sqrt{4}+\sqrt{4}$
$=4\times4\div4+4=4\times4-(4+4)$

$9=4+4+\frac{4}{4}$

학생들은 열린 반응의 과제들을 수행하기 위하여 어떤 수학적 지식을 사용해야 하는지를 결정해야 할 뿐만 아니라 때로는 어떻게 접근해 나아가야 할 것인가에 관한 수학적 방법까지도 결정해야 한다. 이에 따라 프로젝트는 학생들의 실제 생활과 직접 관련되어 그들의 고등 사고 능력을 발휘할 수 있는 문제 상황을 주제로 제시함으로써 과정 중심의 수행 경험을 하게 한다.

나. 프로젝트의 특징과 개발 시 유의점

프로젝트의 특징을 살펴보면 다음과 같다.

첫째, 프로젝트는 어떤 특수한 상황에서 개인이 원하는 바의 깊이 있는 탐구를 가능하게 하므로, 프로젝트의 주제 및 진행 과정을 개별화 또는 차별화하여 개성에 맞게 다룰 수 있다.

둘째, 프로젝트는 구체물에서 서적, 영화, 비디오 등의 매체에 이르기까지 다양한 자료에 대하여 수학적으로 해석하고 설명하는 과정을 포함하므로, 다른 교과 내용과의 연계성에 따른 수학적 가치의 인식이 가능하고 창의적 사고, 비판적 사고 등과 같은 보다 고차원적인 사고 능력을 신장시킬 수 있다.

셋째, 프로젝트는 소그룹의 협동 학습을 통하여 학생들이 자신이 속한 집단의 다른 구성원들과 이야기하고 그들의 활동 결과를 학급 전체에 (말하기와 쓰기의 형태로) 전달함으로써 의사소통 능력을 신장시킬 수 있다.

한편 다음은 프로젝트 개발 시 유의해야 할 사항이다.

첫째, 프로젝트는 학생들이 수학적인 안목에서 현상을 파악할 수 있는지, 또는 배운 수학적 지식을 사용하여 생활의 여러 가지 문제를 해결할 수 있는지를 평가하기 위한 것으로, 판에 박힌 문제(정형 문제)를 지양하고 참신하고 새로운 성격의 주제(문제)를 개발하도록 한다.

둘째, 프로젝트의 채점을 위한 채점 기준은 총체적 점수화 방법과 분석적 점수화 방법을 적절히 고려하여 작성한다. 서술형 문항의 경우와 마찬가지로, 프로젝트의 채점 기준(표)의 작성 과정에서 각 문항의 배점과 채점 요소별 배점은 평가 목적이나 목표에 따라 부여하도록 한다.

다. 프로젝트의 채점 방법

프로젝트의 수행 과정은 다음 〈표 Ⅴ-4〉와 같은 기록지를 사용한 자기 평가(self-assessment) 방법을 이용하여 학생 스스로 작성해 보게 하고, 이를 평가하거나 점검하는 것이 용이하며 바람직하다(황혜정 외, 1997).

〈표 Ⅴ-4〉 학생 자기 평가 기록지(예)

학생 자기 평가 기록지
단원명: ______________________ 날　짜: _____년 _____월 _____일 _____교시 이　름: ______________________　(_____학년 _____반 _____번)
주제(문제):
해설(풀이):
반성(소감):
자기 평가: 아주 못함(　　)　못한 편임(　　)　잘한 편임(　　)　아주 잘함(　　)
교사 논평:

점선을 따라 자르세요.

한편 프로젝트의 전반적인 활동 과정 및 결과에 대하여 평가하고자 할 때, 다음과 같이 관찰에 의한 평정척도지를 활용하면 편리하다(Krulick 외, 1998).

〈표 Ⅴ-5〉 평정척도법을 이용한 과제 수행 능력 평가(예)

이름: ________________ 날짜: ________________

평정척도

1=불충분 2=만족 3=훌륭함

관찰(면담) 요목			0	1	2	3	논평
과제 수행 능력	주제 이해						
	해결 전략 선정						
	계획 수행						
	검토 및 반성						
	의사소통						
	태도						

07 관찰 및 면담

가. 관찰 및 면담의 특징

관찰 및 면담에서 평가자는 수학 문제의 해결을 위하여 사고하고 있는 개인, 소집단, 또는 학급에 대하여 관찰 내지 면담을 하면서 기록하게 된다. 이 방법은 수학적인 수행 능력과 같은 인지적 영역뿐 아니라 수학에 대한 태도와 신념 등 정의적인 영역까지 평가할 수 있는 장점이 있다. 또한 관찰 및 면담은 검사를 통해 양적으로 확인할 수 있는 학생의 수학적 능력이나 사고에 대하여 보다 심화된 자료를 얻을 수 있다. 하지만 우리나라 교육 현실을 감안할 때, 독자적인 평가 기법으로서의 역할보다는 다른 평가 기법에 의한 결과를 점검하고 보완하는 보조 역할의 의미가 크다.

특히 관찰의 목적으로 사전에 생각하지 못하였던 측면에 대하여도 부수적인 자료를 수집할 수 있다. 또 관찰은 정규 수업 시간 중에 자연스럽게 이루어질 수 있고, 특정한 사고력에 중점을 두고 평가할 수 있으며, 다른 평가 기법에 의한 결과를 점검하고 보완할 수 있다.

관찰이나 지필 검사와 더불어 면담은 학생들과 직접 대화함으로써 문제 해결 상황에서 실제로 나타내 보인 행동이나 서면의 '결과'를 도출해 내기까지의 사고 '과정'에 대한 통찰을 가능하게 하는 기법이다. 개별적으로 면담을 실시하여 학습 부진아를 진단하거나 학습 우수아를 선별할 수 있다. 또 소그룹별로 과제를 수행하는 자연스러운 분위기에서 면담을 실시하여 평가 목적에 부합하는 정보를 얻을 수도 있다.

나. 관찰 및 면담의 유형

실제로 현장에서 사용할 수 있는 관찰법은 수업 시간에 교사가 학생들을 대상으로 실시하는 비참여 관찰로, 학생 전체 또는 소집단이나 개인별로 자연스럽게 행해질 수도 있다. 다만 교사가 수업을 진행하면서 관찰 결과를 기록할 수 있는 시간이 한정되어 있으므로, 학급 전체보다는 개별 또는 소집단을 대상으로 관찰을 실시하는 것이 효과적이다. 그런데 사실 비참여 관찰의 경우 객관적으로 관찰이 가능하나 관찰의 기회가 적고, 심리적으로 격리되어 있기 때문에 미세한 변화를 파악하기 힘들다.

한편 공식적 면담은 면담자가 미리 만들어진 일련의 질문을 가지고 응답자에게 질문하는 방법이다. 이때 각 면담에서는 똑같은 질문이 똑같은 방법으로 부과되므로, 공식적 면담은 질문지를 언어로 표현하는 방법이라고 볼 수 있다. 이에 반해 비공식적 면담은 면담 계획을 세우되 면담 목적만을 명백히 하여 융통성 있는 접근을 시도하는 방법이다. 따라서 연구자(교사)가 한 현상에 관한 적절한 질문들을 충분히 가지고 있지 않을 때 유용하다. 이러한 면담은 예정된 '질문군'이 없고 본질적으로 탐색전부터 시작한다고 볼 수 있다.

결국 면담이 공식적으로 진행되든 비공식적으로 진행되든, 교사는 주로 정규 수업 외의 상황에서 학생들과의 면담을 통해 그들과 직접 대화함으로써 그들이 수학 수업 상황에 어떻게 수용하고 대처하는지에 대해 보다 깊은 이해를 구할 수 있다. 또 소그룹별로 과제를 수행하는 자연스러운 분위기에서 (비공식적) 면담을 실시하여 평가 목적에 부합하는 정보를 얻을 수도 있다.

특히 공식적 면담은 개별적으로 면담을 실시하여 학습 부진아를 진단하거나 학습 우수아를 선별하는 데 유용하며, 비공식적 면담은 그들을 진단, 선별하는 것뿐만 아니라 그들의 능력에 따른 처치도 가능하다. 면담은 주로 개별적으로 진행하는 것이 상례이지만, 비공식적 면담의 경우에는 소그룹별로 면담을 진행하여 면담 대상자들끼리 보다 자연스러운 분위기에서 진행됨으로써 보다 정확한 정보를 얻을 수 있는 이점도 있다.

다. 관찰 및 면담 시 유의 사항

일반적으로 관찰을 통해 정기적으로 기록하여 평가하기 위해서는 관찰자인 교사의 많은 시간과 노력이 절대적으로 필요하며, 관찰 목적에 알맞은 현상을 포착하기 어려울 때도 있다. 또한 학생들의 반응을 관찰할 때 편견

을 가지게 되어 관찰 결과에 주관성이 개입될 여지가 있으며, 관찰의 대상이 되는 학생들 역시 관찰자인 교사를 의식하면서 행동이 달라질 수 있다. 사실 교사가 관찰만을 통하여 학생들의 다양한 행동이나 사고 과정 등을 정확히 파악하기는 어렵다.

관찰 시 유의해야 할 점은 다음과 같다.

- 뚜렷한 관찰 목적 또는 문제 의식을 가지고 관찰에 임하도록 한다.
- 관찰 계획을 치밀하게 세워야 한다.
- 부분과 전체의 관련을 지으며 관찰함으로써 피상적인 관찰이 되지 않도록 해야 한다.
- 객관적인 태도로 관찰해야 한다.
- 관찰 기간은 짧게 하고 누적시키는 방법을 쓰도록 한다.

공식적 면담의 경우에는 면담 도중 학생의 반응에 개입하는 일이 없으므로, 사전에 질문 내용들을 신중히 계획하여 작성하면 별 문제가 없으나, 비공식적 면담에서는 교사가 학생의 반응에 따라 수시로 질문하게 되므로 더욱 주의를 해야 한다.

면담 시 유의해야 할 점은 다음과 같다.

- 면담 시 교사의 반응이나 질문으로 인해 대화의 방향이 바뀌어서는 안 되므로 교사의 태도(반응)는 중립적 입장을 취해야 한다.
- 질문의 내용과 시기가 적절해야 한다.
- 학생이 편안하고 안정감을 가지도록 면접 환경과 조건을 구성해야 한다.
- 교사가 면담 시 기본적으로 갖추어야 할 태도는 중립적인 태도, 공정한 태도, 자연스러운 태도, 담화적인 태도, 친절한 태도이다.

라. 관찰 및 면담의 기록 방법

관찰 및 면담의 목적이 결정되면 대상, 장소, 시간, 기록 유형 등의 세부 계획이 진행되어야 하며, 이때 활용될 수 있는 기록 방법에는 체크리스트와 평정척도법 등이 있다.

체크리스트나 평정척도법은 사전에 관찰할 행동 요목을 제작하는 과정에서 많은 시간과 노력이 요구되지만, 그 기록 자료를 재분석하지 않고 평가 자료로 수월하게 활용할 수 있다. 그러나 체크리스트나 평정척도법은 사전에 치밀하게 관찰 요목을 작성하여도 임의적이고 예측하지 못하는 행동이 발생하는 경우에는 적절한 기록을 수행하기가 곤란한 단점이 있다.

관찰 및 면담의 자료(정보)를 수집하면, 그다음 단계로 그 정보들을 요약하고 행동의 패턴을 결정하는 작업이 필요하다. 물론 기록 형태에 따라 정보를 요약하는 방법이 다양하게 개발될 수 있다. 일반적으로는 관찰에 의해 기록된 자료들을 그래프 및 빈도, 시간, 가중치의 평균 등의 기술 통계 수치로 분석한다. 그러나 학교 현장에서는 기록된 자료를 진술문 형태로 요약하여 교사의 전문적 판단에 따라 필요한 조언을 하는 것이 보다 수월하고 바람직하며, 이는 학교생활기록부에서 각 교과에 대한 학생의 발달 상황을 작성하는 기초 자료가 될 수 있다.

관찰 및 면담은 수학에 대한 흥미와 호기심, 수학에 대한 자신감, 수학에 대한 불안, 수학의 유용성 인식, 과제 집착력과 의지, 창의적 사고, 수학 수업에의 참여 등 정의적 영역을 평가하는 데 용이하다. 다음 〈표 Ⅴ-6〉은 여러 정의적 영역에 대한 평가를 위하여 체크리스트를 사용하여 관찰 또는 면담이 가능한 구체적인 요목들을 제시한 예이다(박선화 외, 2010).

〈표 Ⅴ-6〉 정의적 영역 평가를 위한 체크리스트지(예)

체크리스트					
정의역 영역	관찰(면담) 요목	학생 1	학생 2	학생 3	학생 4
수학에 대한 흥미와 호기심	• 수학을 하는 것을 즐거워한다.				
	• 수학에서 배우는 것들에 대해 흥미가 있다.				
	• 수학 수업 시간을 기다린다.				
	• 수학에 대한 것을 읽기를 좋아한다.				
	• 수학의 개념이나 원리를 알려고 한다.				
수학에 대한 자신감	• 수학 공부에 자신감을 가지고 있다.				
	• 수학에서 좋은 성적을 받을 것이라고 생각한다.				
	• 수학에서 어려운 내용까지도 잘 이해할 수 있다.				
	• 수학을 가장 잘하는 과목 중의 하나로 생각한다.				
수학에 대한 불안	• 수학 수업이 어려울까 봐 걱정한다.				
	• 수학 성적이 나빠질까 봐 걱정한다.				
	• 수학 문제를 풀 때 긴장한다.				
수학의 유용성 인식	• 수학이 우리의 생활에 많은 도움을 준다고 생각한다.				
	• 수학이 사고력을 기르는 데 도움이 된다고 생각한다.				
	• 수학이 나중에 공부하는 데 필요하므로 중요한 과목이라고 생각한다.				
	• 수학이 나중에 직장 생활을 하는 데 도움이 된다고 생각한다.				
과제 집착력과 의지	• 수학 공부를 열심히 한다.				
	• 수학 시간에 배운 내용을 확실히 알려고 노력한다.				
	• 수학 문제를 풀 때, 답을 구할 때까지 중단하지 않고 열심히 하려고 노력한다.				
	• 수학 공부를 잘하기 위해 계획을 세우고 스스로 노력한다.				
창의적 사고	• 다른 사람의 방법을 그대로 따라 하는 것보다는 스스로 생각하고 탐구한다.				
	• 수학 문제를 풀 때 다른 사람과는 다른 독특한 방법을 찾아보려고 한다.				
	• 수학 문제를 풀 때 한 가지 방법으로 해결하는 것보다는 다양한 방법을 찾아보려고 한다.				
	• 수학 문제를 풀 때 내가 알고 있는 방법 중에 어떤 것이 더 적절한지를 생각한다.				
수학 수업에의 참여	• 수학 수업 시간에 모둠 활동에 적극적으로 참여한다.				
	• 수학 수업 시간에 다른 생각을 한다.				
	• 수학 수업 시간에 발표를 많이 한다.				
	• 수학 문제를 풀 때 아이디어를 다른 학생들과 공유한다.				

VI. 좋은 수업의 의미

01 좋은 수업에 대한 관점의 변화

어떤 수업이 좋은 수업인가에 대한 견해는 구성주의 이론의 도래와 함께 바뀌기 시작하였다고 볼 수 있다. 구성주의 인식론에서는 지식을 개인이나 집단이 적극적으로 만들어 낸 경험적 구성물로 본다. 즉, 학생들은 모든 지식을 수동적으로 받아들이는 것이 아니라 학생 스스로 능동적 구성 활동에 의해 이를 형성한다는 것을 그 주된 요지로 삼고 있다. 이와 같은 관점에서 생각해 볼 때 교사의 가장 중요한 역할은 학생들이 개념을 탐구하고 개념 사이의 관련성을 잘 이해할 수 있도록, 다시 말해 구성 활동이 잘 일어날 수 있도록 총체적인 환경을 조성해 주는 것이다.

학습 기회의 제고라는 측면에서 좋은 수업을 진단할 때, 학습 기회란 수업을 통해 가르쳐진 것과 평가되어지는 것 사이의 중복 정도를 의미한다. 이는 수업 중에 다루어지는 교육과정의 내용과 평가의 내용이 수업의 주요 목표를 반영해야 함을 뜻한다. 그러므로 1980년대 이래로 교육과정의 개정은 교사가 아닌 학생 중심의 교육을 강조하고, 실생활과 학교 교육 내용을 연결시키며, 단순 암기나 훈련보다는 이해와 사고에 초점을 두어 왔다.

따라서 진정한 학습은 일상의 학습 상황에서 다양한 정보와 같은 인지적 도구 혹은 다른 사람들의 도움을 받아 학생들이 확실하게 어떤 문제 상황을 파악할 수 있을 때 일어난다고 볼 수 있다. 그러므로 학습자는 문제를 해결하면서 개개인이 직접 이미 알고 있던 지식을 사용하여 새로운 지식을 만들어 내는 과정을 통하여 자신의 생각을 다양한 방법으로 적용하고 또 새로운 의미를 창출함으로써 그와 관련된 내용을 이해하게 된다는 것이다(von Glasersfeld, 1993).

다시 말하면 구성주의에 입각한 수학 수업의 방법은 어떤 개념을 습득함에 있어서 고정되고 활동력이 없는 인식이 아닌 가변적이고 유용한 인식의 발달을 강조한다. 학습은 사회 활동을 하는 가운데 일어나며 학습자들 간, 혹은 교사와 학생 사이에 생각이나 아이디어를 서로 교환함으로써 이해를 증진시킨다(남승인, 1998). 이때 교사는 학생 스스로가 의미 있는 학습 활동에 참여할 수 있도록 도와주어야 한다. 아울러 학습자는 능동적이고 무한한 잠재력과 가능성을 가지고 있다고 보며, 따라서 학습자 개개인의 생각과 아이디어를 학습 활동에 최대한 반영하여야 한다는 것이다. 이렇게 볼 때 중앙집권식 교육과정의 편성·운영을 탈피하고 현장 중심으로 전환함으로써 학습자들을 보다 창의적인 교육과정에 의해 가르칠 수 있게 된다고 본다(최승현 외, 2002).

〈표 Ⅵ-1〉 좋은 수업을 위한 교수-학습 관점의 변화

교수-학습 관점의 변화		
강의식 전체 수업, 교사의 지시 중심 수업	➡	경험적, 귀납적, 실제적인 학습
수업 시간 중 학습자의 수동성: 좌석에 앉아 있기, 정보를 듣고 암기하기	➡	수업 시간 중 학습자의 능동성: 모든 학생들이 학습에 직접 참여하기
학습지, 시험지, 연습지 등의 활동	➡	고등 사고력을 강조한 중심 개념과 원리 배우기
모든 교과 영역의 많은 학습량을 교사가 직접적으로, 간단히 다루기	➡	학습의 과정(계획, 정리, 관찰, 평가)에 대한 학습자의 책임하에 학습자 자신이 직접 연구 과제를 결정하기
어떤 사실이나 사항을 단순 암기하기	➡	학습자 개개인의 정의적인 요구나 다양한 인식 양식에 관심을 가지기

성적이나 학업 경쟁을 강조하기	➡	교실을 독립된 작은 사회로 만들기 위한 협동 또는 합작 활동
능력별 그룹을 만들거나 능력별 이름 붙이기	➡	다양한 능력의 학생들을 같은 그룹에 배치하여 활동하기
특별 프로그램을 대용하기	➡	교사, 학부모, 학교 직원들의 다양하고 협동적인 역할을 활용한 일반 학급에서의 특별 지도
표준화 검사를 사용하기	➡	교사들의 관찰로 얻어진 질적 형태의 기술적 평가 사용하기

02 수학과 좋은 수업의 조건

수학과 교과 특성을 반영한 '좋은 수업'이란 '좋은 수업'에 대한 범교과적 정의와 그 궤도를 함께하면서, 수학 수업과 관련하여 현장의 교사들이 제기하는 문제점들을 효과적, 현실적으로 해결해 나가고 있는 수업들이라는 가정하에, 현장의 수학과 수업 지도와 관련하여 제기되어 온 문제점을 감안한 수학과 좋은 수업 선정 기준은 다음과 같다(최승현 외, 2002).

가. 교육과정과의 일관성을 유지하면서 수학과 목표와 본질에 부합되는 수업이어야 한다.

현장의 수학 교사는 수학과 목표와 본질에 부합되면서 학생들의 요구, 능력 및 흥미에 알맞게 교육과정을 재구성할 필요가 있다. 실제로 좋은 수업을 진행하는 교사는 장기적인 기대, 학습 목표, 계획, 학습 활동, 자료 및 평가의 모든 측면을 포함하여 교실 수준에서 실행된 교육과정을 계획, 실천 및 평가하여야 한다(NCTM, 1993). 그뿐만 아니라 수업 목표와 목표 달성을 위하여 모든 교육과정의 요소들을 결합한 일관성 있는 체제를 유지해야 한다.

교육과정과 학습 내용 사이의 일관성을 유지하는 것은 학생들로 하여금 유의미한 지식을 구성할 수 있도록 한다. 즉, 학생들이 학교 밖 생활에서도 쉽게 접근하여 활용할 수 있는 지식을 구성할 수 있도록 하여야 한다. 이때 교사는 (1) 수학과 교육과정과 일관성을 유지하면서 핵심적인 내용들을 심도 있게 학습할 수 있도록 학습 내용의 폭을 줄이고, (2) 학습 내용을 중요한 개념 중심으로 구조화하여 제시하며, (3) 주요 개념들과 그들 사이의 관련성을 쉽게 설명할 수 있도록 교육과정 내용을 재구성하고, (4) 수학과 목표와 본질에 부합되는 수업의 결과를 반영하는 학습 활동과 평가 방법을 학생들에게 제공해야 할 것이다.

나. 수학 수업에서는 수학적 경험이 실생활에 활용되는 가치 있는 것임을 학생들이 인식하여 실생활의 수학적 상황에 전이될 수 있도록 해야 한다.

현장의 수학 수업에서의 문제점은 현실과 유리된 많은 양의 수학적 지식을 교과서나 틀에 박힌 수업 양식에 의존하여 가르친다는 것이다. 좋은 수학 수업을 위해서는 학생들 스스로 문제를 이해하고, 문제 해결의 과정에 관련된 다양한 전략들을 활용하여 실제적으로 문제를 해결하며, 그 과정을 반성해야 한다. 즉, 학생들이 설계한 문제 해결 활동이 이루어지는 기회를 제공하여야 한다. 학교에서 배운 수학이 학교 밖의 다른 실제 상황들에서 활용될 수 없다면, 수학을 학습할 필요성이 줄게 된다. 즉, 학교에서 배운 수학 지식은 실생활에 적용될 때 보다 유의미해진다. 따라서 좋은 수학 수업이란 학생들이 수업 시간에 배운 지식, 이해, 추론 및 문제 해결을 다른 학문 분야에는 물론 실생활 상황에도 적용할 수 있도록 가르치는 수업이다. 장래에 수학이나 과학과 관련된 직업에 종사하게 될 학생들뿐만 아니라 교양을 갖춘 시민이

되기 위하여 학교 수학 교육은 우리가 살아가고 있는 현실 세계에 대한 이해와 흥미를 길러 줄 수 있어야 한다(OECD, 2001).

학교에서는 도형의 넓이나 부피에 대하여 배우지만 실생활에서 어떻게 활용되는지, 어떤 경우에 필요한지를 파악하지 못한다면 이러한 내용들을 학습하는 의미가 반감된다. 그러므로 수학 교사들은 학교 수학을 대학 입시를 위한 과목으로만 중요하게 취급할 것이 아니라, 현실 세계를 살아갈 수 있는 수학적 소양을 갖춘 시민을 양성한다는 취지를 잊지 말고 가르쳐야 할 것이다. 이러한 맥락에서 수학 교사의 중요한 역할은 수학적 능력이 지역 공동체 속에서, 학생들의 일상생활 속에서, 나아가 보다 광범위한 사회적 당면 과제들 속에서 어떻게 적용되는가를 학생들이 파악할 기회를 제공하여야 한다(NCTM, 1989, 1991). 그러므로 학교에서 배운 것을 다른 상황으로 전이할 수 있는 학생의 능력 양성을 위해 교사는 다음과 같은 측면을 강조하여 수업하여야 한다.

- 적절한 수준의 내용을 이해하지 않고서는 실생활로의 학습 전이는 기대하기 어려우므로, 학습한 내용을 숙달하도록 한다.
- 학생들이 학습한 내용에 대하여 다른 상황으로 전이할 수 있음을 인식하도록 한다.
- 학습한 내용과 관련된 교과 내 다른 영역과 타 교과 영역에 적용하도록 한다.
- 학생들이 스스로 학습하고, 스스로 평가한 결과를 피드백할 수 있도록 돕는다.
- 단순 암기보다는 이해를 추구하는 수업을 진행한다.

다. 수학 수업은 현대의 수학 지식을 반영하는 내용과 첨단 기술의 발달을 반영한 기술과 도구의 학습이 요구되므로 컴퓨터, 멀티미디어 및 다른 기술 등과 통합되어야 한다.

수학이 생성되고 응용되는 방법이 현대화되면서 학생들이 배워야 하는 수학적 아이디어나 수학적 입장도 변화되고 있다. 예를 들어 학교 수학에서는 규칙이나 공식으로 설명될 수 있는 필연적인 사건을 주로 다루는 반면, 실생활의 현상에서는 임의의 모델인 경우가 대부분이다. 이러한 변화의 원동력은 컴퓨터의 보급이다. 컴퓨터의 도입으로 지금까지는 생각지 못했던 새로운 유형의 문제를 만들 수 있게 되었고, 수학의 내용과 방법도 많이 달라졌다. 예를 들어 연속적인 것에서 이산적인 것으로, 정확한 것에서 반올림한 값으로, 추상적인 것에서 구체적인 것으로, 이론적인 것에서 경험적인 것으로 변화되었다.

컴퓨터와 계산기는 수학적 아이디어와 응용을 탐구할 기회를 제공한다. 예컨대 저학년의 학생들도 계산기 자체를 수학적인 대상으로 생각하며 계산기의 기능과 규칙을 배울 수 있다. 고학년의 학생들은 그래픽 소프트웨어를 이용하여 함수의 그래프, 함수의 변환을 탐구할 수 있으며, 그 결과 함수 관계를 전보다 더 쉽게 이해할 수 있을 것이다(신동선 외, 1998). 이와 같이 공학적 기술 도구의 사용은 학습 환경을 풍부하게 만들 뿐만 아니라 학습의 질을 향상시킨다. 즉, 학생들은 이러한 기술이 없었다면 불가능했을 활동들을 경험하고 참여할 수 있게 된다. 인터넷이나 모의실험(simulation) 등의 기술들은 수학과 실생활을 연결시키고, 나아가 학습 환경을 보다 넓은 범위로 확산시킬 수 있는 능력을 가지게 한다.

라. 학생들의 선행 지식(기존 지식)을 고려한 수학 수업이어야 한다.

좋은 수학 수업은 새로운 지식을 선행 지식에 관련시킬 수 있는 수업이어야 한다. 그러나 학생들이 선행 지식을 지니고 있는 것만으로 바람직한 학습 결과를 가져오지는 않으며, 학생들이 선행 지식을 새로운 이해와 학습에 활용할 수 있도록 교사가 학습자의 선행 지식에 관심을 기울이고, 이러한 선행 지식을 수업의 출발점으로 활용할 때 비로소 학습이 촉진될 수 있다. 그러므로 수학과 좋은 수업을 위해서는 교사가 학생들이 이미 지니고 있는 선행 지식을 이끌어 내고, 직접적인 체험 활동이나 사고 활동을 통하여 새로운 개념을 도입하며, 나아가 학생들의 기존의 개념을 새로운 개념과 연결하여 통합적인 개념으로 수정해 나가야 한다(Driver 외, 1995).

이와 같이 학생들이 선행 지식을 활성화하여 수학과 학습에 활용할 수 있도록 수업을 할 때, 교사는 다음과 같은 측면을 고려해야 한다.

- 교사는 학생들이 가지고 있는 선행 지식이 무엇인가 정확히 파악하여야 한다.
- 교사는 학생들이 새로운 내용의 학습에 필요한 선행 지식을 활성화하도록 수업 시작 시 수업의 내용에 대하여 논의한다.
- 때때로 학생들의 선행 지식이 불완전하거나 치명적인 오개념을 포함하고 있을 수도 있으므로, 교사는 학생들이 지니고 있는 불완전하거나 잘못된 개념을 상세히 조사할 필요가 있다.
- 학생들이 새로운 내용의 학습에 필요한 선행 지식을 갖추지 못한 경우, 교사는 중요한 선수 학습 자료들을 미리 다루어 수업 진행에 차질이 없도록 해야 한다.
- 교사는 학생들이 선행 지식과 새로운 학습 내용을 연관지을 수 있도록 적절한 질문을 제공하여야 한다.
- 교사는 학생들이 선행 지식과 새로운 개념의 관계를 파악하고, 또 다른 형태의 통합적인 개념을 형성하도록 도와야 한다.
- 교사는 교수-학습에 관한 인지심리학의 이론에 초점을 맞추어 수업해야 한다.

마. 학습자 스스로 문제 해결 활동을 수행할 수 있도록 이끄는 수업이어야 한다.

좋은 수업이란 학생들로 하여금 주어진 수학 문제를 이해하고 그 풀이 과정을 추론하며 이를 이용하여 문제를 해결할 뿐만 아니라 교사나 다른 학생들에게 자신의 방법을 설명할 수 있도록 하는 일련의 학습 전략을 가르치는 수업이다. 보스니아도(Vosniadou, 2001)는 교사가 학생들에게 학습 전략들을 가르치기 위한 체계적인 노력을 할 때, 학생들이 실질적인 성과를 얻을 수 있다고 주장하였다. 이러한 학습 전략들은 학습 과정을 촉진하고 학습을 제고할 뿐더러 학생들이 주어진 상황에 적절한 방법으로 문제를 이해하며 이를 해결할 수 있도록 돕는다는 측면에서 중요하다. 그러므로 문제 해결에 있어서 보다 적용 범위가 넓을수록 성공적인 학습 전략이 된다.

여기서 중요한 것은, 교사는 학생들에게 단순히 수학적 지식의 전달과 수학을 하는 방법을 가르치는 것에만 국한할 것이 아니라 학생들에게 자신의 학습을 스스로 관리, 감독할 수 있는 메타인지 학습 전략을 가르쳐야 한다는 것이다. 구체적인 학습 기능과 내용도 중요하지만, 학습자가 스스로의 학습 과정을 감독하고, 학습이 일어나는 중에 자신의 마음에 어떤 변화가 일어나는지를 의식한다는 것은 보다 고차원의 학습을 위해 중요하다. 즉, 학생들은 주어진 학습 목표 달성을 위해 자신의 학습 진행 과정을 측정하고, 끊임없이 감독하고, 스스로 조절하며, 반성적으로 사고할 필요가 있다.

학습에서의 자기 조절(self-regulation)이란 학습자 자신이 스스로의 학습 과정을 평가하고 이해 수준을 점검하며, 필요시 실수를 수정할 수 있는 전략들을 개발하는 것을 포함한다. 교사는 다음과 같은 기회를 제공함으로써 학생들이 자기 조절적인 학습자가 되도록 도울 수 있다.

- 문제를 해결함에 있어서 학생 자신이 문제 해결 전략이나 방법을 계획하도록 한다.
- 사용 가능한 가장 효과적인 학습 전략들은 무엇이며, 이들을 어떻게 사용할 것인지를 알도록 가르친다.
- 학생 스스로 자신의 수학적 사고 과정을 점검하고, 이해 수준에 따라 문제가 요구하는 질문에 답할 수 있도록 한다.
- 주어진 진술문이나 주장, 문제에 대한 해결책 등에 대하여 평가하도록 한다.

바. 학생들의 동기 유발이 가능한 수학 수업이어야 한다.

일반적으로 학습에 대한 동기가 유발된 학습자는 설정한 목표를 달성하려는 열의가 있으며, 끈기와 의지를 가지고 학습 성취에 많은 노력을 기울이게 된다. 이는 수학 학습에 있어서도 마찬가지이다. 그러므로 학습자의 동기는 학습되는 양과 질에 영향을 미치게 되며, 수학 교사들은 동기 유발된 학습자를 원한다. 교사의 말과 행동은 학생들의 목표 달성 의지에 영향을 미치게 되며, 내적 동기가 유발된 학습자는 학습 성취를 위해 더 노력하게 된다. 교사가 학생들의 내적 동기 유발을 위해 취할 수 있는 행동들은 다음과 같다.

- 새롭고 흥미 있는 학습 과제를 제공함으로써 학생들이 호기심을 갖고 고차원의 사고 기술을 사용하도록 장려한다.
- 학생들의 성취를 외적인 요인이 아닌 내적인 요인들로 귀착시키고 스스로의 수학적 능력에 대하여 자신감을 가질 수 있도록 격려한다.
- 학생 각각의 수준에 실현 가능한 목표를 설정하도록 조언한다.
- 학생들의 수학적 성취를 인정하고, 그 결과에 대하여 정직하게 평가한다.
- 학생들의 성취 결과를 내적 동기를 유발할 수 있는 언어를 사용하여 피드백할 뿐만 아니라 학생들이 활용하는 학습 전략을 개선할 수 있도록 그 방법을 제공한다.

사. 지식 위주의 평가보다는 실제 상황에 기초한 평가 방법을 수반하는 수학 수업이어야 한다.

실제 상황에 기초한 평가 방법 중 하나인 수행 평가는 그 목적과 수행 과정, 그리고 평가 결과가 모두 일치하고 있다. 바람직한 평가는 수업에서 다룬 내용에 대하여 평가하고, 평가가 수업과 일관될 뿐만 아니라 의도한 학습 목표와 일치하며, 나아가 수업의 방식과도 일관성을 유지하는 평가이다. 예를 들어 고차원의 분석과 추론 기술을 활용한 수업에서 학습한 것을 선다형 객관식 문항으로 평가하는 것은 수업의 방법과 평가 사이에 일관성이 결여된 경우이다. 교육 개혁의 중요한 한 부분을 차지하고 있는 수행 평가는 실생활 과제와 상황에서 학생들의 수행 능력을 측정하고 반영하는 것이다.

좋은 수학 수업에는 수업에서 기대되는 학습의 본질, 사용된 학습 자료, 일관성을 유지한 다양한 평가 전략들이 포함된다. 수학과 좋은 수업에서의 평가는 학생들에게 기대되는 것과 결과에 대한 명확한 의사 전달이 요구된다. 이때 평가는 수업과 일관성 있게 통합되어 서로에게서 유용한 정보를 얻을 수 있도록 한다. 수업과 평가를 통합하기 위하여 교사들은 다음 사항들을 주목하여야 한다.

- 학생들에게 도전적이고, 학생들의 발달 단계상 적절한 학습 표준을 개발한다.
- 학생들 사이의 개인차를 적절하게 고려한다.
- 학생들의 수학에 대한 이해 발달을 도울 수 있는 수업 및 평가 전략을 선택한다.
- 상호 양립 가능한 수업 및 평가 전략을 선택한다.
- 다양한 방법과 도구를 활용하여, 학생들의 과학적 추론 기술과 과학 개념의 이해에 대하여 체계적으로 자료를 수집한다.
- 학생들이 그들의 지식, 이해 수준 및 기술을 다양한 방법으로 증명할 수 있는 기회를 제공한다.
- 다양한 수준에서 다양한 방법으로 이루어진 평가 결과들을 교수-학습의 개선을 위해 활용한다.

학교 현장에는 학생들의 수준을 고려한 학생 개인 수준에 맞는 학생 중심 교육과정이 구현되어 있는데, 교사뿐만 아니라 교장, 교감 차원에서도 이에 적합한 평가 방법을 생각해 보아야 한다. 모든 실제 상황에 기초한 평가의 시행 및 운영을 교사에게만 맡긴다는 것은 교사에게 지나친 부담이 될 수도 있다.

VII. 수학과 수업 평가

01 수학과 수업 전문성의 의미

학교 교육에서 교사의 역할이 중요해지고 교사의 책무성에 대한 기대가 높아지면서, 세계 여러 나라에서는 우수한 교사를 확보함과 동시에 현직 교사의 전문성 발달을 촉진하고자 각별한 노력을 기울이고 있다. 이러한 상황에서 학생들의 학습을 평가하기 위한 활동과 평가 방법을 고안하고 그 효과를 경험한 교사들은 이러한 수업 전문성 기준의 유용성을 알고 있으며, 교사의 수업 전문성 평가에도 학생 평가와 같은 원리가 적용된다. 수업 전문성 기준에 비추어 교사의 수업 전문성을 평가(즉, 수업 평가)를 하기 위한 방법들이 제시되고 있으며, 이러한 평가의 시도 자체가 교사들의 좋은 수업 실행을 위한 하나의 기준이 될 수 있다.

구체적인 수학과 수업 전문성 기준 개발의 방향은 다음과 같다(임찬빈 외, 2006).

첫째, 수학 교사의 수업 활동을 총망라하는 포괄적인 기준을 제시한다. 다시 말하면 수학과 수업 전문성 기준은 교사의 수학 수업 전-중-후 활동인 수업을 준비하기 위한 과정-실제 수업 실행-수업 후 반성과 평가·향후 개선 노력 등을 종합적으로 다룬다.

둘째, 수학과의 모든 내용 영역에 공통적으로 적용할 수 있는 종합적인 기준을 제시한다. 즉, 특정 영역이나 단원에 국한하는 기준보다는 각 영역에 고루 적용할 수 있는 대표적인 기준을 중심으로 제시한다.

셋째, 각 기준 간의 상호 연계를 고려하여 제시한다. 즉, 수업의 흐름을 고려하여 각각의 기준을 독립적인 영역과 요소로 제시하되, 이들 간의 관계가 상호 의존적으로 연계됨을 보여 준다. 수업이란 복합적이고 다면적일 뿐만 아니라 수업의 제 양상은 상호 의존적이다. 이러한 다층적 위계 속에서 수업 평가 기준의 대영역을 설정하고 다시 중영역과 하위 요소로 세분하여 제시한다.

넷째, 목적과 상황에 따라 유연하게 선택할 수 있는 종합적인 기준 목록을 제시한다. 즉, 수학과 수업 평가 기준은 모든 수업에 획일적이고 고정적으로 적용하는 것이 아니라, 목적과 상황에 따라 기준들을 선정, 조합하고 수학과 각 영역의 특성에 따라 그것들을 변용하여 달리 적용할 수 있음을 고려한다.

다섯째, 수업 전문성 기준은 하나의 개별 기준도 다양한 방식으로 접근하여 판단할 수 있음을 전제하여 제시한다. 교사의 전문성과 수업의 양상은 한 가지 측면에서 살피기보다는 다양한 각도에서 접근하고 판단할 필요가 있다. 예전에는 주로 수업 활동에 초점을 맞추어 수업 평가가 이루어졌기에 교실 수업 관찰이 가장 강력한 평가 도구였지만, 수업 전문성은 수업 전-후의 활동을 모두 포함하므로 교실 수업 관찰만으로 기준의 달성 정도를 가늠하기 어렵다. 따라서 특정 기준이 달성된 정도를 판단할 때에는 전문성 기준 영역과 요소별로 다양하게 제시하고, 나아가 각각의 기준도 다양한 방법으로 적용할 수 있음을 전제한다.

여섯째, 수업 전문성 기준은 수업을 위한 장·단기적인 계획이나 단원 단위로도 활용할 수 있도록 충분히 고려하여 제시한다. 수업 전문성 기준의 적용은 하나하나의 수업에 국한하지 않으며, 수업 전-중-후를 포괄하여 설정하여야 한다.

요약하면, 수업 전문성 기준은 좋은 수업 활동의 실제를 특징짓는 요소들이라고 규정지을 수 있다. 그러므로 수업 전문성 기준은 (1) 초보 교사를 위한 지침, (2) 숙련된 전문가 교사를 위한 지침, (3) 개선 노력을 집중할 부분을 파악하는 구조, (4) 교사 집단 이외의 다른 공동체들과의 의사소통의 수단으로 사용될 수 있다.

교사의 수업 활동에 대한 전문성 기준이 마련되었을 때, 관계 당사자들은 공유된 개념과 가치 속에서 개선을 위한 노력을 어디에 집중할 것인지에 대한 논의를 할 수 있게 된다. 아울러 수업 전문성 기준에 교직의 임무와 역량, 우수한 교수 활동의 수준을 명확하게 규정해 놓음으로써 타 분야의 사람들로부터 신뢰받을 수 있고, 교직의 위상을 높일 수 있게 된다. 교사들은 교수 활동을 기술하는 공통된 용어의 가치를 익히 알고 있다. 또한 수업 전문성 기준은 교사들에게 '우수성'에 대한 합의된 기준을 제공함으로써 모범적인 교수 활동에 대한 교사들의 대화를 조직하는 역할을 한다. 이러한 대화를 통하여 경력자뿐만 아니라 초보자의 수행 수준을 향상시킬 수 있을 것이다.

한편 수업 전문성 향상을 위한 평가, 즉 수업 평가 기준에서 규정하는 교사의 가장 중요한 역할은 학생들이 주요 내용 학습에 참여할 수 있도록 지원하는 것이다. 수학과 수업 평가 기준의 구성 요소들은 이러한 목적하에 조직되며, 중요한 내용을 학습할 때 교사는 학생들과 함께 학습자 공동체를 조성해 나아가야 할 것이다.

대니얼슨(Danielson, 1996)은 초임 교사와 경력 교사들이 함께 활용할 수 있도록 보완한 수업 평가 기준을 제시하면서 복합적인 교수 활동을 4개 영역(계획과 준비, 교실 환경, 수업, 전문적 책임)으로 구분하였다(임찬빈 외, 2004, 재인용). 이 수업 평가 기준은 교사의 전문성 발달 단계를 파악하여 각 영역에 알맞은 해당 요소들을 제시함으로써 교사로 하여금 전문성을 계발하고 자기 반성에 활용할 수 있도록 하였다.

수업 평가 기준을 개발 · 실행하는 과정에서 교사는 공동의 연구를 해야 할 뿐만 아니라 평가 기준 개발을 뒷받침하는 원리와 목적에 대한 이론적 근거도 확보하여야 한다. 무엇보다도 수업 평가 기준을 개발하고 설계함에 있어서 주요 이해 당사자들인 교사, 전문가 집단, 정부 기관 등의 참여와 논의가 요구되며, 그에 대한 활용을 전제로 개발하여야 한다. 이때 주의해야 할 것은 교사 자신이 수업 평가 기준을 지원하는 결정적인 역할을 하여야 활용이 가능하게 된다는 점이다.

또한 수업 평가 기준은 자기 평가나 동료 평가, 상호 평가 등으로 활용될 수 있도록 보다 상세하게 개발되어야 하며, 교사의 가르치는 활동에는 일정한 기준이 있다는 점도 제시하여야 한다. 대부분의 교사들은 전문적인 교수 활동의 필수 요소들을 이해하고 있음에도 불구하고, 지극히 관념적인 수준에서 표현하는 경우가 흔히 있는데, 이 점을 특히 주의해야 한다. 동료 교사들뿐만 아니라, 학생, 학부모 및 사회의 다른 구성원들이 교사에게 요구하는 지식과 역량을 명시하는 수업 평가 기준은 좋은 교수 활동을 파악하고 알리며 보상할 수 있는 수단이 되기도 한다.

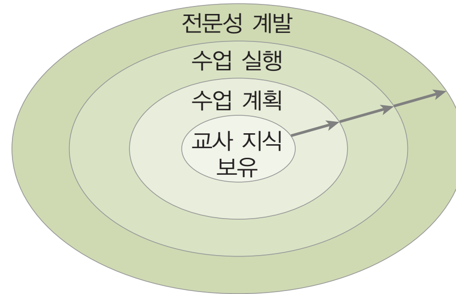
02 수학과 수업 영역 및 요소

가. 수업 평가 영역

수업 평가는 수업 전, 수업 중, 수업 후의 단계별로 진행할 수 있으며, 이러한 수업 단계는 '지식 보유', '수업 계획', '수업 실행', '수업 반성' 부문으로 구성되는데, 이는 교사가 좋은 수업을 하기 위해서는 다음과 같은 요건을 갖추어야 하기 때문이다.

- 교사가 알아야 할 것 ⇨ 지식 보유
- 교사가 준비해야 할 것 ⇨ 수업 계획
- 교사가 행해야 할 것 ⇨ 수업 실행
- 교사가 전문성 발달을 위해 해야 할 것 ⇨ 수업 반성

아는 것이 바로 수업의 실행으로 옮겨지는 것만은 아니지만, 일반적으로 교사가 계획을 세우고 준비하는 것은 수업에 영향을 주고, 이러한 모든 것은 실시한 수업에 대한 교사의 반성적 실천의 영향을 받게 된다. 이렇듯 [지식 보유] ⇨ [수업 계획] ⇨ [수업 실행] ⇨ [수업 반성]의 연계성이 있음을 나타내고 있다. [그림 Ⅶ-1] 참조



[그림 Ⅶ-1] 교사의 수업 단계

위의 [그림 Ⅶ-1]에서 알 수 있는 바와 같이, 교사의 '지식 보유'는 교사가 갖추고 있는 지식에 관한 이해 정도가 수업을 원만히 진행하는 데 충분하다고 생각하는가, '수업 계획'은 본인이 준비한 수업 계획 정도가 수업을 원만히 진행하는 데 충분하다고 생각하는가, '수업 실행'은 본인이 계획한 대로 수업을 충실히 실행하였다고 생각하는가, 그리고 '수업 반성'은 본인의 수업 실행 결과에 만족하는가 등을 반영하기 위한 것이다.

수업 평가를 위한 세부 영역 및 이에 관한 설명은 다음 〈표 Ⅶ-1〉과 같다.

〈표 Ⅶ-1〉 수업 평가 영역

수업 평가 영역		수업 평가 영역에 관한 설명	비고(수업 평가 요소)
교과 내용	• 교육과정 이해 및 재구성	교육과정 목표 및 내용에 관하여 정확히 이해하고, 이를 적절히 재구성하여 수업에 반영하는 것	수학과 교육과정 목표 및 내용에 부합하는 수업 진행하기
	• 수학 내용	소양이 되는 학교 수학 및 학문 수학에 관하여 충분히 이해하고, 이를 수업에 적절히 반영하는 것	학교(중등) 수학 및 학문 수학에 기초하여 내실 있는 수업 진행하기
	• 방법적 지식	문제 해결, 의사소통, 추론 등의 활동을 충분히 이해하고, 이를 효과적으로 수업에 반영하는 것	문제 해결, 의사소통, 추론 등의 활동을 적절히 반영하여 수업 진행하기
	• 수학적 가치	수학적 가치와 중요성을 충분히 인식하고, 이를 수업에 적절히 반영하는 것	수학적 가치와 중요성이 전달되도록 수업 진행하기
학습자 이해	• 학습자 수준	학습자의 인지 수준, 선행 지식, 학업 성취 수준 등을 파악하고 이를 적절히 수업 시간에 반영하는 것	학습자 수준에 부합하는 학습 내용 및 과제, 활동을 수행하기
	• 학습자 오개념	학습자의 오개념을 인지하고 이에 대처하는 것	학습자의 오개념을 파악하여 적절한 피드백 주기
	• 학습 동기	학습자의 관심 및 흥미도를 파악하고 이를 고취시키는 것	학습자 수준이 반영된 적절한 수업 활동을 통하여 학습 동기 및 흥미 유발하기
	• 수학적 태도	학습자의 자신감, 신념 등을 파악하고, 이를 증진시키는 것	학습자의 수학 학습에 대한 긍정적 태도 증진시키기
	• 학습 방법	학습자가 선호하는 학습 활동 및 방법을 파악하고, 이를 수업에 반영하는 것	학습자가 선호하는 학습 활동 및 방법을 반영하여 수업 진행하기
교수 학습 방법 및 평가	• 수업 목표 및 내용 반영	교육 목표 및 내용을 파악하고 이에 적합한 교수 학습 방법을 수행하는 것	수업 목표 및 내용에 적합한 수업 방법을 이용하여 수업 진행하기
	• 문제 해결 활동 반영	수학적 문제 해결과 관련된 전반적인 활동을 인지하고 이를 적절히 반영하여 교수 학습 방법을 수행하는 것	수학적 문제 해결 관련 활동을 적절히 활용하여 수업 진행하기
	• 학습자 수준 및 태도 반영	학습자의 인지 수준 및 정의적 특성을 인지하고, 이를 적절히 반영하여 교수 학습 방법을 수행하는 것	학습자 수준 및 태도에 부합하는 수업 방법을 이용하여 수업 진행하기
	• 질문 및 의사소통 활용	효과적 질문 및 의사소통에 관해 인지하고, 이를 적절히 활용하여 교수 학습 방법을 수행하는 것	효과적 질문 및 의사소통을 수반하는 수업 방법을 이용하여 수업 진행하기
	• 평가 방법 및 절차 마련	수업 목표, 학습자 수준, 평가 목적 등에 따른 평가 방법 및 절차를 계획하고 마련하는 것	평가 목적에 부합하는 평가 방법 및 절차 마련하기
	• 평가 도구 개발	학습 목표에 따른 평가 목표, 문항, 기준 선정 및 실행에 관하여 인지하고 이를 수행하는 것	평가 계획에 준하는 적절한 평가 도구 개발하기
	• 평가 결과 활용	수업 개선 및 학습 처치를 위한 피드백 계획 및 실행을 교사가 인지하고 수행하는 것	수업 개선 및 학습 처치에 유용하도록 평가 결과 활용하기
수업 상황	• 도구 및 교구, 자료 활용	학습 목표와 학습자 수준에 적합한 공학적 도구, 교구, 또는 자료 등을 파악하고, 이를 준비하여 수업에 활용하는 것	학습 목표와 학습자 수준에 적합한 공학적 도구, 교구, 또는 자료를 준비하여 활용하기
	• 교실 환경 및 수업 집단 조성	여러 도구 및 교구, 자료의 효율적인 활용성을 이해하고, 이에 맞춰 수업 환경 및 집단을 구성하는 것	공학적 도구, 교구, 자료 등의 효율적 활용을 위하여 적절한 수업 집단 및 교실 환경 조성하기
	• 학습 태도 및 수업 분위기 조성	교사가 해당 수업 내용에 관한 학습자의 적극적 학습 태도 및 긍정적 수업 분위기를 인지하고, 이를 유도하는 것	학습자의 적극적 학습 태도 및 긍정적 수업 분위기 유도하기
	• 학생 관리 및 수업 상황 대처	학습자의 어려움 또는 질문 등을 인지하고, 이를 효율적으로 대처하는 것	학습자의 어려움 및 질문 등을 합리적으로 처리하기

나. 수업 평가 요소

수업 평가 영역에 따른 수업 평가 요소는 다음 〈표 Ⅶ-2〉와 같이 평정척도법을 이용하여 평정척도를 3단계 정도로 두는 것이 적당하며, 경우에 따라서는 5단계로 좀 더 세분화하여 사용하도록 한다.

수업 평가 요소를 수업 전(지식 보유 및 수업 계획), 수업 중(수업 실행), 수업 후(수업 반성)의 상황으로 세분화하여 제시하면 다음과 같다.

〈표 Ⅶ-2〉 수학 수업 평가 요소

수업 평가 영역		수업 평가 요소		평정척도		
				그렇다	보통이다	그렇지 못하다
교과 내용	1. 교육과정 이해 및 재구성	수학과 교육과정 목표 및 내용에 부합하는 수업 진행하기	【지식 보유】 측면			
			【수업 계획】 측면			
			【수업 실행】 측면			
			【수업 반성】 측면			
	2. 수학 내용	학교(중등) 수학 및 학문 수학에 기초하여 내실 있는 수업 진행하기	【지식 보유】 측면			
			【수업 계획】 측면			
			【수업 실행】 측면			
			【수업 반성】 측면			
	3. 방법적 지식	문제 해결, 의사소통, 추론 등의 활동을 적절히 반영하여 수업 진행하기	【지식 보유】 측면			
			【수업 계획】 측면			
			【수업 실행】 측면			
			【수업 반성】 측면			
	4. 수학적 가치	수학적 가치와 중요성이 전달되도록 수업 진행하기	【지식 보유】 측면			
			【수업 계획】 측면			
			【수업 실행】 측면			
			【수업 반성】 측면			
학습자 이해	1. 학습자 수준	학습자 수준에 부합하는 학습 내용 및 과제, 활동을 수행하기	【지식 보유】 측면			
			【수업 계획】 측면			
			【수업 실행】 측면			
			【수업 반성】 측면			
	2. 학습자 오개념	학습자의 오개념을 파악하여 적절한 피드백 주기	【지식 보유】 측면			
			【수업 계획】 측면			
			【수업 실행】 측면			
			【수업 반성】 측면			
	3. 학습 동기	적절한 수업 활동을 통하여 학습 동기 및 흥미 유발하기	【지식 보유】 측면			
			【수업 계획】 측면			
			【수업 실행】 측면			
			【수업 반성】 측면			
	4. 수학적 태도	학습자의 수학 학습에 대한 긍정적 태도 증진시키기	【지식 보유】 측면			
			【수업 계획】 측면			
			【수업 실행】 측면			
			【수업 반성】 측면			
	5. 학습 방법	학습자가 선호하는 학습 활동 및 방법을 반영하여 수업 진행하기	【지식 보유】 측면			
			【수업 계획】 측면			
			【수업 실행】 측면			
			【수업 반성】 측면			

교수 학습 방법 및 평가	1. 수업 목표 및 내용 반영	수업 목표 및 내용에 적합한 수업 방법을 이용하여 수업 진행하기	【지식 보유】 측면			
			【수업 계획】 측면			
			【수업 실행】 측면			
			【수업 반성】 측면			
	2. 문제 해결 활동 반영	수학적 문제 해결 관련 활동을 적절히 활용하여 수업 진행하기	【지식 보유】 측면			
			【수업 계획】 측면			
			【수업 실행】 측면			
			【수업 반성】 측면			
	3. 학습자 수준 및 태도 반영	학습자 수준 및 태도에 부합하는 수업 방법을 이용하여 수업 진행하기	【지식 보유】 측면			
			【수업 계획】 측면			
			【수업 실행】 측면			
			【수업 반성】 측면			
	4. 질문 및 의사소통 활용	효과적 질문 및 의사소통을 수반하는 수업 방법을 이용하여 수업 진행하기	【지식 보유】 측면			
			【수업 계획】 측면			
			【수업 실행】 측면			
			【수업 반성】 측면			
	5. 평가 방법 및 절차 마련	평가 목적에 부합하는 평가 방법 및 절차 마련하기	【지식 보유】 측면			
			【수업 계획】 측면			
			【수업 실행】 측면			
			【수업 반성】 측면			
	6. 평가 도구 개발	평가 계획에 준하는 적절한 평가 도구 개발하기	【지식 보유】 측면			
			【수업 계획】 측면			
			【수업 실행】 측면			
			【수업 반성】 측면			
	7. 평가 결과 활용	수업 개선 및 학습 처치에 유용하도록 평가 결과 활용하기	【지식 보유】 측면			
			【수업 계획】 측면			
			【수업 실행】 측면			
			【수업 반성】 측면			
수업 상황	1. 도구 및 교구, 자료 활용	학습 목표와 학습자 수준에 적합한 공학적 도구, 교구, 또는 자료를 준비하여 활용하기	【지식 보유】 측면			
			【수업 계획】 측면			
			【수업 실행】 측면			
			【수업 반성】 측면			
	2. 교실 환경 및 수업 집단 조성	공학적 도구, 교구, 자료 등의 효율적 활용을 위하여 적절한 수업 집단 및 교실 환경 조성하기	【지식 보유】 측면			
			【수업 계획】 측면			
			【수업 실행】 측면			
			【수업 반성】 측면			
	3. 학습 태도 및 수업 분위기 조성	학습자의 적극적 학습 태도 및 긍정적 수업 분위기 유도하기	【지식 보유】 측면			
			【수업 계획】 측면			
			【수업 실행】 측면			
			【수업 반성】 측면			
	4. 학생 관리 및 수업 상황 대처	학습자의 어려움 및 질문 등을 합리적으로 처리하기	【지식 보유】 측면			
			【수업 계획】 측면			
			【수업 실행】 측면			
			【수업 반성】 측면			

따라서 이 수업 평가 틀은 교사가 자신의 수업 계획 및 진행, 그리고 반성을 통해 수업 개선은 물론, 더 나아가 교사 지식의 확장을 이끌 수 있도록 하는 데 도움을 줄 것이다. 이때 가급적 수업 후 즉각적으로 평가를 실시함으로써 자신의 수업 반성을 통하여 보다 수월하게 수업 개선이 이뤄질 수 있도록 한다. 또 학교 환경 및 수업 상황에 따라 동료 교사들과의 협력, 연구, 논의 등을 통하여 지속적으로 수업 개선을 도모하는 의지와 노력을 갖추도록 한다.

결론적으로 수업 평가 요소는 기본적으로 교사들이 어떤 지식을 보유하고, 그 지식을 토대로 수업을 계획하고 그 계획에 따라 수업을 실행하며, 더 나아가 반성 및 개선 여부에 활용되어야 한다. 만약 한 교사가 교과 내용, 학습자 이해, 교수 학습 방법 및 평가, 수업 상황 등에 관한 지식을 보유한다면, 수업 계획이나 수업 실행에서 교사의 보유된 지식이 고루 반영되어 드러나야 하며, 수업 반성의 측면도 마찬가지이다. 하지만 어떤 교사에 대해 지식 보유, 수업 계획, 수업 실행, 수업 반성 부문을 동시에 판단하기는 무리이다. 일반적으로 지식 보유, 수업 계획, 수업 실행, 수업 반성의 네 부문 중에서 가장 진단하기에 용이하고 필요한 부문은 수업 실행 부문일 것이며, 또한 간편한 수업 평가를 위해서는 수업 실행 부문에 초점을 두어 교사 스스로 자기 평가를 수행하는 것이 좋다.

한마디로 교사가 자신이 수학 및 수학 교육 관련 지식을 어느 정도 보유하고 있는가에 초점을 두어 진단하고자 할 때에는 이 부문만을 스스로 점검하도록 한다. 마찬가지로 수업 계획, 수업 실행, 수업 반성 측면에 초점을 두어 진단하고자 할 때에는 해당 부문만을 선택하여 점검하도록 한다. 여기서 수업 계획과 수업 반성 측면의 평가 요소는 교사 자신의 교사 지식 및 전문성 향상을 위한 '자기 평가' 용으로 활용 가능하다. 한편 수업 실행 측면의 평가 요소는 교사 자신은 물론 동료 교사의 판단에 따라 진단 및 평가가 가능하다. 이때 평가 요소의 활용 단위(즉, 얼마만큼 수업을 진행한 후 평가를 할 것인가)는 교사의 수업 여건이나 상황에 따라 결정하도록 한다.

Ⅷ. 교과서의 구성

01 편찬 방향

이 교과서는 새로 개정된 교육과정에 따라 학생들이 생활 주변에서 일어나는 여러 가지 현상을 수학적으로 생각하고, 주어진 문제를 창의적이고 합리적으로 해결하는 능력을 기를 수 있도록 하기 위하여 다음과 같은 사항에 중점을 두고 엮었다.

첫째, 수학적 개념과 원리를 이해하고 기초 계산을 숙달하게 할 뿐만 아니라 문제 해결력을 기를 수 있도록 하였다.

둘째, 탐구 활동을 통하여 스스로 수학을 체험하게 하여 학생들이 자연스럽게 수학적 내용을 이해하도록 하였다.

셋째, 자신의 생각을 표현하고 토론하며, 다양한 방법으로 수학적 내용을 다른 사람에게 설명할 수 있는 의사소통 능력을 기를 수 있도록 하였다.

넷째, 흥미와 더불어 수학의 아름다움을 발견하고 수학의 유용성을 느낄 수 있도록 하였다.

02 구성과 특징

■ 단원 소개

단원과 관련된 사진을 제시하고, 사회 현상이나 자연 현상에서 이 단원의 수학 내용이 이용되는 사례를 재미있게 소개함으로써 단원 학습의 의미와 흥미를 불어넣어 주도록 하였다.

■ 대단원 학습 목표

교육과정에서 제시하고 있는 내용 중 이 단원에서 학습해야 할 목표를 제시함으로써 학습의 방향을 이해하고 자기 주도적인 학습을 해 나갈 수 있도록 하였다.

■ 단원의 연계성

이 단원과 관련하여 이전에 학습했던 내용과 현재 단원에서 공부해야 할 내용, 이후에 학습할 내용을 제시하였다.

■ 준비 학습

각 중단원을 공부하는 데 꼭 필요한 선수 학습 요소와 이에 대한 문제를 제시함으로써 학습에 필요한 선행 지식을 상기하고 학습의 위계를 알 수 있도록 하였다.

■ 창의력 기르기

새로운 내용의 학습을 시작하면서 다른 교과나 실생활과 관련된 내용을 소개하여 학생들에게 학습에 대한 흥미를 불러일으키고 내용 전개의 실마리를 제공하였다. 또한 이를 통하여 수학의 가치와 유용성도 느끼고 창의적인 생각을 키울 수 있도록 스토리텔링 형식을 빌렸다.

■ 탐구 활동

창의력 기르기와 관련된 물음이나 수학적 사고를 유발할 수 있는 물음과 활동을 통하여 새로 도입할 수학의 원리나 개념을 탐구할 수 있도록 하였다.

■ 예제

학습 내용과 관련된 대표적인 문제와 그 풀이 과정을 함께 제시함으로써 학생들의 개념 이해를 더욱 탄탄히 하고 유사 문제를 해결할 수 있도록 하였다.

■ 문제, 발전 문제, 실생활 문제

학습한 내용을 확인하는 기본 문제를 제시함으로써 학생들이 공부한 내용을 바르게 이해하였는지 스스로 점검할 수 있도록 하였다.

■ 함께 만들어요(문제)

교과서에 주어진 문제를 해결하는 데에서 그치지 않고, 수학적 과정을 반영하여 학생들 스스로 문제를 만들어 보게 함으로써 학생들이 학습한 내용에 대한 문제 해결 방법과 과정을 보다 잘 이해할 수 있도록 하였다.

■ 창의 UP

생활 주변에서 파악된 문제를 해결하면서 수학적 원리와 법칙을 탐구하고, 수학의 개념을 깊이 생각해 보고 표현할 수 있게 하여 창의적인 생각을 기를 수 있도록 하였다.

■ 수학적 능력 관련(문제 해결, 추론, 의사소통)

여러 가지 문제를 창의적으로 해결하는 능력을 기르기 위해 생활 주변의 문제 상황을 탐색하고 해결하는 문제를 제시하였다. 또 수학적 사실을 분석하고 정당화하는 문제를 통하여 수학적으로 사고하고 추론하는 능력을 향상시킬 수 있도록 하였다. 더불어 수학적 개념을 말로 표현하고 토론해 보게 함으로써 다른 사람과 효율적으로 의사소통하는 능력을 기를 수 있도록 하였다.

■ 중단원 기초, 기본, 실력

중단원에서 학습한 내용에 대한 문제를 세 가지 수준으로 나누어 제시하였다. 기초에서는 중단원 학습 내용 중 최소 필수 내용을 확인하는 문제를 제공, 기본에서는 중단원 학습 내용 중 기본 개념을 확인하는 문제를 제공, 실력에서는 중단원 학습 내용을 완벽히 이해한 학생들의 수월성 교육에 이용하여 수준별 학습에 도움이 될 수 있도록 하였다.

■ 수행 과제

대단원에서 학습한 내용 중 탐구 소재를 선정하여 실험 또는 분석을 하거나 조사나 관찰을 하여 그 결과를 조직하고 표현함으로써 종합적인 문제 해결 능력을 기를 수 있도록 하였다.

■ 학습에 대한 자기 평가

대단원 학습을 마친 후 자신의 학습을 되돌아보고, 이 단원에서 가장 자신 있게 이해한 개념을 확인하는 한편 미진한 부분은 선생님께 질문하는 형식으로 전달할 수 있도록 하였다. 또한 자신이 이 단원의 수업에 얼마나 열심히 참여했는지를 반성하게 하여 보다 나은 학습 태도를 유도함으로써 스스로 올바르게 학습할 수 있도록 하였다.

■ 대단원 핵심 한눈에 보기

대단원 학습을 마친 후 이 단원에서 배운 내용을 요약 · 정리하고, 새로 배운 용어와 기호를 제시함으로써 학습 내용을 스스로 점검하고 보완할 수 있도록 하였다.

■ 만화로 보는 수학 이야기

이 단원에서 학습한 내용 중 중요한 내용만을 엄선하여 만화로 보여 줌으로써 학습한 내용을 정리하고 주요 개념을 쉽게 이해할 수 있도록 하였다.

■ 생각 키우기

만화와 더불어 학생들의 사고를 확산시키기 위하여 다양한 아이디어를 산출할 수 있는 열린 반응을 요구하는 수학적 과제를 제시하였다.

■ 대단원 평가 문제

대단원 학습을 종합적으로 평가하기 위하여 다양한 유형의 평가 문항들을 제시하였다. 또 마지막 두 문제는 서술형으로 제시하여 수학적 표현 능력을 기를 수 있도록 하였다.

■ 공학적 도구(컴퓨터, 계산기)의 활용

단원의 내용 중에서 공학적 도구를 의미 있게 활용할 수 있는 학습 주제를 선정하여 인터넷, 컴퓨터, 계산기 등을 활용하는 방법을 제시함으로써 학습자의 흥미를 높이고, 효과적인 수업이 될 수 있도록 하였다.

■ 수학 산책

단원의 끝에 이 단원과 연관이 있는 다양한 이야기를 소개하여 수학에 흥미를 불러일으킬 수 있도록 하였다. 여기에 소개된 이야기는 실생활에서 수학이 활용되는 예나 그 내용이 출현하게 된 계기 등을 소재로 하여 학생들이 이해하기 쉽게 전개하였다.

IX. 연간 지도 계획안

단원	중단원	차시	교과서 쪽수	지도 내용
Ⅰ. 수와 연산	1. 자연수의 성질	1～9	10～29	1-1 소인수분해 1-2 최대공약수와 최소공배수 수준별 학습
	2. 정수와 유리수	10～25	30～61	2-1 정수와 유리수 2-2 정수와 유리수의 대소 관계 2-3 정수와 유리수의 덧셈과 뺄셈 2-4 정수와 유리수의 곱셈과 나눗셈 수준별 학습
	단원 마무리	26～27	62～69	
Ⅱ. 방정식	1. 문자와 식	28～37	70～91	1-1 문자의 사용 1-2 식의 값 1-3 일차식의 계산 수준별 학습
	2. 일차방정식	38～45	92～107	2-1 방정식과 항등식 2-2 일차방정식의 풀이 수준별 학습
	단원 마무리	46～47	108～115	
Ⅲ. 함수	1. 함수와 그래프	48～62	116～145	1-1 함수 1-2 순서쌍과 좌표 1-3 함수의 그래프 1-4 함수의 활용 수준별 학습
	단원 마무리	63～64	146～153	
Ⅳ. 통계	1. 도수분포와 상대도수	65～78	154～179	1-1 줄기와 잎 그림 1-2 도수분포표 1-3 히스토그램과 도수분포다각형 1-4 상대도수와 그래프 수준별 학습
	단원 마무리	79～80	180～189	
Ⅴ. 기본 도형과 작도	1. 기본 도형	81～91	190～211	1-1 점, 선, 면 1-2 각과 평행선 1-3 위치 관계 수준별 학습
	2. 작도와 합동	92～98	212～225	2-1 간단한 도형의 작도 2-2 삼각형의 작도와 합동 수준별 학습
	단원 마무리	99～100	226～235	

Ⅵ. 평면도형	1. 다각형	101～109	236～253	1-1 다각형의 성질 1-2 다각형의 내각과 외각 수준별 학습
	2. 부채꼴	110～115	254～265	2-1 부채꼴의 중심각과 호의 관계 2-2 부채꼴의 호의 길이와 넓이 수준별 학습
	단원 마무리	116～117	266～273	
Ⅶ. 입체도형	1. 다면체와 회전체	118～125	274～289	1-1 다면체 1-2 회전체 수준별 학습
	2. 입체도형의 겉넓이와 부피	126～134	290～307	2-1 기둥의 겉넓이와 부피 2-2 뿔의 겉넓이와 부피 2-3 구의 겉넓이와 부피 수준별 학습
	단원 마무리	135～136	308～317	

※ 위 계획안은 학교의 실정이나 학생들의 학습 속도 등에 따라 적절히 조정하여 운영할 수 있다.

X. 참고 문헌

- 강완, 백석윤(1998). 초등수학 교육론. 동명사.
- 교육과학기술부(2007). 수학과 교육과정(교육과학기술부 고시 제 2007-79호 별책 8).
- 교육과학기술부(2009). 2009 개정 교육과정 총론. 교육과학기술부 고시 제 2009-41호.
- 교육과학기술부(2011). 수학과 교육과정(교육과학기술부 고시 제 2011-361호 별책 8).
- 신이섭 외(2011). 2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정 연구. 한국과학창의재단 정책연구 2011-11.
- 이홍우(1999). 지식의 구조와 교과. 서울: 교육과학사.
- 임찬빈, 이화진, 곽영순, 강대현, 박영석(2004). 수업 평가 기준 개발 연구(Ⅰ): 일반 기준 및 교과(사회, 과학, 영어) 기준 개발. 한국교육과정평가원 연구 보고서 RRI 2004-5.
- 임찬빈, 이화진, 최승현, 오은순, 이경언, 이수정, 노은희, 권순달(2006). 수업 평가 기준 개발 연구(Ⅲ): 일반 기준 및 교과(국어, 수학, 기술 · 가정, 음악, 초등) 기준 상세화. 한국교육과정평가원 연구 보고서 RRI 2006-3.
- 조지민, 김명화, 최인봉, 송미영, 김수진(2007). 2006년 국가수준 학업성취도 평가 연구: 수학. 한국교육과정평가원 연구 보고 RRE 2007-3-4.
- 박선화, 김명화, 주미경(2010). 수학에 대한 정의적 특성 향상 방안 연구. 한국교육과정평가원 연구 보고 RRI 2010-9.
- 박순경(2010). 2009 개정 교육과정에 따른 교과 교육과정의 개선 방향 탐색. 2009 개정 교육과정에 따른 교과 교육과정 개선 방향 23-72. 국가교육과학기술자문위원회 교육과정위원회.
- 최승현(2002). 수학과 교육 내실화 방안 연구-좋은 수업 사례에 대한 질적 접근-. 한국교육과정평가원.
- 최승현, 황혜정(2007). 수학 수업 평가 기준 개발에 관한 기초 연구, 학교 수학, 9(3), pp.327~352.
- 황혜정, 김홍원, 박경미, 김수환, 김신영, 채선희(1997). 창의력 신장을 돕는 중학교 수학과 학습 평가 방법 연구. 한국교육개발원 연구 보고 CR 97-10-1.
- 황혜정, 나귀수, 최승현, 박경미, 임재훈, 서동엽(2012). 수학교육학신론(2012 증보판). 문음사.
- 황혜정(2012). 수학 수업에서 요구되는 교사 지식에 대한 평가 기준 재탐색. 한국학교수학교육학회 시리즈 E 수학교육논문집, 26(1), pp.29~55.
- Charles, L., Lester, F., & O'Daffer, P.(1987). *How to Evaluate Progress in Problem Solving*. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc..
- Danielson Charlotte(1997). *A collection of Performance Tasks and Rubrics*: Middle School Mathematics. Larchmont, NY: Eye O Education, Inc..
- Driver, R., Asoko, H., Leach, J. Mortimer, E. & Scott, P.(1994). *Constructing scientific knowledge in the classroom*. Educational Researcher, 23, (7), 5-12.
- Greeno, J. G.(1978). *Nature of Problem Solving Abilities*, In W. K. Estes(Ed.). *Handbook of learning and cognitive process: Human Information Processing*(pp.239~270). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Krulick, S. & Rudnick, J. A.(1984). *A Sourcebook for Teaching Problem Solving*. Boston: Allyn and Bacon.
- National Council of Teachers of Mathematics(1989). *The Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics(1991). *Mathematics Assessment*, In J. K. Stenmark(Ed.). Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics(1991). *Mathematical Modeling in the Secondary School Curriculum*, In Frank Swetz and J. S. Hartzler(Eds.). Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics(2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: Author.
- Niss, M.(1989). *Aims and Scope of Applications and Modeling in Mathematics Curricula*, In W. Blum et. al.(Eds.), *Application and Modeling in Learning and Teaching Mathematics*(pp. 22~31). West Sussex: Ells Horwood Limited.
- Pólya, G.(1957), *How to Solve it*. 2nd ed., New York: Doubleday & Company, Inc..
- Vosniadou, S.(2001). *How children learn. Educational Practices series*. Monograph No. 7. International Bureau of Education(IBE).

교사용 지도 자료

각론



I 수와 연산

이 단원의 |학|습|목|표|

1. 거듭제곱의 뜻을 안다.
2. 소인수분해의 뜻을 알고, 자연수를 소인수분해할 수 있다.
3. 최대공약수와 최소공배수의 성질을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.
4. 정수와 유리수의 개념과 대소 관계를 이해한다.
5. 정수와 유리수의 사칙계산의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.

사람이 거주하고 있는 지역 중에서 2010년까지 가장 낮은 기온을 기록한 곳은 동부 시베리아 고원의 오이먀콘으로 1933년 2월 6일에 영하 68 ℃를 기록하였다. 그렇다면 가장 더운 곳은 어디일까? 기온의 측정이 정기적으로 이루어지는 지역 중에서 가장 높은 기온을 기록한 곳은 1921년 여름 영상 58.8 ℃를 기록한 이라크 남동부의 바스라이다.

또 하루 중 가장 큰 기온 차를 보인 곳은 미국 몬태나 주의 브라우닝이라는 지역으로 1916년 1월에 영상 6.7 ℃에서 영하 48.8 ℃까지 하루 중에 55 ℃ 이상 내려간 기록이 있다. 영상 6.7 ℃와 영하 48.8 ℃를 각각 +6.7 ℃와 −48.8 ℃로 나타내기도 하는데, 이와 같이 수에 부호 +, −를 붙여서 나타내면 편리할 때가 많다.

단원을 시작하기 전에

소인수분해를 바탕으로 최대공약수와 최소공배수를 구하며, 이를 활용하여 여러 가지 문제를 합리적으로 해결할 수 있음을 알게 한다. 또한 온도의 영상과 영하, 주식 거래량의 증가와 감소, 무역수지의 흑자와 적자 등과 같이 서로 반대되는 성질을 가지는 수량을 부호를 사용하여 간편하게 표현하고, 이들의 사칙계산을 할 수 있도록 지도한다.

단원의 지도 목표

1. 자연수의 성질

① 거듭제곱의 뜻을 알게 한다.
② 소인수분해의 뜻을 알고, 자연수를 소인수분해할 수 있게 한다.
③ 최대공약수와 최소공배수의 성질을 이해하고, 이를 구할 수 있게 한다.
④ 최대공약수와 최소공배수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있게 한다.

2. 정수와 유리수

① 정수와 유리수의 개념을 이해하게 한다.
② 정수와 유리수의 대소 관계를 이해하게 한다.
③ 정수와 유리수의 사칙계산의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

① 약수와 배수는 자연수의 범위에서만 다룬다.
② 다양한 상황을 이용하여 음수의 필요성을 인식하게 한다.
③ 양의 부호(+), 음의 부호(−)와 덧셈, 뺄셈을 나타내는 기호는 같지만 그 의미는 다름을 지도한다.
④ 교환법칙, 결합법칙, 분배법칙을 이해하고, 계산에 이용할 수 있을 정도로만 간단히 다룬다.
⑤ 수의 계산에서 자신의 풀이 방법을 설명하게 한다.

교수 · 학습의 계열



단원의 차시별 지도 계획

중단원	소단원	차시	교과서(쪽)	지도 내용	용어와 기호
단원의 개관			10~11	• 단원의 개관	
1. 자연수의 성질	준비 학습		12	• 공약수와 최대공약수 • 공배수와 최소공배수 • 최대공약수와 최소공배수 구하기	
	1-1 소인수분해	1~4	13~19	• 거듭제곱, 소수, 소인수 • 소인수분해하기 • 소인수분해를 이용하여 약수 구하기	거듭제곱, 밑, 지수, 소수, 합성수, 소인수, 소인수분해
	1-2 최대공약수와 최소공배수	5~8	20~26	• 최대공약수와 최소공배수의 성질 • 소인수분해를 이용하여 최대공약수와 최소공배수 구하기 • 최대공약수와 최소공배수의 활용	서로소
	수준별 학습	9	27~29	• 중단원 확인 학습 문제	
2. 정수와 유리수	준비 학습		30	• 자연수의 혼합 계산 • 소수와 분수의 크기 비교 • 분수의 사칙계산 • 분수와 소수의 혼합 계산	
	2-1 정수와 유리수	10~12	31~35	• 부호 $+$, $-$의 사용 • 정수와 유리수의 뜻 • 정수와 유리수를 수직선 위에 나타내기	양의 부호($+$), 음의 부호($-$), 양의 정수, 음의 정수, 정수, 유리수, 양의 유리수, 양수, 음의 유리수, 음수, 수직선
	2-2 정수와 유리수의 대소 관계	13~14	36~39	• 절댓값의 뜻 • 정수와 유리수의 대소 관계	절댓값, 절댓값 기호($\lvert\ \rvert$), $\geq$, $\leq$
	2-3 정수와 유리수의 덧셈과 뺄셈	15~18	40~47	• 정수와 유리수의 덧셈 • 정수와 유리수의 덧셈의 계산 법칙 • 정수와 유리수의 뺄셈	(덧셈의) 교환법칙, (덧셈의) 결합법칙
	2-4 정수와 유리수의 곱셈과 나눗셈	19~24	48~58	• 정수와 유리수의 곱셈 • 정수와 유리수의 곱셈의 계산 법칙 • 정수와 유리수의 나눗셈 • 정수와 유리수의 혼합 계산 • 분배법칙	(곱셈의) 교환법칙, (곱셈의) 결합법칙, 역수, 분배법칙
	수준별 학습	25	59~61	• 중단원 확인 학습 문제	
단원 마무리		26~27	62~69	• 수행 과제 • 학습에 대한 자기 평가 • 대단원 핵심 한눈에 보기 • 만화로 보는 수학 이야기 • 대단원 평가 문제 • 수학 산책	

학습 지도 계획 수립 시 차시별 지도 계획을 바탕으로 학교의 실정이나 학생들의 학습 속도에 따라 적절히 조정할 수 있다.

단원의 이론적 배경

1. 소수와 최대공약수

유클리드(Euclid : ? B.C. 325∼? B.C. 265)는 그리스의 기하학을 체계적으로 정비한 "원론"(총 13권)에서 처음으로 소수(素數)를 정의하였고, 소수의 개수는 무한하다는 것을 증명하였다. 다음은 소수가 무한히 많이 존재한다는 것에 대한 유클리드의 증명이다.

소수의 개수를 유한개라 하고, 가장 큰 소수를 m이라고 가정하자. 이때 m 이하의 모든 소수의 곱에 1을 더한 수를 P라고 하자. 즉,

$$P=2\times3\times5\times\cdots\times m+1$$

그러면 $P>m$이고 m은 가장 큰 소수이므로 P는 합성수이다. 그러므로 P는 적어도 하나의 소인수 q를 가진다. 그런데 P는 2, 3, 5, ⋯, m의 어느 소수로 나누어도 1이 남으므로 $q>m$이어야 한다. 이것은 m이 가장 큰 소수라는 가정에 모순이다. 따라서 소수는 무한히 많다.

또 "원론" 제7권에서는 최대공약수를 구하는 방법 중의 하나인 유클리드 호제법 'A를 B로 나누었을 때의 몫을 Q, 나머지를 R라고 하면 $A=BQ+R$이고, 이때 두 수 A와 B의 최대공약수는 두 수 B와 R의 최대공약수와 같다.'에 대해서도 설명하였다. 다음은 그 증명이다.

두 수 A, B의 최대공약수를 G라 하면

$$A=aG,\ B=bG\ (\text{단, } a,\ b\text{는 서로소})$$

라고 할 수 있다.

이 값을 $A=BQ+R$에 대입하면

$$aG=bGQ+R$$
$$R=(a-bQ)G$$

따라서 두 수 A, B의 최대공약수 G는 두 수

$$B=bG,\ R=(a-bQ)G$$

의 최대공약수와 같다.

유클리드 호제법을 이용하면 복잡하거나 큰 두 수 사이의 최대공약수를 쉽게 구할 수 있다.

2. 자연수의 역사

오늘날 세계 각국에서 널리 사용되는 자연수는 그 원형이 인도에서 시작된 것으로 알려지고 있다. 이 인도 숫자가 보존된 최초의 기록은 B.C. 250년경 인도의 아소카 왕 시대에 세워진 돌기둥에서 발견되었다.

당시 인도와 아라비아는 교류가 빈번하여 6세기경에 인도의 숫자와 산술이 아라비아에 전해지고, 아라비아에서 개량되어 오늘날의 숫자에 가까운 형태로 되었다. 그 후 13세기 초 피보나치의 저서 "주산교본"에 의하여 유럽까지 전해지게 되었다.

3. 수 0의 발견과 역사

최초의 인도 숫자에는 0이 없고 1부터 9까지만 사용되었다. 그러다가 876년경 힌디 어로 수냐(sunya)라고 불리는 점을 발견하여 기호로 사용한 것이 0의 시초가 되었다.

그러나 이때의 수냐는 수 0이 아니라 단지 빈 곳을 채우기 위한 의도적인 기호로서 '비었다'는 것을 의미하였다. 이러한 표기법 0은 아라비아를 통하여 유럽으로 전파되면서, 아랍 어 아시프로(as-sifr), 라틴 어 제피늄(Zephirum)으로 번역되고, 다시 이탈리아 어 제우로(Zeuro)로 번역되어 영어 제로(Zero)로 부르게 되었다.

오늘날에도 우리가 비록 숫자 0을 빈번히 사용하고

있지만 항상 수로 생각하지는 않는다. 실제로 수로서의 0은 아라비아 숫자의 맨 첫 번째 수이다. 그러나 컴퓨터 자판이나 전화기 번호판의 0은 9 다음에 배열되어 있다. 이때의 0은 수보다 기호로서의 0이다.

0은 다른 어떤 수로도 나누어질 수 있다. 그러나 0으로는 어떤 수도 나눌 수 없다. 0은 하나의 수로서 다른 모든 자연수의 특징을 가지기도 하고, 또 충분히 다른 점을 가지고 있기도 하다.

4. 정수와 유리수의 역사

음수의 개념은 7세기경 인도에서 형성된 것으로 여겨진다. 당시 수학자인 브라마굽타(Brahmagupta : 598~670)는 628년에 발표한 그의 저서에서 음수의 개념을 다루었는데, 양수와 음수의 관계를 재산과 부채, 방향에 대한 반대 개념으로 사용하였다.

한편 음수의 곱셈, 나눗셈의 계산 법칙은 바스카라(Bhaskara, A. : 1114~1185)의 책에서 처음 발견되었다. 이 책에서는 두 재산 또는 두 부채의 곱을 재산으로, 재산과 부채의 곱은 부채로 보았고, 나눗셈에 대해서도 같은 방법으로 생각하였다. 또 바스카라는 양수의 제곱근을 구할 때에도 이 법칙을 확장해서 사용하였다. 즉, 재산은 두 제곱근을 가지며 그중 하나는 재산이고 다른 하나는 부채라고 말함으로써 정수의 제곱근의 이의성을 유도하고 있다.

고대 중국 한나라 시대의 수학 책인 "구장산술(九章算術)"에는 양수, 음수의 덧셈과 뺄셈 방법이 서술되어 있다. 이것으로 보아 중국에서는 브라마굽타보다 더 이전에 음수가 사용되었음을 알 수 있다.

보헤미아의 수학자 비트만(Widmann, J. : 1462~1498)은 1489년 산술책에서 처음으로 +, − 부호를 사용하였는데, +는 과잉 상태를, −는 부족한 것을 나타내는 것으로 표현하였다. 그 후 이탈리아의 카르다노(Cardano, G. : 1501~1576), 네덜란드의 스테빈(Stevin, S. : 1548~1620) 등은 방정식의 해에 음수를 사용하였다.

음수를 완전한 의미의 수로 취급한 사람은 좌표기하의 창시자인 프랑스의 데카르트(Descartes, R. : 1596~1650)였다. 그는 수직선의 개념, 좌표계에서 음수의 위치 등을 설정함으로써 음수의 시각적, 기하학적인 표현을 통하여 비로소 수 체계 안에서의 음수의 올바른 위치를 찾아내었다.

한편 분수는 인류 문화와 함께 생겨났을 것으로 생각된다. 기원전 1650년경 이집트의 승려 아메스가 쓴 파피루스에는 여러 가지 분수를 몇 개의 단위분수의 합으로 나타내는 문제가 실려 있다. 이것이 최초의 분수에 대한 기록이다.

또한 바빌로니아에서는 분모가 60의 거듭제곱으로 된 분수를 사용하였고, 고대 로마에서는 분모가 12인 분수를 사용하였다.

그러나 이때의 분수 기호는 오늘날의 것과는 같지 않다. 오늘날 사용하는 분수 기호가 정착된 것은 대체로 르네상스 시대 이후로 보고 있다.

교수 · 학습 과정안 (기초)

대단원	Ⅰ. 수와 연산	쪽수	교과서 21~22쪽
소단원	1. 자연수의 성질　1-2 최대공약수와 최소공배수	차시	6/27
학습 목표	소인수분해를 이용하여 최대공약수를 구할 수 있다.		

단계	학습 과정	교수 · 학습 활동	교수 · 학습상의 유의점
도입	선수 학습 확인	이전에 학습한 내용을 간단히 확인, 점검한다.	모둠 학습을 위한 소집단을 사전에 편성한다.
	동기 유발	최대공약수를 구하는 방법에 대하여 질문한다.	
	학습 목표 제시	학습 목표를 제시한다. • 소인수분해를 이용하여 최대공약수를 구할 수 있다.	
전개	탐구 활동	탐구 활동을 모둠별로 해결하도록 한다. 탐구 활동 결과를 발표하게 하고, 정답 확인 및 보충 설명을 한다.	
	개념 학습	학습 내용 설명 **최대공약수 구하기** (1) 소인수분해를 이용하는 방법 ❶ 각 수를 소인수분해한다. ❷ 공통인 소인수 중에서 지수가 같거나 작은 것을 택하여 곱한다. (2) 나눗셈을 이용하는 방법 ❶ 1이 아닌 공약수로 몫이 서로소가 될 때까지 각 수를 나눈다. ❷ 나눈 공약수를 모두 곱한다.	
	문제 해결	문제 3, 4, 창의 UP 문제를 풀게 한다. 정답을 확인하고, 보충 설명을 한다.	
정리 및 평가	학습 내용 정리	본시의 학습 내용을 정리한다.	
	형성 평가	형성 평가 문제를 제시하여 성취 수준을 파악한다. ● 두 수 $2^3\times5^3$, $2\times3\times5$의 최대공약수를 구하여라. 답 10	
	수준별 과제	형성 평가 결과에 따라 수준별 학습지(기초, 기본)를 과제로 선택하도록 한다.	
	차시 예고	다음 차시를 예고한다. • 최소공배수의 성질에 대하여 알아본다.	

수준별 학습지 (기초)

대단원	I. 수와 연산	쪽수	교과서 21~22쪽
소단원	1. 자연수의 성질 1-2 최대공약수와 최소공배수	차시	6/27

( )학년 ( )반 ( )번 이름:

1 다음은 나눗셈을 이용하여 16과 24의 최대공약수를 구하는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 써넣어라.

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 16 & 24 \\ 2 & 8 & 12 \\ 2 & 4 & 6 \\ & 2 & 3 \end{array}$$

16과 24의 최대공약수는
□×□×□=□
이다.

답 2, 2, 2, 8

2 다음은 소인수분해를 이용하여 60과 72의 최대공약수를 구하는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 써넣어라.

$$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$$
$$72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

(최대공약수)=□×□×□=□

답 2, 2, 3, 12

3 두 수 80과 96의 최대공약수를 구하여라.

답 16

4 두 수 $2^3 \times 3 \times 5^2$, $2 \times 5^3 \times 7$의 최대공약수는?

① 2×5 ② 2×5^2 ③ $2^3 \times 5^3$
④ $2 \times 3 \times 5 \times 7$ ⑤ $2^3 \times 3 \times 5^3 \times 7$

답 ②

교수 · 학습 과정안 (기본)

대단원	I. 수와 연산	쪽수	교과서 21~22쪽
소단원	1. 자연수의 성질　1-2 최대공약수와 최소공배수	차시	6/27
학습 목표	소인수분해를 이용하여 최대공약수를 구할 수 있다.		

단계	학습 과정	교수 · 학습 활동	교수 · 학습상의 유의점
도입	선수 학습 확인 동기 유발 학습 목표 제시	◐ 이전에 학습한 내용을 간단히 확인, 점검한다. ◐ 최대공약수를 구하는 방법에 대하여 질문한다. ◐ 학습 목표를 제시한다. • 소인수분해를 이용하여 최대공약수를 구할 수 있다.	모둠 학습을 위한 소집단을 사전에 편성한다.
전개	탐구 활동 개념 학습 문제 해결	◐ 탐구 활동을 모둠별로 해결하도록 한다. ◐ 탐구 활동 결과를 발표하게 하고, 정답 확인 및 보충 설명을 한다. ◐ 학습 내용 설명 **최대공약수 구하기** (1) 소인수분해를 이용하는 방법 ❶ 각 수를 소인수분해한다. ❷ 공통인 소인수 중에서 지수가 같거나 작은 것을 택하여 곱한다. (2) 나눗셈을 이용하는 방법 ❶ 1이 아닌 공약수로 몫이 서로소가 될 때까지 각 수를 나눈다. ❷ 나눈 공약수를 모두 곱한다. ◐ 문제 3, 4, 창의 UP 문제를 풀게 한다. 정답을 확인하고, 보충 설명을 한다.	
정리 및 평가	학습 내용 정리 형성 평가 수준별 과제 차시 예고	◐ 본시의 학습 내용을 정리한다. ◐ 형성 평가 문제를 제시하여 성취 수준을 파악한다. ● 세 수 $2^2\times3^2\times5^2$, $2^3\times3^3$, $3^4\times5\times7$의 최대공약수를 소인수의 곱으로 나타내어라. 답 3^2 ◐ 형성 평가 결과에 따라 수준별 학습지(기초, 기본, 실력)를 과제로 선택하도록 한다. ◐ 다음 차시를 예고한다. • 최소공배수의 성질에 대하여 알아본다.	

수준별 학습지 (기본)

대단원	I. 수와 연산	쪽수	교과서 21~22쪽
소단원	1. 자연수의 성질 1-2 최대공약수와 최소공배수	차시	6/27
(　　)학년 (　　)반 (　　)번 이름:			

1 세 수 $2^3\times3\times5$, $2^2\times5^2\times7$, $5^2\times11$의 최대공약수를 구하여라.

답 5

2 다음 중에서 세 수 48, 120, 144의 공약수가 아닌 것은?

① 3^2　② 2^3　③ 2×3

④ $2^2\times3$　⑤ $2^3\times3$

답 ①

3 두 자연수 $6\times n$, $8\times n$의 최대공약수가 28일 때, 자연수 n의 값을 구하여라.

답 14

4 두 분수 $\frac{56}{n}$, $\frac{98}{n}$이 모두 자연수가 되도록 하는 자연수 n의 값 중에서 가장 큰 수를 구하여라.

답 14

교수 · 학습 과정안 (실력)

대단원		Ⅰ. 수와 연산	쪽수	교과서 21~22쪽
소단원		1. 자연수의 성질　1-2 최대공약수와 최소공배수	차시	6/27
학습 목표		**소인수분해를 이용하여 최대공약수를 구할 수 있다.**		
단계	학습 과정	교수 · 학습 활동		교수 · 학습상의 유의점
도입	선수 학습 확인 동기 유발 학습 목표 제시	◯ 이전에 학습한 내용을 간단히 확인, 점검한다. ◯ 최대공약수를 구하는 방법에 대하여 질문한다. ◯ 학습 목표를 제시한다. • 소인수분해를 이용하여 최대공약수를 구할 수 있다.		모둠 학습을 위한 소집단을 사전에 편성한다.
전개	탐구 활동 개념 학습 문제 해결	◯ 탐구 활동을 모둠별로 해결하도록 한다. ◯ 탐구 활동 결과를 발표하게 하고, 정답 확인 및 보충 설명을 한다. ◯ 학습 내용 설명 **최대공약수 구하기** (1) 소인수분해를 이용하는 방법 ❶ 각 수를 소인수분해한다. ❷ 공통인 소인수 중에서 지수가 같거나 작은 것을 택하여 곱한다. (2) 나눗셈을 이용하는 방법 ❶ 1이 아닌 공약수로 몫이 서로소가 될 때까지 각 수를 나눈다. ❷ 나눈 공약수를 모두 곱한다. ◯ 문제 3, 4, 창의 UP 문제를 풀게 한다. 정답을 확인하고, 보충 설명을 한다.		
정리 및 평가	학습 내용 정리 형성 평가 수준별 과제 차시 예고	◯ 본시의 학습 내용을 정리한다. ◯ 형성 평가 문제를 제시하여 성취 수준을 파악한다. ● 세 수 $2^4\times5^4$, $2^3\times3\times5^3$, $2^5\times5^2\times7$의 공약수는 몇 개인지 구하여라. 답 12개 ◯ 형성 평가 결과에 따라 수준별 학습지(기본, 실력)를 과제로 선택하도록 한다. ◯ 다음 차시를 예고한다. • 최소공배수의 성질에 대하여 알아본다.		

수준별 학습지 (실력)

대단원	I. 수와 연산	쪽수	교과서 21~22쪽
소단원	1. 자연수의 성질 1-2 최대공약수와 최소공배수	차시	6/27
(　　)학년 (　　)반 (　　)번 이름:			

1 세 수 $2^2\times3^3\times5\times7$, $2^3\times3^3\times5\times7$, $3^2\times5^2\times7^2$의 공약수는 몇 개인지 구하여라.

답 12개

2 두 자연수 24와 $2^2\times\square\times13$의 최대공약수가 12일 때, $\square$ 안에 들어갈 수 있는 수 중에서 가장 작은 수를 구하여라.

답 3

3 100보다 큰 어떤 자연수와 70의 최대공약수가 14이다. 이러한 수 중에서 가장 작은 수를 구하여라.

답 112

4 60과 $a^3\times b$의 최대공약수가 12일 때, $a+b$의 최솟값을 구하여라. (단, a, b는 서로소이다.)

답 5

1 자연수의 성질

중단원을 시작하며

이번 중단원에서는 다음 내용을 지도한다.

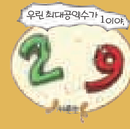
① 거듭제곱의 뜻을 알게 한다.
② 소수와 합성수의 뜻을 알게 한다.
③ 소인수분해의 뜻을 알고, 자연수를 소인수의 곱으로 나타내어 소인수분해할 수 있게 한다.
④ 소인수분해를 이용하여 약수를 구할 수 있게 한다.
⑤ 소인수분해를 이용하여 최대공약수와 최소공배수를 구할 수 있게 한다.

중단원의 구성

소단원명	지도 내용
1-1 소인수분해	거듭제곱, 소수, 소인수
	소인수분해하기
	소인수분해를 이용하여 약수 구하기
1-2 최대공약수와 최소공배수	최대공약수와 최소공배수의 성질
	소인수분해를 이용하여 최대공약수와 최소공배수 구하기
수준별 학습	중단원 확인 학습 문제

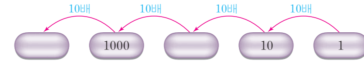
교과서 12 쪽

1 자연수의 성질



준 | 비 | 학 | 습

1 빈칸에 알맞은 수를 써넣어라.



공약수와 최대공약수
• 공약수: 두 자연수의 공통인 약수
• 최대공약수: 공약수 중에서 가장 큰 수

2 다음을 구하여라.

(1) 18의 약수 (2) 27의 약수
(3) 18과 27의 공약수 (4) 18과 27의 최대공약수

공배수와 최소공배수
• 공배수: 두 자연수의 공통인 배수
• 최소공배수: 공배수 중에서 가장 작은 수

3 다음을 구하여라.

(1) 4의 배수 (2) 6의 배수
(3) 4와 6의 공배수 (4) 4와 6의 최소공배수

최대공약수와 최소공배수 구하기

2)12 30
3) 6 15
2 5

$2\times3=6$
⇨ 12와 30의 최대공약수
$2\times3\times2\times5=60$
⇨ 12와 30의 최소공배수

4 빈칸에 알맞은 수를 써넣고, 최대공약수와 최소공배수를 구하여라.

(1) 2)8 36
□)4 18
2 □
최대공약수: ______
최소공배수: ______

(2) 2)30 48
□)15 24
□ □
최대공약수: ______
최소공배수: ______

준비 학습의 해설

1

목표| 수가 10배씩 커지면 자리가 하나씩 커짐을 알게 한다.

풀이| **10000, 100**

2

목표| 약수, 공약수, 최대공약수를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) **1, 2, 3, 6, 9, 18** (2) **1, 3, 9, 27**
(3) **1, 3, 9** (4) **9**

3

목표| 배수, 공배수, 최소공배수를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) **4, 8, 12, 16, 20, 24, ⋯**
(2) **6, 12, 18, 24, ⋯**
(3) **12, 24, ⋯**
(4) **12**

4

목표| 최대공약수와 최소공배수를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1)
2)8 36
[2])4 18
2 [9]

최대공약수: $2\times2=$**4**
최소공배수: $2\times2\times2\times9=$**72**

(2)
2)30 48
[3])15 24
[5] [8]

최대공약수: $2\times3=$**6**
최소공배수: $2\times3\times5\times8=$**240**

교과서 13 쪽

1-1 소인수분해

- 거듭제곱의 뜻을 안다.
- 소인수분해의 뜻을 알고, 자연수를 소인수분해할 수 있다.

거듭제곱이란 무엇인가?

창의력 기르기

체스

서양의 장기인 체스에 대하여 다음과 같은 흥미로운 이야기가 전해 내려오고 있다.

> 옛날 어느 나라의 왕이 체스 게임을 매우 좋아하여 그것을 처음으로 만든 농부의 소원을 들어 주기로 하였다. 그러자 농부는 체스 판의 첫 번째 칸에는 밀 두 알을 놓고, 두 번째 칸에는 밀 네 알, 세 번째 칸에는 밀 여덟 알, 네 번째 칸에는 밀 열여섯 알을 놓는 것과 같이 각 칸마다 앞의 칸보다 밀의 수를 두 배씩 늘려서 체스 판을 다 채울 수 있을 만큼의 밀을 달라고 하였다.

탐구 활동

다음 물음에 답하여 보자.

1 다섯 번째 칸에는 몇 알의 밀을 놓아야 하는가?

2 열 번째 칸에는 몇 알의 밀을 놓아야 하는가?



창의력 기르기에서 농부가 원하는 밀의 개수는 오른쪽 표와 같다. 이처럼 2를 여러 번 곱한 수는 다음과 같이 간단히 나타낼 수 있다.

체스 판의 칸	밀의 수
첫 번째	2
두 번째	$2\times2=4$
세 번째	$2\times2\times2=8$
네 번째	$2\times2\times2\times2=16$
⋮	⋮

$$2\times2=2^2$$
$$2\times2\times2=2^3$$
$$2\times2\times2\times2=2^4$$
$$\vdots$$

❶ [illegible] 2^2, 2^3, 2^4, …을 통틀어 2의 **거듭제곱**이라 하고, 2를 [illegible]제곱의 **밑**, 곱하는 개수를 나타내는 2, 3, 4, …를 거듭제곱의 **지수**라고 한다.

2^4 ← 지수 (4), ← 밑 (2)

- 2^2은 '2의 제곱', 2^3은 '2의 세제곱', 2^4은 '2의 네제곱', …이라고 읽는다.
- $2^1=2$로 생각한다.

1-1 소인수분해

소단원 지도 목표

① 거듭제곱, 밑, 지수의 뜻을 알게 한다.
② 거듭제곱을 이용하여 수를 간단히 나타낼 수 있게 한다.
③ 소수와 합성수의 뜻을 알게 한다.
④ 소인수와 소인수분해의 뜻을 알게 한다.
⑤ 자연수를 소인수분해할 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 거듭제곱은 지수가 자연수인 경우만 다룬다. 또한 소수는 1보다 큰 자연수에서 생각하므로 1은 소수도 합성수도 아님을 유의하게 한다.

2. 약수와 배수는 자연수 범위에서만 다루며, 소인수분해를 이용하면 주어진 수의 약수를 모두 구하기에 편리함을 알게 한다.

새로 나온 용어와 기호

- 거듭제곱(power)
- 밑(base)
- 지수(指數, exponent)
- 소수(素數, prime number)
- 합성수(合成數, composite number)
- 소인수(素因數, prime factor)
- 소인수분해(素因數分解, factorization in prime factors)

창의력 기르기 참/고/자/료

체스는 고대 인도의 차투랑가(chaturanga)라는 게임이 유럽에 전해져 변형된 것으로 15세기경에 체스 경기의 국제 규칙이 확립되었다. 체스 경기에 대한 자세한 내용은 대한체스연맹 홈페이지(http://www.kchess.or.kr)에서 알아볼 수 있다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 농부의 소원대로 밀알을 놓으면 밀알의 개수를 구할 때 2를 여러 번 곱하게 되어 그 숫자가 매우 커지므로 간단히 거듭제곱으로 나타낼 필요성을 느끼게 하려는 것이다.

1. $2\times2\times2\times2\times2=\mathbf{32}$**(알)**

2. $2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2=\mathbf{1024}$**(알)**

본문 해설

❶ 같은 수를 여러 번 더할 때 간단히 곱하기로 나타내듯이 같은 수를 여러 번 곱할 때에도 간단히 나타낼 수 있다.
즉, $2+2+2+2+2=2\times5$와 같이 간단히 나타내는 것과 마찬가지로 $2\times2\times2\times2\times2=2^5$과 같이 간단히 나타낼 수 있다.

주의 | 거듭제곱으로 나타내는 것과 거듭제곱을 계산하는 것을 혼동하여 $2\times2=2^2$을 $2\times2=4$로 나타내지 않도록 한다.

1

목표| 거듭제곱으로 나타낼 수 있게 한다.

풀이| (1) $\underbrace{3\times3}_{2개}\times\underbrace{5\times5\times5}_{3개}=\mathbf{3^2\times5^3}$

(2) $\underbrace{2\times2}_{2개}\times5\times\underbrace{7\times7\times7\times7}_{4개}=\mathbf{2^2\times5\times7^4}$

2

목표| 10의 거듭제곱으로 나타낼 수 있게 한다.

풀이| (1) $1000=10\times10\times10=\mathbf{10^3}$

(2) $10000=10\times10\times10\times10=\mathbf{10^4}$

교과서 14 쪽

문제 1 다음을 거듭제곱으로 나타내어라.

(1) $3\times3\times5\times5\times5$　　(2) $2\times2\times5\times7\times7\times7\times7$

문제 2 다음 수를 10의 거듭제곱으로 나타내어라.

(1) 1000　　(2) 10000


의사소통

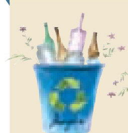
다음은 태양계의 행성의 질량을 10의 거듭제곱을 사용하여 나타낸 것이다. 이와 같이 거듭제곱을 사용하면 어떤 점이 편리한지 토의하여 보자.



행성	수성	금성	지구	화성	목성	토성	천왕성	해왕성
질량(kg)	3×10^{23}	5×10^{24}	6×10^{24}	6×10^{23}	2×10^{27}	6×10^{26}	9×10^{25}	1×10^{26}

소수란 무엇인가?

창의력 기르기

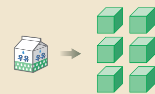


업사이클링(upcycling)

환경 문제가 날로 심각해지는 요즘 '업사이클링(upcycling)'이라는 새로운 용어가 관심의 대상이 되고 있다. 업사이클링이란 버려지는 자원이나 폐품 등에 새로운 디자인을 더해 쓸모 있는 제품으로 재활용하는 과정을 말한다. 낡은 것을 고쳐 쓴다는 의미의 '리폼(reform)'과 비슷한 용어로, 예를 들면 버려지는 현수막으로 재킷을 만들거나 소파 가죽으로 가방을 제작하는 것 등이 있다.

탐구 활동

오른쪽의 크기가 같은 상자들은 우유팩을 이용하여 만든 정육면체 블록이다. 다음 물음에 답하여 보자.



1 3개의 정육면체 블록을 붙여서 만들 수 있는 직육면체 모양은 몇 개인가?

2 6개의 정육면체 블록을 붙여서 만들 수 있는 직육면체 모양은 몇 개인가?

의/사/소/통

|출제 의도| 한 자리의 자연수와 10의 거듭제곱을 곱하여 나타낸 수는 지수에 따라 자릿수가 결정됨을 인식하여 큰 수를 나타내거나 비교할 때 편리함을 깨닫게 하려는 문제이다.

풀이| 3×10^{23}은 300000000000000000000000를 10의 거듭제곱을 사용하여 나타낸 것이다.
이와 같이 큰 수를 거듭제곱을 사용하여 나타내면 여러 개의 0을 쓰지 않아도 되고, 몇 자리의 수인지 한눈에 알기가 쉽다.
한편 3×10^{23}은 24자리의 수이고, 5×10^{24}은 25자리의 수이므로 5×10^{24}이 더 크다는 것을 쉽게 알 수 있다.
즉, 거듭제곱으로 나타내어진 수는 지수를 보고 두 수의 크기를 쉽게 비교할 수 있으므로 편리하다.

창의력 기르기 참/고/자/료

못 쓰는 물건, 버려진 물건을 창조적인 아이디어를 통해 새로운 물건으로 만들어 내는 활동을 업사이클링(upcycling)이라고 한다. 재활용 본래의 의미를 적극적으로 구현할 뿐만 아니라 재미있고 기발한 상상력이 더해져 새로운 시장을 열어 가고 있는 분야이다. 이와 관련된 회사들이 활발히 활동하고 있고, 자원 순환의 필요성과 가치를 널리 알리기 위해 공모전을 열어 사람들의 참여를 유도하고 있다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 정육면체 블록을 붙여서 직육면체 모양을 만들어 봄으로써 자연수를 약수들의 곱으로 나타내는 과정을 통하여 소수의 개념을 알게 하려는 것이다.

1. 1개　　**2.** 2개

교과서 15 쪽

❶ …쪽 그림과 같이 3개의 정육면체 블록으로 …면체 모양을 만드는 방법은 1×3의 한 가지뿐이고, 6개의 정육면체 블록으로는 1×6, 2×3의 두 가지 직육면체 모양을 만들 수 있다.

1×3 1×6 2×3

이때 3=1×3으로 나타낼 수 있으며 3의 약수는 1과 3뿐이다. 또한 6=1×6=2×3으로 나타낼 수 있으며 6의 약수는 1, 2, 3, 6으로 4개가 있다.

소수의 약수의 개수는 2개이고, 합성수의 약수의 개수는 3개 이상이다.

…같이 1보다 큰 자연수 중에서 1과 그 수 자신만을 약수로 가지는 수를 **소수**라 ❷ … 또 6과 같이 1보다 큰 자연수 중에서 소수가 아닌 수를 **합성수**라고 한다.

주의 1은 소수도 아니고, 합성수도 아니다.

문제 3 다음 수를 소수와 합성수로 구분하여라.

(1) 15　　(2) 17

(3) 21　　(4) 31

0.3, 0.05, …와 같은 소수를 한자로 나타내면 小數이고, 2, 3, 5, …와 같은 소수를 한자로 나타내면 素數이다.

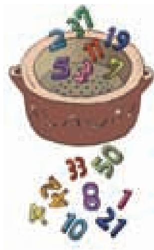
1에서 50까지의 자연수 중에서 소수를 다음과 같은 방법으로 찾아보자.

❶ 1은 소수가 아니므로 지운다.
❷ 소수 2는 남기고, 2의 배수를 모두 지운다.
❸ 소수 3은 남기고, 3의 배수를 모두 지운다.
❹ 소수 5는 남기고, 5의 배수를 모두 지운다.
❺ 소수 7은 남기고, 7의 배수를 모두 지운다.

이와 같은 과정을 계속하면

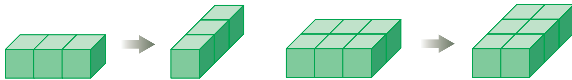
2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47

의 소수만 남게 된다.



본문 해설

❶ 정육면체 블록을 직육면체 모양으로 배열할 때 다음과 같이 돌려서 같은 모양인 경우는 1가지로 생각한다.



한 모서리에 있는 블록의 개수는 전체 블록의 개수의 약수이다. 이때 블록이 3개인 것은 직육면체 모양으로 배열하는 방법이 1가지뿐이다. 따라서 블록을 직육면체 모양으로 배열하는 방법이 1가지만 있는 경우는 전체 블록의 개수가 1과 자기 자신만을 약수로 가지는 경우이다.

❷ 합성수는 1과 그 자신 이외의 수를 약수로 가지는 자연수로 모두 소수의 곱으로 분해할 수 있다.

예 4의 약수: 1, ②, 4 ⇨ 합성수(4=2×2)
　　　　　　└ 1과 자기 자신 이외의 수

참고| 소수의 개수는 무한히 많다는 것이 증명되었으나 소수가 어떤 규칙을 가지고 나타나는지는 알려져 있지 않다.

3

목표| 소수와 합성수를 구분할 수 있게 한다.

풀이| (1) 15는 약수가 1, 3, 5, 15이므로 **합성수**이다.
(2) 17은 약수가 1, 17이므로 **소수**이다.
(3) 21은 약수가 1, 3, 7, 21이므로 **합성수**이다.
(4) 31은 약수가 1, 31이므로 **소수**이다.

주의| 소수로 착각하기 쉬운 수들

57=3×19,　　91=7×13
111=3×37,　　133=7×19
143=11×13

지/도/자/료

1. 모든 자연수는 기본적으로 1과 자기 자신을 반드시 약수로 가진다는 점을 설명한다.

2. 소수는 약수의 개수가 2개뿐임을 강조하고, 실제로 약수의 개수를 확인하여 소수를 찾을 수 있도록 한다.

읽/기/자/료 소수와 자연수

소수는 자연수에서 어떤 의미를 지니고 있을까?

1을 여러 번 더하여 보자. 1을 한 번 더하면 1, 두 번 더하면 2, 세 번 더하면 3, …

이와 같이 1과 덧셈만 있으면 모든 자연수를 만들 수 있다. 그러나 1과 곱셈만으로는 1 이외의 자연수를 만들 수 없다.

그러면 2를 여러 번 곱하여 보자. 2를 한 번 곱하면 2, 두 번 곱하면 4, 세 번 곱하면 8, …

따라서 2와 곱셈만으로도 자연수를 모두 만들 수 없다.

이와 같이 곱셈으로 모든 자연수를 만들기 위해서는 2, 3, 5, 7, … 등과 같은 소수가 필요하다.

4

목표| 에라토스테네스의 체를 이용하여 1에서 100까지의 자연수 중에서 소수를 모두 찾을 수 있게 한다.

풀이| ❶ 1에서 100까지의 자연수를 쓴다.
❷ 1은 소수가 아니므로 지운다.
❸ 소수 2는 남기고, 2의 배수를 모두 지운다.
❹ 소수 3은 남기고, 3의 배수를 모두 지운다.
❺ 소수 5는 남기고, 5의 배수를 모두 지운다.
❻ 소수 7은 남기고, 7의 배수를 모두 지운다.
이와 같은 과정을 계속하면 **2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97**의 소수가 남는다.

교과서 16 쪽

오른쪽 방법은 그리스의 수학자 에라토스테네스(Eratosthenes: B.C. 275~B.C. 194)가 발견한 것으로 마치 체를 사용하여 소수를 걸러 내는 것과 같아서 '에라토스테네스의 체'라고 한다.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

문제 4 에라토스테네스의 체를 이용하여 1에서 100까지의 자연수 중에서 소수를 모두 찾아라.

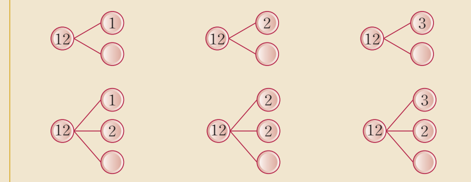

추론 에라토스테네스의 체에서 2는 남기고 2의 배수를 모두 지운 이유를 설명하여 보자.

소인수분해란 무엇인가?

창의력 기르기 수 12

일 년을 나타내는 12개월, 시계에서 가장 큰 수는 12, 띠를 나타내는 십이지, 그리스 신화에 등장하는 올림포스의 12신, 연필 한 다스는 12자루 등 우리 주변에는 수 12가 많이 사용되고 있다.

탐구 활동 다음과 같이 12를 자연수들의 곱으로 나타내려고 한다. 물음에 답하여 보자.



1 빈칸에 알맞은 수를 써넣어 보자.

추/론

|출제 의도| 소수 2를 남기고 2의 배수를 모두 지우는 이유를 알아보는 과정을 통하여 에라토스테네스의 체의 원리와 소수의 개념을 이해하게 하려는 문제이다.

풀이| 에라토스테네스의 체는 소수가 아닌 수를 지우고 소수를 남기는 방법이다.
2의 배수는 2를 약수로 가지게 되므로 2를 제외한 2의 배수는 모두 소수가 아니다. 따라서 2는 2의 배수이지만 소수이므로 남기고, 2를 제외한 2의 배수는 모두 합성수이므로 지운 것이다.

읽/기/자/료 에라토스테네스

에라토스테네스(Eratosthenes: B.C. 275~B.C. 194)는 고대 그리스의 수학자이자 천문학자이다. 헬레니즘 시대 이집트에서 활약하였으며, 문헌학 및 지리학을 비롯해 다양한 학문에 걸쳐 연구 성과를 거두었는데, 특히 수학과 천문학 분야에서 후세에 큰 업적을 남겼다.
그는 해시계로 지구 둘레의 길이를 처음으로 계산하였으며, 지리상의 위치를 위도, 경도로 표시한 것도 그가 처음인 것으로 알려져 있다. 또 소수를 걸러 내는 에라토스테네스의 체를 고안하였다고 한다. 이런 업적으로 그는 제2의 플라톤이라고 불렸다.

창의력 기르기 참/고/자/료

고대 바빌로니아 인들은 목성의 움직임을 기준으로 1년을 12달로, 하루의 낮과 밤을 12시간씩 나누고, 태양이 지나는 길을 12개로 나누어 그곳의 별들을 12개의 별자리로 정했다고 한다. 한편 동양에서는 십이지(十二支)로 알려져 있는 자, 축, 인, 묘, 진, 사, 오, 미, 신, 유, 술, 해를 조합하여 이를 통해 운명을 점치기도 하였다.
이처럼 하늘의 별자리를 보고 미래를 예측했던 고대인들에게 12는 완전하고 신성한 수였다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 12를 자연수들의 곱으로 나타내어 보고, 그중에서 소수들만의 곱으로 나타낸 것을 찾아 소인수와 소인수분해의 뜻을 알게 하려는 것이다.

1. ◯ 안의 수는 차례로 **12, 6, 4, 6, 3, 2**이다.

자연수 a, b, c에 대하여 $a=b\times c$일 때, b, c를 a의 약수(인수)라고 한다.

❶ 12=3×4와 같이 나타내었을 때, 3과 4를 12의 약수 또는 인수라고 한다. 3은 12의 인수이면서 소수이다. 이와 같이 인수이면서 소수인 수를 주어진 수의 **소인수**라고 한다.

예 28의 약수 1, 2, 4, 7, 14, 28은 모두 28의 인수이다. 또 이 중에서 소수인 2와 7은 28의 소인수이다.

문제 5 다음은 30의 약수이다. 이 중에서 30의 소인수를 모두 찾아라.

1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30

일반적으로 소인수분해한 결과는 크기가 작은 소인수부터 나타내고, 같은 소인수의 곱은 거듭제곱으로 나타낸다.

12는 2×2×3, 즉 $2^2\times3$과 같이 소인수들만의 곱으로 나타낼 수 있다.

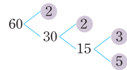
이와 같이 어떤 자연수를 소인수들만의 곱으로 나타내는 것을 **소인수분해**한다고 한다.

예제 1 60을 소인수분해하여라.

❷
3)15
5
$60=2^2\times3\times5$

풀이 60을 소인수분해하면 다음과 같다.

$60=2\times30$
$=2\times2\times15$
$=2\times2\times3\times5$
$=2^2\times3\times5$



답 $2^2\times3\times5$

본문 해설

❶ 6÷2=3, 6÷3=2에서 2와 3을 6의 약수라고 한다. 또 6=3×2에서 3과 2를 6의 인수라고 한다. 따라서 어떤 수의 약수는 그 수의 인수가 되고, 인수는 약수가 된다. 한편 6=1×6이므로 1과 6은 6의 인수이다. 그러나 1과 6은 소수가 아니므로 6의 소인수는 아니다.

5

목표 소인수의 뜻을 알고, 소인수를 모두 찾을 수 있게 한다.

풀이 30의 약수 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30은 모두 30의 인수이고, 이 중에서 소수는 2, 3, 5이다. 소인수는 소수인 인수이므로 30의 소인수는 **2, 3, 5**이다.

본문 해설

❷ 다음과 같이 나눗셈을 이용하여 소인수분해할 수 있다.

① 소수인 약수로 나눈다.
② 몫이 소수가 될 때까지 소수로 나눈다.
③ 나눈 소수와 마지막 몫의 소수를 모두 곱한다.

한편 소인수분해한 결과를 쓸 때에는 같은 소인수를 2번 이상 곱하면 거듭제곱을 써서 간단히 나타내고, 작은 소인수부터 차례로 써 나간다.

2)60
2)30
3)15
5

따라서

$60=2\times2\times3\times5$
$=2^2\times3\times5$

이다.

지/도/자/료

1. 인수와 약수는 엄밀하게 구분하여 지도하지 않는다.
2. 자연수의 소인수분해에 대하여 간단한 예를 들어 설명한다.
3. 소인수분해할 때에는 반드시 작은 소수부터 나눌 필요는 없지만 처음에는 작은 소수부터 나누어 보는 연습을 하게 한다.

읽/기/자/료 골드바흐의 추측

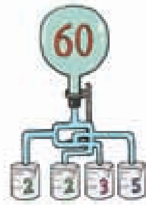
자연수 중에서 특히 소수에 대한 연구는 많은 학자들이 오랫동안 여러 업적을 남겼음에도 불구하고 아직까지 풀리지 않은 문제가 많이 남아 있다. 그 대표적인 예가 골드바흐의 추측이다. 이것은 '2보다 큰 짝수는 두 개의 소수의 합으로 나타낼 수 있다.'는 것으로 러시아 수학자 골드바흐가 오일러에게 보낸 편지를 통해 세상에 알려졌다.

즉, 4=2+2, 6=3+3, 8=3+5, 10=5+5, 12=5+7, 14=7+7, …과 같이 나타낼 수 있다는 것이다. 그러나 모든 짝수에서 가능한지는 아직도 밝혀지지 않았다.

본문 해설

❶ 자연수를 어떤 방법으로 소인수분해하여도 그 결과는 소인수들의 순서를 생각하지 않으면 오직 한 가지뿐이다. 이를 소인수분해의 일의성이라고 한다.
한편 소인수분해의 일의성을 보장하기 위해서 1은 소수에서 제외시킨다. 그렇지 않으면 자연수 6을 소인수분해한 결과는 다음과 같이 여러 가지로 나타낼 수 있다.
$6=2\times3=1\times2\times3=1\times1\times2\times3=\cdots$

교과서 18 쪽



60을 소인수분해하는 순서는 다음과 같이 여러 가지로 생각할 수 있다.

60 → 3, 20; 20 → 2, 10; 10 → 2, 5	60 → 5, 12; 12 → 3, 4; 4 → 2, 2	60 → 6, 10; 6 → 2, 3; 10 → 2, 5
$60=3\times2\times2\times5$ $=2^2\times3\times5$	$60=5\times3\times2\times2$ $=2^2\times3\times5$	$60=2\times3\times2\times5$ $=2^2\times3\times5$

러나 60을 어떤 순서로 소인수분해하여도 그 결과는 $2^2\times3\times5$로 모두 같다.
❶ 같이 자연수를 소인수분해한 결과는 소인수들의 순서를 생각하지 않으면 한 가지뿐이다.

문제 6 다음 수를 소인수분해하여라.

(1) 54 (2) 98
(3) 105 (4) 220

문제 7 다음 수를 소인수분해하고, 소인수를 각각 말하여라.

(1) 24 (2) 84 (3) 210

소인수분해를 이용하여 약수를 어떻게 구하는가?

예를 들어 27을 소인수분해하면 3^3이므로 27의 약수는

$1,\ 3,\ 3^2,\ 3^3$

임을 알 수 있다.
이와 같이 어떤 자연수의 약수를 모두 구하려고 할 때, 소인수분해를 이용하면 편리한 경우가 있다.

6

목표| 소인수분해를 할 수 있게 한다.

풀이

(1) 54 → 6, 9; 6 → 2, 3; 9 → 3, 3
$54=2\times3\times3\times3$
$=\mathbf{2\times3^3}$

(2) 98 → 2, 49; 49 → 7, 7
$98=2\times7\times7$
$=\mathbf{2\times7^2}$

(3) 105 → 5, 21; 21 → 3, 7
$105=5\times3\times7$
$=\mathbf{3\times5\times7}$

(4) 220 → 10, 22; 10 → 2, 5; 22 → 2, 11
$220=2\times5\times2\times11$
$=\mathbf{2^2\times5\times11}$

7

목표| 소인수분해를 하고, 소인수를 찾을 수 있게 한다.

풀이

(1) 24 → 4, 6; 4 → 2, 2; 6 → 2, 3
$24=2\times2\times2\times3$
$=\mathbf{2^3\times3}$
24의 소인수는 **2, 3**이다.

(2) 84 → 4, 21; 4 → 2, 2; 21 → 3, 7
$84=2\times2\times3\times7$
$=\mathbf{2^2\times3\times7}$
84의 소인수는 **2, 3, 7**이다.

(3) 210 → 10, 21; 10 → 2, 5; 21 → 3, 7
$210=2\times5\times3\times7$
$=\mathbf{2\times3\times5\times7}$
210의 소인수는 **2, 3, 5, 7**이다.

기/초/력 향상 문제

다음 수를 소인수분해하여라.

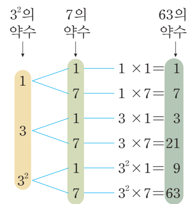
1 20 **2** 36

3 120 **4** 350

답 **1** $2^2\times5$ **2** $2^2\times3^2$ **3** $2^3\times3\times5$ **4** $2\times5^2\times7$

예 제 2 소인수분해를 이용하여 63의 약수를 모두 구하여라.

● 풀이 63을 소인수분해하면 $63=3^2\times7$



×	1	7
1	$1\times1=1$	$1\times7=7$
3	$3\times1=3$	$3\times7=21$
3^2	$3^2\times1=9$	$3^2\times7=63$

따라서 63의 약수는 1, 3, 7, 9, 21, 63이다.

답 ● 1, 3, 7, 9, 21, 63

문제 8 다음 수의 약수를 모두 구하여라.

(1) $3^2\times11$ (2) $2^2\times5^2$

(3) 40 (4) 175


추 론 다음은 진성이와 혜수의 대화이다. 혜수의 생각이 옳은지를 판단하고, 그 이유를 설명하여 보자.



8

목표| 소인수분해를 이용하여 약수를 모두 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) $3^2\times11$의 약수는

1, 3, 9, 11, 33, 99

이다.

×	1	11
1	1	11
3	3	33
3^2	9	99

(2) $2^2\times5^2$의 약수는

1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100

이다.

×	1	5	5^2
1	1	5	25
2	2	10	50
2^2	4	20	100

(3) $40=2^3\times5$의 약수는

1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40

이다.

×	1	5
1	1	5
2	2	10
2^2	4	20
2^3	8	40

(4) $175=5^2\times7$의 약수는

1, 5, 7, 25, 35, 175

이다.

×	1	7
1	1	7
5	5	35
5^2	25	175

추/론

|출제 의도| 큰 수일수록 약수의 개수가 많을 것이라고 생각하는 오류를 범하지 않기 위한 문제이다.

풀이| 혜수의 생각은 옳지 않다.
예를 들어 7과 4를 비교하여 보자. 7은 4보다 크지만 7의 약수는 1과 7로 2개이고, 4의 약수는 1, 2, 4로 3개이므로 7의 약수의 개수는 4의 약수의 개수보다 더 적다.

지/도/자/료

소인수분해를 이용하여 다음과 같이 약수를 구할 수 있음을 이해하게 한다.

(1) 소인수가 1개일 때

2^5의 약수는 $1, 2, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5$이다.

(2) 소인수가 2개일 때

$3^2\times5^3$의 약수는 $1, 3, 3^2$과 $1, 5, 5^2, 5^3$에서 하나씩을 택하여 두 수를 곱한 값들과 같으므로

$1\times1,\ 1\times5,\ 1\times5^2,\ 1\times5^3,\ 3\times1,\ 3\times5,\ 3\times5^2,\ 3\times5^3,\ 3^2\times1,\ 3^2\times5,\ 3^2\times5^2,\ 3^2\times5^3$

이다.

(3) 소인수가 3개일 때

$3^2\times5^3\times7$의 약수는 (2)와 같은 방법으로 계산한 후 나온 값들을 각각 1과 7에 곱하는 방법으로 구하면

$1\times1\times1,\ 1\times5\times1,\ 1\times5^2\times1,\ 1\times5^3\times1,\ 3\times1\times1,\ 3\times5\times1,\ 3\times5^2\times1,\ 3\times5^3\times1,\ 3^2\times1\times1,\ 3^2\times5\times1,\ 3^2\times5^2\times1,\ 3^2\times5^3\times1,\ 1\times1\times7,\ 1\times5\times7,\ 1\times5^2\times7,\ 1\times5^3\times7,\ 3\times1\times7,\ 3\times5\times7,\ 3\times5^2\times7,\ 3\times5^3\times7,\ 3^2\times1\times7,\ 3^2\times5\times7,\ 3^2\times5^2\times7,\ 3^2\times5^3\times7$

이다.

일반적으로 자연수 N이 $N=a^m\times b^n$의 꼴로 소인수분해되면 자연수 N의 약수는 a^m의 약수 $1, a, a^2, a^3, \cdots, a^m$과 b^n의 약수 $1, b, b^2, b^3, \cdots, b^n$을 각각 곱한 수이다. 따라서 자연수 N의 약수의 개수는 a^m의 약수의 개수와 b^n의 약수의 개수를 곱한 $(m+1)(n+1)$개이다.

1-2 최대공약수와 최소공배수

소단원 지도 목표

① 최대공약수의 성질을 이해하게 한다.
② 소인수분해를 이용하여 최대공약수를 구할 수 있게 한다.
③ 최소공배수의 성질을 이해하게 한다.
④ 소인수분해를 이용하여 최소공배수를 구할 수 있게 한다.
⑤ 최대공약수와 최소공배수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 두 자연수가 서로소인 것은 공약수가 없을 때가 아니라 최대공약수가 1일 때임을 유의하게 한다. 또 1은 모든 수의 약수이므로 모든 수의 공약수가 됨을 알게 한다.

2. 최대공약수, 최소공배수를 구하는 방법은 초등학교에서 학습한 알고리즘보다 소인수분해를 이용하여 구하는 방법에 중점을 둔다.

교과서 20 쪽

1-2 최대공약수와 최소공배수

- 최대공약수와 최소공배수의 성질을 이해하고, 이를 구할 수 있다.
- 최대공약수와 최소공배수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.

최대공약수의 성질은 무엇인가?

탐구 활동

윤호는 과일 가게를 운영하시는 아버지를 도와서 사과 18개와 귤 24개를 남김없이 몇 개의 바구니에 똑같이 나누어 담아 과일 바구니를 만들려고 한다. 다음 물음에 답하여 보자.



1 사과 18개를 똑같이 나누어 담을 때 필요한 바구니의 개수를 모두 구하여 보자.
2 귤 24개를 똑같이 나누어 담을 때 필요한 바구니의 개수를 모두 구하여 보자.
3 사과와 귤을 똑같이 나누어 담을 때 필요한 바구니의 개수를 모두 구하여 보자.
4 사과와 귤을 똑같이 나누어 담을 때 필요한 바구니의 최대 개수는 **3**에서 구한 수와 어떤 관계가 있는가?



18의 약수는

1, 2, 3, 6, 9, 18

이고, 24의 약수는

1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

이 중에서 18과 24의 공약수는 1, 2, 3, 6이고, 최대공약수는 6이다.

❶ 서 18과 24의 공약수 1, 2, 3, 6은 최대공약수인 6의 약수임을 알 수 있다.

두 개 이상의 자연수의 공통인 약수를 공약수라 하고, 공약수 중에서 가장 큰 수를 최대공약수라고 한다.

일반적으로 최대공약수에는 다음과 같은 성질이 있다.

> **최대공약수의 성질**
> 두 개 이상의 자연수의 공약수는 그 수들의 최대공약수의 약수이다.

$$\begin{array}{r|rr} 3 & 30 & 45 \\ \hline 5 & 10 & 15 \\ \hline & 2 & 3 \end{array}$$
$3 \times 5 = 15$

보기 30과 45의 최대공약수는 15이고, 30과 45의 공약수는 15의 약수인 1, 3, 5, 15이다.

새로 나온 용어와 기호

• 서로소(relatively prime)

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 두 종류의 과일을 똑같이 나누어 담을 바구니의 수를 구하는 과정을 통하여 공약수와 최대공약수를 구하고, 이들 사이의 관계를 알게 하려는 것이다.

1. 18의 약수인 1, 2, 3, 6, 9, 18개만큼 사과를 각각 담을 때 필요한 바구니는 **18개, 9개, 6개, 3개, 2개, 1개**이다.

2. 24의 약수인 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24개만큼 귤을 각각 담을 때 필요한 바구니는 **24개, 12개, 8개, 6개, 4개, 3개, 2개, 1개**이다.

3. 두 과일을 담을 바구니의 공통 개수는 **1개, 2개, 3개, 6개**이다.

4. 바구니의 최대 개수는 6개이고, **3**에서 구한 수 1, 2, 3, 6은 모두 6의 약수이다.

본문 해설

❶ 두 수의 공약수는 각각의 약수의 공통인 수이고, 최대공약수의 약수이기도 하다. 이때 공약수 중 가장 큰 수가 최대공약수이다.
공약수가 최대공약수의 약수라는 것은 최대공약수를 알면 공약수를 모두 구할 수 있다는 것이다.

참고 | 최대공약수는 Greatest Common Divisor의 머리글자를 따서 간단히 GCD로 나타내기도 한다.

교과서 21 쪽

문제 1 다음 두 수의 최대공약수를 구하여라. 또 이를 이용하여 공약수를 구하여라.

(1) 12, 18　　　　(2) 25, 75

❶ [illegible] 4와 9의 최대공약수는 1이다. 이와 같이 최대공약수가 1인 두 자연수를 [illegible]소라고 한다.

문제 2 다음 중에서 두 수가 서로소인 것을 모두 찾아라.

㉠ 15, 16　　㉡ 21, 49　　㉢ 9, 19


의사소통 서로 다른 두 소수는 항상 서로소이다. 그렇다면 두 수가 서로소일 때, 두 수 중에서 어느 하나는 반드시 소수인지 토의하여 보자.

소인수분해를 이용하여 최대공약수를 어떻게 구하는가?

탐구 활동 다음 물음에 답하여 보자.

1 18과 30을 각각 소인수분해하여 보자.
2 18과 30의 소인수 중에서 공통으로 있는 소인수를 찾아 모두 곱하여 보자.
3 18과 30의 최대공약수를 구하여 **2**에서 구한 값과 비교하여 보자.

```
2)24  60
2)12  30
3) 6  15
   2   5
  (서로소)
2×2×3=12
```

두 수 24와 60을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$24=2\times2\times2\times3,\quad 60=2\times2\times3\times5$$

이때 24와 60의 소인수 중에서 공통으로 있는 소인수는 2, 2, 3이고, 이 수들의 곱 2×2×3=12가 두 수 24와 60의 최대공약수이다.

이와 같이 두 개 이상의 자연수의 최대공약수는 각 수를 소인수분해한 후 공통으로 있는 소인수를 모두 곱하여 구할 수 있다.

1

목표| 최대공약수를 구한 후 이를 이용하여 공약수를 모두 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) 12와 18의 최대공약수는 2×3=**6**이고, 공약수는 6의 약수인 **1, 2, 3, 6**이다.

```
2)12  18
3) 6   9
   2   3
```

(2) 25와 75의 최대공약수는 5×5=**25**이고, 공약수는 25의 약수인 **1, 5, 25**이다.

```
5)25  75
5) 5  15
   1   3
```

본문 해설

❶ 서로소는 어떤 수의 개념이 아니라 수 사이의 관계이다. 서로소인 두 자연수에는 공통인 소인수가 없다. 즉, 두 자연수가 서로소라는 것은 공약수가 없을 때가 아니라 최대공약수가 1일 때이다.

2

목표| 두 수의 최대공약수를 구하고, 최대공약수가 1인 두 수는 서로소임을 알게 한다.

풀이| 두 수의 최대공약수는 다음과 같다.

㉠ 1　　㉡ 7　　㉢ 1

따라서 두 수가 서로소인 것은 ㉠, ㉢이다.

의/사/소/통

|출제 의도| 서로소의 개념을 명확하게 이해하기 위한 문제이다.

풀이| 두 합성수 24와 25의 최대공약수는 1이므로 서로소이다. 따라서 서로소인 두 수 중에서 하나가 반드시 소수일 필요는 없다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 두 수의 공통인 소인수를 모두 곱한 값이 두 수의 최대공약수가 됨을 알게 하려는 것이다.

1. 18=**2×3×3**, 30=**2×3×5**

2. 18과 30의 소인수 중에서 공통으로 있는 소인수는 2, 3이므로 2×3=**6**

3. 18과 30의 최대공약수는 6이고, 이것은 **2**에서 구한 값과 **같다.**

```
2)18  30
3) 9  15
   3   5
```

지/도/자/료

1. '서로소'와 '소수'를 구별할 수 있도록 지도한다.

2. 나눗셈을 이용하여 최대공약수를 구할 때 공통으로 나누는 수는 소인수가 아니어도 되며, 큰 수로 나누면 계산 횟수를 줄일 수 있음을 알게 한다.

교과서 22 쪽

예제 1 소인수분해를 이용하여 28, 56, 84의 최대공약수를 구하여라.

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 28 & 56 & 84 \\ 2 & 14 & 28 & 42 \\ 7 & 7 & 14 & 21 \\ \hline & 1 & 2 & 3 \end{array}$$

$2\times2\times7=28$

● 풀이 28, 56, 84를 각각 소인수분해하면 오른쪽과 같다. 따라서 28, 56, 84에 공통으로 있는 소인수는 2, 2, 7이므로 구하는 최대공약수는

$2\times2\times7=28$

$$\begin{array}{rl} 28= & 2\times2\qquad\quad\times7 \\ 56= & 2\times2\times2\quad\times7 \\ 84= & 2\times2\qquad\times3\times7 \\ \hline & 2\times2\qquad\quad\times7 \end{array}$$

답 ● 28

문제 3 다음 수들의 최대공약수를 구하여라.

(1) $2^2\times3^2$, $2^4\times5$
(2) $2\times5^2\times7$, $3^2\times5^4$, $2^2\times5^4\times7^3$
(3) 54, 72
(4) 96, 108, 150

발전 문제 4 세 자연수 a, b, c가 있다. a와 b의 최대공약수는 12이고 b와 c의 최대공약수는 18일 때, a, b, c의 최대공약수를 구하여라.

창의 UP a는 50보다 큰 두 자리의 자연수이고, a와 15의 최대공약수는 5이다. a가 될 수 있는 자연수를 모두 구하는 방법을 설명하여라.

3

목표| 소인수분해를 이용하여 최대공약수를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) $2^2\times3^2$과 $2^4\times5$에서 공통인 소인수를 모두 곱하여 최대공약수를 구하면 $2^2=\mathbf{4}$이다.

(2) $2\times5^2\times7$, $3^2\times5^4$, $2^2\times5^4\times7^3$에서 공통인 소인수를 모두 곱하여 최대공약수를 구하면 $5^2=\mathbf{25}$이다.

(3) $54=2\times3^3$, $72=2^3\times3^2$에서 공통인 소인수를 모두 곱하여 최대공약수를 구하면 $2\times3^2=\mathbf{18}$이다.

(4) $96=2^5\times3$, $108=2^2\times3^3$, $150=2\times3\times5^2$에서 공통인 소인수를 모두 곱하여 최대공약수를 구하면 $2\times3=\mathbf{6}$이다.

참고| 소인수분해되어 있는 두 개 이상의 수의 최대공약수를 구할 때에는 공통인 소인수를 모두 곱하므로 거듭제곱으로 나타내었을 때 지수가 작은 것을 택한 후 모두 곱하여 구한다.

㉮ 세 수 $2^2\times3^3$, $2^3\times3\times5$, $2^2\times3^2\times7$의 최대공약수는 $2^2\times3=12$이다.

4

목표| 공약수는 최대공약수의 약수임을 이용하여 세 수의 최대공약수를 구할 수 있게 한다.

풀이| a와 b의 공약수는 1, 2, 3, 4, 6, 12
b와 c의 공약수는 1, 2, 3, 6, 9, 18
따라서 a, b, c의 공약수는 1, 2, 3, 6이고, 최대공약수는 **6**이다.

창의 UP

|출제 의도| 소인수분해를 이용하여 최대공약수를 구하는 방법을 확실히 이해하고, 조건에 알맞은 a를 구하기 위한 문제이다.

풀이| a와 15의 최대공약수가 5이므로 $a=5\times\square$로 놓을 수 있다. 이때 a는 5의 배수이지만 3의 배수는 아니다. 만일 a가 5와 3의 배수이면 a는 15의 배수가 되므로 a와 15의 최대공약수가 15가 되기 때문이다. 따라서 50보다 큰 두 자리의 자연수 중에서 5의 배수는 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85, 90, 95이고, 60, 75, 90은 3의 배수이므로 a가 될 수 있는 수는 55, 65, 70, 80, 85, 95이다.

교과서 23 쪽

최소공배수의 성질은 무엇인가?

창의력 기르기

화상 회의



화상 회의는 멀리 떨어져 있는 사람들끼리 회의를 할 때, 각각의 회의실에 텔레비전, 카메라, 모니터, 마이크, 스피커 등을 갖추고 이들을 통신 회선으로 연결한 뒤 서로 얼굴을 보면서 진행하는 회의 방식으로, 영상 회의라고도 한다.

탐 구 활 동

한국의 K 회사는 일본의 J 회사와 2일에 한 번, 중국의 C 회사와 3일에 한 번 정기적으로 화상 회의를 하기로 하였다. K 회사가 3월 31일에 J, C 두 회사와 화상 회의를 하였을 때, 오른쪽 달력에 4월의 화상 회의 날짜를 각각 표시하고, 다음 물음에 답하여 보자.



1 4월 한 달 동안 K 회사가 J, C 두 회사와 화상 회의를 각각 할 때, 겹치는 날짜를 모두 구하여 보자.

2 K 회사가 J, C 두 회사와 화상 회의를 할 때, 겹치는 날짜는 며칠에 한 번꼴인가?

3 1에서 구한 수와 2에서 구한 수 사이의 관계를 말하여 보자.

2의 배수는

2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, ⋯

이고, 3의 배수는

3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, ⋯

이 중에서 2와 3의 공배수는 6, 12, 18, ⋯이고, 최소공배수는 6이다. 여기 ❶ 3의 공배수 6, 12, 18, ⋯은 최소공배수인 6의 배수임을 알 수 있다.

일반적으로 최소공배수에는 다음과 같은 성질이 있다.

> 소공배수의 성질
> ❷ 이상의 자연수의 공배수는 그 수들의 최소공배수의 배수이다.

(보기) 6과 9의 최소공배수는 18이고, 6과 9의 공배수는 18의 배수인 18, 36, 54, ⋯이다.

두 개 이상의 자연수의 공통인 배수를 공배수라 하고, 공배수 중에서 가장 작은 수를 최소공배수라고 한다.

3)6 9
  2 3
$3\times2\times3=18$

따라서 화상 회의가 겹치는 날짜는 **6일, 12일, 18일, 24일, 30일**이다.

2. **6일**에 한 번꼴로 겹친다.

3. **1**에서 구한 수는 **2**에서 구한 수의 배수이다.

본문 해설

❶ 두 개 이상의 자연수의 공배수는 각각의 배수의 공통인 수이고, 최소공배수의 배수이기도 하다.
공배수가 최소공배수의 배수라는 것은 최소공배수를 알면 공배수를 모두 구할 수 있다는 것이다.

참고| 최소공배수는 Least Common Multiple의 머리글자를 따서 간단히 LCM으로 나타내기도 한다.

❷ 두 수의 공배수는 공약수와 달리 무수히 많다.

창의력 기르기 참/고/자/료

화상 회의가 처음 소개되었을 때만 해도 지금처럼 발전하리라는 기대는 없었다. 그러나 인터넷의 성장과 함께 화상 회의가 활성화되면서 시간과 비용을 절약하는 데 큰 도움이 되고 있다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 달력에 회의 날짜를 표시하여 겹치는 날을 찾아봄으로써 공배수와 최소공배수를 구하고, 이들 사이의 관계를 알게 하려는 것이다.

1. 오른쪽의 달력과 같이 K 회사와 J 회사의 화상 회의 날짜는 4월 2, 4, 6, ⋯, 30일이고, K 회사와 C 회사의 화상 회의 날짜는 4월 3, 6, 9, ⋯, 30일이다.



읽/기/자/료

천간(天干)은 갑, 을, 병, 정, 무, 기, 경, 신, 임, 계의 10개이고, 지지(地支)는 자(쥐), 축(소), 인(호랑이), 묘(토끼), 진(용), 사(뱀), 오(말), 미(양), 신(원숭이), 유(닭), 술(개), 해(돼지)의 12개이다.
간지(干支) 표기는 갑자(甲子), 을축(乙丑) 등과 같이 천간을 앞에, 지지를 뒤에 쓴다. 그래서 10개의 천간, 즉 십간과 12개의 지지, 즉 십이지를 결합하면 10과 12의 최소공배수인 60개가 되고, 이를 '육십갑자(六十甲子)'라고 한다.
자신의 출생 간지는 60년 후에 돌아오기 때문에 갑자가 돌아온다는 뜻으로 '환갑(還甲)'이라고 한다.

5

목표| 두 수의 최소공배수를 구한 후 이를 이용하여 공배수를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) 4와 6의 최소공배수는 $2\times2\times3=\mathbf{12}$이고, 공배수는 12의 배수인

12, 24, 36, ⋯

이다.

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 4 & 6 \\ \hline & 2 & 3 \end{array}$$

(2) 12와 15의 최소공배수는 $3\times4\times5=\mathbf{60}$이고, 공배수는 60의 배수인

60, 120, 180, ⋯

이다.

$$\begin{array}{r|rr} 3 & 12 & 15 \\ \hline & 4 & 5 \end{array}$$

교과서 24 쪽

문제 5 다음 두 수의 최소공배수를 구하여라. 또 이를 이용하여 공배수를 구하여라.

(1) 4, 6 (2) 12, 15

소인수분해를 이용하여 최소공배수를 어떻게 구하는가?

탐구 활동 다음 물음에 답하여 보자.

1 18과 30의 소인수 중에서 공통으로 있는 소인수를 찾아보자.

2 18과 30의 소인수 중에서 공통으로 있지 않은 소인수를 찾아보자.

3 **1**과 **2**에서 구한 수를 모두 곱하여 보자.

4 18과 30의 최소공배수를 구하여 **3**에서 구한 값과 비교하여 보자.

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 8 & 10 \\ \hline & 4 & 5 \end{array}$$

$2\times4\times5=40$

두 수 8과 10을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$8=2\times2\times2,\quad 10=2\times5$$

이때 8과 10의 소인수 중에서 공통으로 있는 소인수 2와 공통으로 있지 않은 소 … 2, 2, 5를 모두 곱한 수 $2\times2\times2\times5=40$이 두 수 8과 10의 최소공배수이다.

❶ … 같이 두 개 이상의 자연수의 최소공배수는 각 수를 소인수분해한 후 공통 … 있는 소인수와 공통으로 있지 않은 소인수를 모두 곱하여 구할 수 있다.

예제 2 소인수분해를 이용하여 30, 45, 60의 최소공배수를 구하여라.

❷

	45	60
	15	20
2) 2	3	4
1	3	2

$3\times5\times2\times3\times2=180$

풀이 30, 45, 60을 각각 소인수분해하면 오른쪽과 같다. 따라서 30, 45, 60에 공통으로 있는 소인수는 3, 5이고, 공통으로 있지 않은 소인수는 2, 2, 3이므로 구하는 최소공배수는

$$2\times2\times3\times3\times5=180$$

$$\begin{array}{rccccccccc} 30= & 2 & & & \times & 3 & & & \times & 5 \\ 45= & & & & & 3 & \times & 3 & \times & 5 \\ 60= & 2 & \times & 2 & \times & 3 & & & \times & 5 \\ \hline & 2 & \times & 2 & \times & 3 & \times & 3 & \times & 5 \end{array}$$

답 ● 180

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 두 수의 공통인 소인수와 공통이 아닌 소인수를 모두 곱한 값이 두 수의 최소공배수가 됨을 알게 하려는 것이다.

1. $18=2\times3\times3$이고, $30=2\times3\times5$이므로 공통으로 있는 소인수는 **2, 3**이다.

2. $18=2\times3\times3$이고, $30=2\times3\times5$이므로 공통으로 있지 않은 소인수는 **3, 5**이다.

3. $2\times3\times3\times5=\mathbf{90}$

4. 18과 30의 최소공배수는 90이므로 **3**에서 구한 값과 **같다.**

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 18 & 30 \\ \hline 3 & 9 & 15 \\ \hline & 3 & 5 \end{array}$$

본문 해설

❶ 최소공배수는 두 자연수의 공통인 소인수뿐만 아니라 공통이 아닌 소인수들도 모두 곱하여 구한다. 이때 공통인 소인수는 중복하여 곱하지 않는다.

❷ 세 수의 최소공배수를 구하는 경우에는 두 개 이상의 수의 공약수로 나눈다. 이때 나누어떨어지지 않는 수는 그대로 내려쓴다. 이 과정을 어느 두 수의 몫이 서로소가 될 때까지 반복한다.

지/도/자/료

두 자연수 A, B의 최대공약수를 G, 최소공배수를 L, $A=a\times G$, $B=b\times G$(a, b는 서로소)라고 하면

(1) $L=a\times b\times G$

(2) $A\times B=a\times G\times b\times G$

$=a\times b\times G\times G$

$=L\times G$

$$\begin{array}{r|rr} G & A & B \\ \hline & a & b \end{array}$$

⇨ $L=a\times b\times G$

교과서 25 쪽

문제 6 다음 수들의 최소공배수를 구하여라.

(1) 2×3^3, $3^2\times7$　　(2) 2×3^2, 3×5, $2^2\times3\times5^2$

(3) 48, 72　　(4) 16, 24, 40

 **의사소통** 두 수 a, b가 서로소인 경우 두 수의 최소공배수는 어떻게 구하는지 말하여 보자.

최대공약수와 최소공배수를 활용하면 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.

예제 3 어떤 수로 40을 나누면 나누어떨어지고, 66을 나누면 2가 남는다고 한다. 이러한 수 중에서 가장 큰 수를 구하여라.

풀이 어떤 수로 40을 나누면 나누어떨어지므로 어떤 수는 40의 약수이다.
또 어떤 수로 66을 나누면 2가 남으므로 어떤 수는 66에서 2를 뺀 수, 즉 64의 약수이다.
따라서 어떤 수는 40과 64의 공약수이므로 이러한 수 중에서 가장 큰 수는 40과 64의 최대공약수인 8이다.

답 8

문제 7 어떤 수로 137을 나누면 5가 남고, 88을 나누면 4가 남는다고 한다. 이러한 수 중에서 가장 큰 수를 구하여라.

발전 **문제 8** 운성이네 반 학생들은 홍수 피해를 입은 지역에 비누 140개, 치약 180개, 칫솔 240개를 보내기로 하였다. 이것들을 될 수 있는 대로 많은 상자에 똑같이 나누어 담으려고 한다. 다음 물음에 답하여라.

(1) 필요한 상자의 수를 구하여라.

(2) 한 상자에 담을 비누, 치약, 칫솔은 각각 몇 개씩인가?

참고| 소인수분해되어 있는 두 개 이상의 수의 최소공배수를 구할 때에는 공통인 소인수와 공통이 아닌 소인수를 모두 곱하므로 거듭제곱으로 나타내었을 때 지수가 큰 것을 택한 후 모두 곱하여 구한다.

의/사/소/통

|출제 의도| 공통인 소인수가 없을 때 최소공배수를 구하는 방법을 알게 하기 위한 문제이다.

풀이| 서로소인 두 수는 공약수가 1뿐이므로 두 수의 공통인 소인수는 없다. 그러므로 최소공배수는 공통이 아닌 각각의 소인수를 모두 곱하여 구하게 되고 이것은 소인수분해하기 전의 두 수를 곱한 것과 같다.
따라서 서로소인 두 수 a, b의 최소공배수는 두 수를 곱한 $a\times b$와 같다.

6

목표| 소인수분해를 이용하여 최소공배수를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) $2\times3^3=2\times3\times3\times3$
$3^2\times7=\quad 3\times3\quad\times7$
$2\times3\times3\times3\times7=\mathbf{378}$

(2) $2\times3^2=2\times3\times3$
$3\times5=3\times5$
$2^2\times3\times5^2=2\times2\times3\times5\times5$
$2\times2\times3\times3\times5\times5=\mathbf{900}$

(3) $48=2^4\times3=2\times2\times2\times2\times3$
$72=2^3\times3^2=2\times2\times2\times3\times3$
$2\times2\times2\times2\times3\times3=\mathbf{144}$

(4) $16=2^4=2\times2\times2\times2$
$24=2^3\times3=2\times2\times2\times3$
$40=2^3\times5=2\times2\times2\times5$
$2\times2\times2\times2\times3\times5=\mathbf{240}$

7

목표| 최대공약수를 활용하여 문제를 풀 수 있게 한다.

풀이| 어떤 수로 137을 나누면 5가 남으므로 어떤 수는 $137-5=132$를 나누어떨어지게 하는 수, 즉 132의 약수이다. 또 어떤 수로 88을 나누면 4가 남으므로 어떤 수는 $88-4=84$를 나누어떨어지게 하는 수, 즉 84의 약수이다.
따라서 어떤 수는 132와 84의 공약수이고 이 중에서 가장 큰 수는 최대공약수인 **12**이다.

8

목표| 최대공약수를 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| (1) 140, 180, 240의 최대공약수는 20이므로 필요한 상자의 수는 **20개**이다.
(2) 20개의 상자에 똑같이 나누어 담으면 한 상자에 비누는 $140\div20=\mathbf{7}$(**개**), 치약은 $180\div20=\mathbf{9}$(**개**), 칫솔은 $240\div20=\mathbf{12}$(**개**)씩 담게 된다.

9

목표| 최소공배수를 활용하여 문제를 풀 수 있게 한다.

풀이| 세 수 4, 5, 6의 어느 것으로 나누어도 나머지가 1인 수는 세 수의 공배수에 1을 더한 수이다. 4, 5, 6의 최소공배수는 60이므로 공배수는 60, 120, 180, …이다.
따라서 구하는 가장 작은 세 자리의 자연수는 120+1=**121**이다.

10

|출제 의도| 최소공배수를 이용하는 문제를 만들고 풀어 봄으로써 최소공배수를 적절히 이용하는 방법을 익히게 하려는 문제이다.

예시| 4로 나누면 3이 남고, 5로 나누면 4가 남고, 6으로 나누면 5가 남는 세 자리의 자연수 중에서 가장 작은 수를 구하여라.

풀이| 4, 5, 6으로 각각 나누었을 때 나머지가 모두 나누는 수보다 1만큼 작은 수이므로 구하는 수는 4, 5, 6의 공배수보다 1 작은 수이다. 4, 5, 6의 최소공배수는 60이므로 공배수는 60, 120, 180, …이다.
따라서 구하는 가장 작은 세 자리의 자연수는 120−1=119이다.

참고| 나머지는 나누는 수보다 작아야 한다.

11

목표| 최소공배수를 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| 8과 12의 최소공배수는 24이므로 24분마다 동시에 도착한다.
따라서 오후 3시 30분 이후 처음으로 동시에 도착하는 시각은 **오후 3시 54분**이다.

교과서 26 쪽

예 제 4 6으로 나누거나 10으로 나누어도 3이 남는 두 자리의 자연수 중에서 가장 작은 수를 구하여라.

● 풀이 6으로 나누거나 10으로 나누어도 3이 남는 수는 6과 10의 공배수에 3을 더한 수이다.
따라서 이러한 수 중에서 가장 작은 두 자리의 자연수는 6과 10의 최소공배수 30에 3을 더한 수인 33이다.

답 ● 33

문제 9 세 자연수 4, 5, 6의 어느 것으로 나누어도 나머지가 1인 세 자리의 자연수 중에서 가장 작은 수를 구하여라.



문제 10 문제 9와 같이 최소공배수를 이용하는 문제를 만들고, 풀어 보아라.



문제 11 지연이네 학교 앞 버스 정류장에는 두 노선버스가 각각 8분과 12분 간격으로 도착한다. 두 노선버스가 오후 3시 30분에 동시에 도착하였을 때, 이후 처음으로 동시에 도착하는 시각을 구하여라.



기/초/력 향상 문제

다음을 구하여라.

1 4로 나누거나 6으로 나누어도 2가 남는 두 자리의 자연수 중에서 가장 작은 수

2 세 수 2, 3, 4의 어느 것으로 나누어도 나머지가 1인 두 자리의 자연수 중에서 가장 작은 수

답 **1** 14 **2** 13

교과서 27 쪽

중/단/원 기초

1 다음을 거듭제곱으로 나타내고, 밑과 지수를 각각 말하여라.

(1) $2\times2\times2\times2$ (2) $5\times5\times5$

1보다 큰 자연수 중에서 1과 그 수 자신만을 약수로 가지는 수를 소수라고 한다.

2 다음 수 중에서 소수를 모두 찾아라.

㉠ 1 ㉡ 5 ㉢ 13 ㉣ 27

어떤 자연수를 소인수들만의 곱으로 나타내는 것을 소인수분해한다고 한다.

3 다음 수를 소인수분해하여라.

(1) 20 (2) 30

(3) 68 (4) 96

4 다음 수들의 최대공약수를 구하여라.

(1) 2×5, $2^2\times3\times5$ (2) 45, 72

5 다음 수들의 최소공배수를 구하여라.

(1) 2×3, 3×5 (2) 21, 28

중/단/원 기초

1

목표| 밑과 지수의 뜻을 알고, 같은 수를 거듭하여 곱한 것을 거듭제곱으로 나타낼 수 있게 한다.

풀이| (1) $2\times2\times2\times2=\mathbf{2^4}$, 밑: **2**, 지수: **4**

(2) $5\times5\times5=\mathbf{5^3}$, 밑: **5**, 지수: **3**

2

목표| 소수의 뜻을 알고, 소수를 찾을 수 있게 한다.

풀이| ㉠ 1은 소수도 아니고 합성수도 아니다.

㉡ 5의 약수는 1, 5이다.

㉢ 13의 약수는 1, 13이다.

㉣ 27의 약수는 1, 3, 9, 27이다.

따라서 소수인 것은 ㉡, ㉢이다.

3

목표| 소인수분해의 뜻을 알고, 주어진 수를 소인수분해할 수 있게 한다.

풀이|

(1) 20 → 4 (→ 2, 2), 5

$20=2\times2\times5$

$=\mathbf{2^2\times5}$

(2) 30 → 5, 6 (→ 2, 3)

$30=5\times2\times3$

$=\mathbf{2\times3\times5}$

(3) 68 → 2, 34 (→ 2, 17)

$68=2\times2\times17$

$=\mathbf{2^2\times17}$

(4) 96 → 6 (→ 2, 3), 16 (→ 4 (→ 2, 2), 4 (→ 2, 2))

96

$=2\times3\times2\times2\times2\times2$

$=\mathbf{2^5\times3}$

4

목표| 최대공약수를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1)

$2\times5=2\times5$

$2^2\times3\times5=2\times2\times3\times5$

$2\times5=\mathbf{10}$

(2)

$45=3^2\times5=3\times3\times5$

$72=2^3\times3^2=2\times2\times2\times3\times3$

$3\times3=\mathbf{9}$

5

목표| 최소공배수를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1)

$2\times3=2\times3$

$3\times5=3\times5$

$2\times3\times5=\mathbf{30}$

(2)

$21=3\times7=3\times7$

$28=2^2\times7=2\times2\times7$

$2\times2\times3\times7=\mathbf{84}$

중/단/원 기본

1

목표| 소수와 합성수를 구분할 수 있게 한다.

풀이| • 소수: 3, 19, 53, 61 ⇨ **4개**
• 합성수: 9, 27, 39, 51, 77 ⇨ **5개**

2

목표| 주어진 수를 소인수분해하고, 약수를 모두 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) $27=\mathbf{3^3}$이므로 약수는
1, 3, 9, 27
(2) $32=\mathbf{2^5}$이므로 약수는
1, 2, 4, 8, 16, 32
(3) $48=\mathbf{2^4\times3}$이므로 약수는
1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48

×	1	2	2^2	2^3	2^4
1	1	2	4	8	16
3	3	6	12	24	48

(4) $250=\mathbf{2\times5^3}$이므로 약수는
1, 2, 5, 10, 25, 50, 125, 250

×	1	5	5^2	5^3
1	1	5	25	125
2	2	10	50	250

3

목표| 최대공약수를 알 때, 공약수를 모두 구할 수 있게 한다.

풀이| 두 수의 공약수는 최대공약수의 약수이다.
따라서 a와 b의 공약수는 10의 약수인 **1, 2, 5, 10**이다.

4

목표| 최대공약수와 최소공배수를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) $30=2\times3\times5$, $45=3^2\times5$, $75=3\times5^2$
최대공약수: $3\times5=\mathbf{15}$, 최소공배수: $2\times3^2\times5^2=\mathbf{450}$
(2) 최대공약수: **3**, 최소공배수: $2\times3^2\times5\times7=\mathbf{630}$

교과서 28 쪽

중/단/원 기본

소수

1 다음 수 중에서 소수와 합성수는 각각 몇 개씩인지 구하여라.

1, 3, 9, 19, 27, 39, 51, 53, 61, 77

소인수분해

2 다음 수를 소인수분해하고, 약수를 모두 구하여라.

(1) 27 (2) 32
(3) 48 (4) 250

최대공약수

3 두 자연수 a와 b의 최대공약수가 10일 때, a와 b의 공약수를 모두 구하여라.

최대공약수와 최소공배수

4 다음 수들의 최대공약수와 최소공배수를 구하여라.

(1) 30, 45, 75
(2) $2\times3^2\times5$, $3^2\times7$, $2\times3\times5\times7$

최대공약수와 최소공배수의 활용

5 가로의 길이가 135 cm이고, 세로의 길이가 75 cm인 직사각형 모양의 벽면에 정사각형 모양의 타일을 빈틈없이 붙이려고 한다. 가능한 가장 큰 정사각형 모양의 타일을 붙일 때, 필요한 타일의 개수를 구하여라.

5

목표| 최대공약수를 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| 정사각형 모양의 타일을 가능한 가장 크게 하려면 타일의 한 변의 길이를 135와 75의 최대공약수가 되도록 해야 한다.
$135=3^3\times5$, $75=3\times5^2$
이므로 최대공약수는 $3\times5=15$이다.
따라서 타일의 한 변의 길이는 15 cm이고 $135\div15=9$, $75\div15=5$이므로 필요한 타일의 개수는 $9\times5=\mathbf{45}$**(개)**이다.

교과서 29 쪽

중/단/원 실력

• $3^2=9$, $3^3=27$, $3^4=81$, $3^5=243$, $3^6=729$, $3^7=2187$, …

1 3^{99}의 일의 자리 숫자를 구하여라.

• X가 $a^m\times b^n$으로 소인수분해될 때, X의 약수의 개수는 $(m+1)\times(n+1)$개이다.

2 $2^3\times\square$는 약수의 개수가 12개인 가장 작은 자연수라고 할 때, $\square$ 안에 알맞은 수를 구하여라.

3 28에 자연수 a를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. a가 될 수 있는 100 이하의 자연수를 모두 구하여라.

• 81을 소인수분해하여 본다.

4 81보다 작은 자연수 중에서 81과 서로소인 자연수는 몇 개인지 구하여라.

5 어느 학교 1학년 학생들을 위하여 급식을 준비하였다. 생선전 970개, 호박전 650개를 만들어 300명이 넘는 학생들에게 똑같이 나누어 주었더니 생선전과 호박전이 모두 10개씩 남았다고 한다. 다음 물음에 답하여라.

(1) 생선전과 호박전을 받은 학생 수를 구하여라.

(2) 한 학생에게 나누어 준 생선전과 호박전은 각각 몇 개씩인지 구하여라.



중/단/원 실력

1

목표| 3의 거듭제곱을 계산하였을 때 일의 자리 숫자의 변화를 알게 한다.

풀이| 3의 거듭제곱에서 일의 자리 숫자만을 구하면 다음과 같다.

수	3	3^2	3^3	3^4	3^5	3^6	3^7	3^8	…
일의 자리 숫자	3	9	7	1	3	9	7	1	…

즉, 지수를 4로 나누었을 때 나머지가 1, 2, 3, 0이면 일의 자리 숫자는 차례로 3, 9, 7, 1이다.
따라서 지수 99를 4로 나누면 나머지가 3이므로 3^{99}의 일의 자리 숫자는 **7**이다.

2

목표| 소인수분해를 이용하여 약수의 개수를 구하는 과정을 이해하고, 이와 관련된 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| $2^3\times\square$는 약수의 개수가 12개이므로 $\square$ 안의 수를 a^2이라고 하면 a는 2가 아닌 가장 작은 소수이어야 한다. 따라서 $\square$ 안의 수는 $\mathbf{3^2}$이다.

3

목표| 자연수의 제곱이 되는 수가 가지는 성질을 이해하고, 이와 관련된 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| $28=2^2\times7$이므로 a가 될 수 있는 가장 작은 수는 7이다. 또 a는 7에 자연수의 제곱이 되는 수를 곱하여 구할 수 있다. 즉, a는 7, 7×2^2, 7×3^2, 7×4^2, 7×5^2, …이므로 이 중에서 100 이하의 수는 **7, 28, 63**이다.

4

목표| 서로소의 뜻을 알고, 주어진 수와 서로소인 수를 찾을 수 있게 한다.

풀이| $81=3^4$이므로 3의 배수는 81과 서로소가 될 수 없다. 따라서 1에서 80까지의 자연수 중에서 3의 배수는 26개이므로 구하는 자연수의 개수는 $80-26=$**54(개)**이다.

5

목표| 최대공약수를 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| (1) 생선전 970개와 호박전 650개를 똑같이 나누어 줄 때 10개씩 남으므로 학생 수는 960과 640의 공약수가 된다. 960과 640의 최대공약수는 320이므로 구하는 학생 수는 **320명**이다.

(2) 한 학생에게 나누어 준 생선전의 개수는
$960\div320=$**3(개)**
한 학생에게 나누어 준 호박전의 개수는
$640\div320=$**2(개)**

2 정수와 유리수

중단원을 시작하며

이번 중단원에서는 다음 내용을 지도한다.

① 정수와 유리수의 뜻을 알게 한다.
② 정수와 유리수의 대소 관계를 이해하게 한다.
③ 정수와 유리수의 사칙계산을 할 수 있게 한다.
④ 덧셈과 곱셈에 대한 교환법칙, 결합법칙, 분배법칙을 이해하게 한다.
⑤ 정수와 유리수의 혼합 계산을 할 수 있게 한다.

중단원의 구성

소단원명	지도 내용
2-1 정수와 유리수	부호 +, −의 사용
	정수와 유리수의 뜻
2-2 정수와 유리수의 대소 관계	절댓값의 뜻
	정수와 유리수의 대소 관계
2-3 정수와 유리수의 덧셈과 뺄셈	정수와 유리수의 덧셈과 뺄셈
	덧셈의 계산 법칙
2-4 정수와 유리수의 곱셈과 나눗셈	정수와 유리수의 곱셈과 나눗셈
	곱셈의 계산 법칙
	정수와 유리수의 혼합 계산
	분배법칙
수준별 학습	중단원 확인 학습 문제

교과서 30 쪽

2 정수와 유리수



준 | 비 | 학 | 습

자연수의 혼합 계산
• 곱셈과 나눗셈을 먼저 하고, 덧셈과 뺄셈은 나중에 한다.
• 괄호가 있는 경우 괄호 안을 먼저 계산한다.

1 다음을 계산하여라.

(1) $7\times4-6\div2$　(2) $24-3\times2+10$
(3) $90-(2+3)\times4$　(4) $(5-3)\div2+8$

소수와 분수의 크기 비교
소수를 분수로 고치거나 분수를 소수로 고쳐서 크기를 비교한다.

2 다음 두 수의 크기를 비교하여라.

(1) $\frac{3}{4}$, 0.7　(2) 2.6, $\frac{8}{3}$
(3) 2, $\frac{8}{5}$　(4) $\frac{5}{4}$, $\frac{3}{2}$

분수의 사칙계산
• 분모가 다른 분수의 덧셈과 뺄셈은 통분하여 계산한다.
• 분수의 곱셈은 분모는 분모끼리, 분자는 분자끼리 곱하여 계산한다.
• 분수의 나눗셈은 곱셈으로 고쳐서 계산한다.

3 다음을 계산하여라.

(1) $\frac{3}{4}+\frac{1}{2}$　(2) $\frac{4}{5}-\frac{3}{10}$
(3) $\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}$　(4) $\frac{8}{5}\div\frac{16}{7}$

분수와 소수의 혼합 계산
• 곱셈과 나눗셈을 먼저 하고, 덧셈과 뺄셈은 나중에 한다.
• 괄호가 있는 경우 괄호 안을 먼저 계산한다.

4 다음을 계산하여라.

(1) $8.5\div\frac{1}{2}-\frac{3}{5}\times10$　(2) $3+\left(6.5-\frac{5}{2}\right)\times2$

준비 학습의 해설

1

목표| 자연수의 혼합 계산을 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $7\times4-6\div2=28-3=\mathbf{25}$
(2) $24-3\times2+10=24-6+10=\mathbf{28}$
(3) $90-(2+3)\times4=90-5\times4=90-20=\mathbf{70}$
(4) $(5-3)\div2+8=2\div2+8=1+8=\mathbf{9}$

2

목표| 분수와 소수의 크기를 비교할 수 있게 한다.

풀이| (1) $\frac{3}{4}=0.75$이고, $0.75>0.7$이므로 $\mathbf{\frac{3}{4}>0.7}$
(2) $2.6=\frac{13}{5}=\frac{39}{15}$, $\frac{8}{3}=\frac{40}{15}$이므로 $\mathbf{2.6<\frac{8}{3}}$
(3) $2=\frac{10}{5}$이고, $\frac{10}{5}>\frac{8}{5}$이므로 $\mathbf{2>\frac{8}{5}}$
(4) $\frac{3}{2}=\frac{6}{4}$이고, $\frac{5}{4}<\frac{6}{4}$이므로 $\mathbf{\frac{5}{4}<\frac{3}{2}}$

3

목표| 분수의 사칙계산을 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $\mathbf{\frac{5}{4}}$　(2) $\mathbf{\frac{1}{2}}$　(3) $\mathbf{\frac{1}{2}}$　(4) $\mathbf{\frac{7}{10}}$

4

목표| 분수와 소수의 혼합 계산을 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $8.5\div\frac{1}{2}-\frac{3}{5}\times10=8.5\times2-6=17-6=\mathbf{11}$
(2) $3+\left(6.5-\frac{5}{2}\right)\times2=3+(6.5-2.5)\times2=\mathbf{11}$

교과서 31 쪽

2-1 정수와 유리수

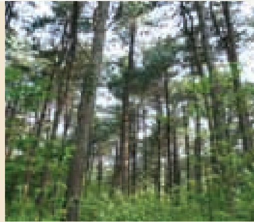
● 정수와 유리수의 개념을 이해한다.

부호 +, −는 어떻게 사용하는가?

창의력 기르기

지구 온난화

과학자들은 우리나라의 기온이 상승하여 앞으로 산림 생태계가 크게 변화될 것으로 예측하고 있다. 실제로 강원도 계방산, 경기도 광릉 지역의 산림을 관찰한 결과, 온난화가 지속될 경우 100년 후에는 한반도에서 아열대림을 보게 될지도 모른다고 한다.

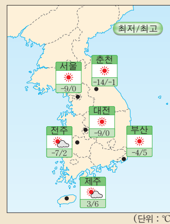


탐구 활동

오른쪽 그림은 1월 어느 날 우리나라 각 지역의 최저 기온과 최고 기온을 나타낸 것이다. 다음 물음에 답하여 보자.

1 오른쪽 그림에서 − 부호로 나타낸 것은 무엇을 뜻하는가?

2 부산의 최저 기온과 최고 기온은 몇 도인가?







❶ [illegible] 활동과 같이 온도를 나타낼 때, 0 ℃의 눈금을 기준으로 0 ℃보다 높은 영[illegible] 온도에는 + 부호, 0 ℃보다 낮은 영하의 온도에는 − 부호를 붙여서 나타낼 수 있다.

또 동쪽으로 5 m 이동한 것을 +5 m로 나타내면 서쪽으로 5 m 이동한 것을 −5 m로 나타낼 수 있다.

이와 같이 서로 반대의 성질을 가지는 수량을 부호 +나 −를 사용하여 나타낼 수 있다.

새로 나온 용어와 기호

- 양의 부호(+)(positive sign)
- 음의 부호(−)(negative sign)
- 양의 정수(positive integer)
- 음의 정수(negative integer)
- 정수(整數, integer)
- 유리수(有理數, rational number)
- 양의 유리수(positive rational number)
- 양수(陽數, positive number)
- 음의 유리수(negative rational number)
- 음수(陰數, negative number)
- 수직선(數直線, number line)

창의력 기르기 참/고/자/료

최근 지구 온난화가 세계적인 관심사가 되고 있다. 지구 온난화의 영향으로 생태계는 어떻게 될 것인지에 대해 기상청 홈페이지(http://www.kma.go.kr)에서 자세히 알아볼 수 있다.

2-1 정수와 유리수

소단원 지도 목표

① 실생활에서 부호 +, −의 뜻을 이해하고, 이를 사용하여 수량을 나타낼 수 있게 한다.

② 정수와 유리수의 개념을 이해하게 한다.

③ 수직선의 뜻을 알고, 정수와 유리수를 수직선 위에 나타낼 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 음수의 개념이 처음 등장하므로 실생활에서 쉽게 찾을 수 있는 소재들로 자연스럽게 도입하고, 서로 반대되는 성질을 가진 두 수량을 양의 부호와 음의 부호를 사용하여 나타낼 수 있게 한다.

2. 수직선에서 0은 '없다'의 개념이 아니라 기준이 되는 원점임을 유의하여 지도한다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 일기 예보에서 흔히 볼 수 있는 것처럼 실생활에서 서로 반대되는 성질을 가지는 수량을 부호 +, −를 사용하여 나타낼 수 있도록 하려는 것이다.

1. − 부호는 **영하**의 기온을 나타낸다.

2. 부산의 최저 기온은 **영하 4도**이고, 최고 기온은 **영상 5도**이다.

본문 해설

❶ 서로 반대되는 성질을 수량화할 때 기온이 0 ℃보다 높은 온도는 + 부호를, 낮은 온도는 − 부호를 붙임으로써 온도를 간편하게 나타낼 수 있다.

본문 해설

❶ 양의 부호 '+'와 음의 부호 '−'는 각각 덧셈, 뺄셈의 기호 +, −와 같으나 부호로 쓰일 때와 기호로 쓰일 때에는 그 의미가 다르다는 것에 유의한다.

주의| $+a$를 '더하기 a', $-a$를 '빼기 a'라고 읽지 않는다.

1

목표| 서로 반대되는 성질을 가지는 수량을 부호 +, −를 사용하여 나타낼 수 있게 한다.

풀이| (1) 지상 6 m : **+6 m**,
지하 4 m : **−4 m**
(2) 수입 7000원 : **+7000원**,
지출 4000원 : **−4000원**
(3) 50명 증가 : **+50명**, 30명 감소 : **−30명**

참고| 서로 반대되는 성질의 수량을 나타내는 단어

영상	이익	수입	지상	해발	후
영하	손해	지출	지하	해저	전
동쪽	북쪽	증가	상승	득점	과잉
서쪽	남쪽	감소	하락	실점	부족

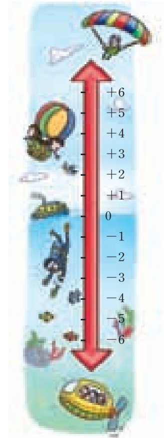
교과서 32 쪽

+2와 −7의 부호 +, −는 덧셈, 뺄셈의 기호와 모양은 같지만 그 의미는 다르다.

❶ …서 **+를 양의 부호, −를 음의 부호**라 하고, +2는 '양의 2', −7은 '음의 …라고 읽는다.

보기 (1) 300원의 이익을 +300원이라고 할 때, 300원의 손해는 −300원이다.
(2) 5개 부족한 것을 −5개라고 할 때, 5개 남는 것은 +5개이다.

문제 1 다음을 부호 +, −를 사용하여 나타내어라.
(1) 지상 6 m, 지하 4 m
(2) 수입 7000원, 지출 4000원
(3) 50명 증가, 30명 감소



…호 +와 −를 사용하면 0보다 큰 수뿐만 아니라 0보다 ❷ …도 나타낼 수 있다. 즉, 0보다 3만큼 큰 수는 +3, 0보다 $\frac{1}{2}$만큼 작은 수는 $-\frac{1}{2}$로 나타낼 수 있다.

문제 2 다음 수를 부호 +, −를 사용하여 나타내어라.
(1) 0보다 4만큼 큰 수
(2) 0보다 5만큼 작은 수
(3) 0보다 $\frac{3}{4}$만큼 큰 수
(4) 0보다 2.6만큼 작은 수


문제해결 생활 주변에서 서로 반대되는 성질을 가진 수량을 조사하여 부호 +, −를 사용하여 나타내어 보자.

본문 해설

❷ 지금까지 반대되는 현상이나 결과를 수량으로 나타낼 때 양의 부호 '+'나 음의 부호 '−'를 붙여서 나타내었다. 이제부터 0보다 큰 수에는 '0보다 크다.'는 뜻의 양의 부호 '+'를, 0보다 작은 수에는 '0보다 작다.'는 뜻의 음의 부호 '−'를 붙이기로 한다.

2

목표| 0을 기준으로 0보다 큰 수에는 + 부호를, 0보다 작은 수에는 − 부호를 사용하여 나타낼 수 있게 한다.

풀이| (1) **+4** (2) **−5** (3) $+\frac{3}{4}$ (4) **−2.6**

문/제/해/결

|출제 의도| 생활 주변에서 서로 반대되는 성질을 가진 수량을 조사하는 과정을 통하여 부호 +, −의 사용을 익숙하게 하기 위한 문제이다.

풀이| 서로 반대되는 성질을 가지는 수량을 양의 부호 +와 음의 부호 −를 사용하여 나타낸다.

- A 지역의 인구 증가 : +100명
  A 지역의 인구 감소 : −100명
- 지난달 우리 집의 총수입 : +500만 원
  지난달 우리 집의 총지출 : −250만 원
- 주식 거래량의 증가 : +9321주
  주식 거래량의 감소 : −7652주

교과서 33 쪽

정수와 유리수는 어떤 수인가?

창의력 기르기

김치



김치가 발효하면서 생기는 유산균이 성인병 예방과 피부의 노화 방지, 면역성 강화 등 건강에 좋다는 것이 알려지면서 우리나라뿐만 아니라 외국에서도 김치의 인기가 날로 더해 가고 있다. 김치를 가지고 만들 수 있는 음식은 김치전, 김치 피자, 김치찌개, 김치볶음밥, 김치 라면 등 여러 가지가 있다.

탐 구 활 동 다음 조리법을 보고 물음에 답하여 보자.



김치볶음밥 만들기

재료: 김치 300 g, 피망 $\frac{1}{2}$개, 당근 1개, 양파 $\frac{1}{4}$개, 양송이버섯 2개, 밥, 식용유, 참깨

방법: ① 피망, 당근, 양파는 잘게 썰고 양송이버섯은 껍질을 벗겨 0.4 cm 간격으로 얇게 썬다.
② 프라이팬에 식용유를 두르고 김치를 볶은 다음 준비한 채소를 넣고 다시 볶는다.
③ 마지막으로 밥을 넣어 볶은 후 불을 끄고 참깨로 마무리한다.

1 위의 조리법에 나와 있는 수를 모두 써 보자.

2 **1**에서 찾은 수 중에서 자연수가 아닌 수를 모두 말하여 보자.

자연수에 양의 부호 +를 붙인 +1, +2, +3, …과 같은 수를 **양의 정수**라 하고, 자연수에 음의 부호 −를 붙인 −1, −3, …과 같은 수를 **음의 정수**라고 한다. 이때 양의 ❶ 음의 정수를 통틀어 **정수**라고 한다.

양의 정수 +1, +2, +3, …은 양의 부호를 생략하여 1, 2, 3, …으로 나타내기도 한다. 즉, 양의 정수는 자연수와 같다.

정수 { 양의 정수 / 0 / 음의 정수

0은 양의 정수도 음의 정수도 아니다.

(보기) 정수는 …, −3, −2, −1, 0, 1, 2, 3, …이다.

창의력 기르기 참/고/자/료

우리나라의 대표 음식인 김치의 특징은 발효에 있다. 김치는 각종 채소에 부재료를 첨가한 뒤 소금에 절여 발효시킨 식품인데 주변 온도나 공기 등의 자연환경, 배합하는 양념 등에 따라 미생물의 번식과 활동이 달라져서 김치의 맛과 품질에 큰 영향을 미친다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 음식을 조리하기 위해 필요한 재료의 양을 조사해 봄으로써 자연수가 아닌 수를 알아보고, 정수와 유리수의 개념을 알게 하려는 것이다.

1. 300, $\frac{1}{2}$, 1, $\frac{1}{4}$, 2, 0.4

2. 자연수는 300, 1, 2이므로 자연수가 아닌 수는 $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, 0.4

본문 해설

❶ 여기서 0은 '없다.'는 뜻보다는 기준이 되는 수로 사용된 것이다. 즉, 어떤 기준점을 정하여 0으로 놓고 이보다 크거나 많은 값에는 + 부호, 작거나 적은 값에는 − 부호를 붙여서 나타낸다.

지/도/자/료

수의 개념을 자연수에서 정수로 확장하여 정수는 자연수, 0, 음의 정수로 이루어짐을 알게 한다.

정수 { 양의 정수(자연수) / 0 / 음의 정수

읽/기/자/료 음수의 출현

동양에서는 기원전 3세기경 "구장산술"에서 이미 양수와 음수가 등장하였고, 인도에서는 빚을 나타내기 위해 음수를 도입하였다. 인도의 수학자인 브라마굽타(Brahmagupta: 598~670)는 음수의 사칙계산에 관한 책도 남겼다. 하지만 프랑스의 수학자 비에타(Viéta, F.: 1540~1603)는 아예 음수를 취급하려 하지도 않았으며, 데카르트(Descartes, R.: 1596~1650)는 음수가 '무'를 나타내는 0보다 작은 수이기 때문에 잘못된 수로 생각했다. 18세기 최고의 수학 책에서조차 여전히 음수 −6 앞에 붙어 있는 음의 부호와 7−6에 나타나는 뺄셈 기호를 혼동하곤 했다. 그러다가 스위스의 수학자 오일러(Euler, L.: 1707~1783)가 쓴 "대수학 입문"이라는 책을 통하여 음수의 개념이 분명하게 자리를 잡을 수 있게 되었다.

본문 해설

❶ 유리수는 정수에서 확장된 수 체계로 유리수는 '분수의 꼴로 나타낼 수 있는 수' 또는 '$\frac{a}{b}$(a, b는 정수, $b\neq0$)의 꼴로 나타낼 수 있는 수'라고 정의한다.

참고| • $+3=+\frac{3}{1}$, $-4=-\frac{4}{1}$와 같이 나타낼 수 있으므로 모든 정수는 유리수이다.

• 유리수는 유비수(有比數), 즉 비로 나타낼 수 있는 수(분수)에서 유래되었다고 한다.

교과서 34 쪽

● 모든 정수는

$0=\frac{0}{1}=\frac{0}{2}=\cdots$

$1=\frac{1}{1}=\frac{2}{2}=\cdots$

$-2=-\frac{2}{1}=-\frac{4}{2}=\cdots$

와 같이 분수의 꼴로 나타낼 수 있으므로 유리수이다.



❶ [illegible] 활동에서 0.4, 1, 2, 300은 $0.4=\frac{4}{10}$, $1=\frac{5}{5}$, $2=\frac{4}{2}$, $300=\frac{600}{2}$과 같이 나타낼 수 있다. 이와 같이 분자와 분모(0이 아니다.)가 모두 정수인 분수로 나타낼 수 있는 수를 **유리수**라고 한다.

한편 $+\frac{1}{4}$, $+0.1$, $+3$과 같이 + 부호가 붙은 유리수를 **양의 유리수** 또는 간단히 **양수**라고 한다. 이때 양수는 정수와 마찬가지로 양의 부호 +를 생략하여 나타낼 수 있다.

또 $-\frac{1}{3}$, -1.2, -5와 같이 − 부호가 붙은 유리수를 **음의 유리수** 또는 간단히 **음수**라고 한다.

참고 0은 양수도 아니고, 음수도 아니다.

문제 3 다음 수를 양수와 음수로 구분하여라.

㉠ $+8$	㉡ 0	㉢ -4
㉣ -3.5	㉤ $\frac{1}{2}$	㉥ $-\frac{9}{8}$

문제 4 다음 수 중에서 정수가 아닌 유리수를 모두 찾아라.

$+5$, -7, $-\frac{3}{2}$, 0, $+1.2$, 10

지금까지 배운 수 사이의 관계를 정리하면 다음과 같다.

유리수
- 정수
  - 양의 정수(자연수)
  - 0
  - 음의 정수(-1, -2, -3, $\cdots$)
- 정수가 아닌 유리수$\left(+\frac{1}{4}, +0.7, -\frac{2}{3}, -0.3, \cdots\right)$

참고 앞으로는 수라고 하면 유리수를 말하는 것으로 한다.

3

목표| 양수와 음수를 구분할 수 있게 한다.

풀이| 양수: ㉠, ㉤

음수: ㉢, ㉣, ㉥

4

목표| 정수가 아닌 유리수를 찾을 수 있게 한다.

풀이| 양의 정수, 0, 음의 정수를 제외하면

$-\frac{3}{2}$, $+1.2$

지/도/자/료

유리수를 분류할 때 정수와 분수로 해서는 안 되는 이유를 분명히 이해하게 한다. 분수는 수의 표현 형태이며 분수로 표현된 수 중에는 $\frac{10}{2}$과 같이 정수도 있으므로 기약분수로 고쳐서 정수인지 아닌지를 판단하여야 한다. 따라서 유리수를 분류할 때에는 정수와 정수가 아닌 유리수로 분류할 수 있도록 유의하여 지도한다.

읽/기/자/료 아메스의 파피루스

영국의 탐험가인 린드가 이집트에서 발견한 "아메스의 파피루스"는 가장 오래된 수학 책으로 이집트의 왕실에서 기록원으로 일하던 아메스가 그때까지의 수학을 '파피루스'라는 갈대 같은 풀로 만든 종이에 기록하여 남긴 것이다.

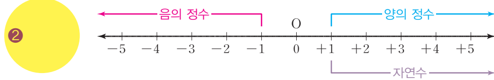
이 책에는 분수 계산, 분배 문제, 넓이, 부피 등 흥미로운 문제가 많은데, 분자가 1인 분수를 쓸 때 분모 위에 ⬭와 같은 기호를 붙여서 나타낸 것이 특징이다. 예를 들면 (⬭ 아래 ||||)은 $\frac{1}{4}$, (⬭ 아래 ∩|||)은 $\frac{1}{13}$을 나타낸다.

아래 그림과 같이 직선에서 기준이 되는 점 O를 잡아 수 0을 대응시키고, 점 O … 좌우로 같은 간격으로 점을 잡는다.

❶ …고 점 O로부터 오른쪽의 점들을 차례로 +1, +2, +3, …과 대응시키고, …의 점들을 차례로 −1, −2, −3, …과 대응시키면 직선 위에 정수를 모두 나타낼 수 있다.

이와 같은 방법으로 수를 대응시켜서 만든 직선을 **수직선**이라고 한다.

❷

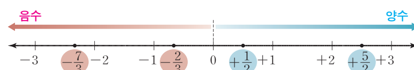


(참고) 수직선에서 0을 나타내는 기준점 O를 원점이라고 한다.

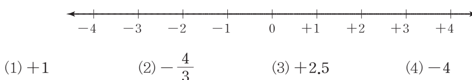
유리수를 수직선 위에 나타내는 방법
a, b가 양수일 때
① $+a$는 원점에서 오른쪽으로 a만큼 간 점에 대응시킨다.
② $-b$는 원점에서 왼쪽으로 b만큼 간 점에 대응시킨다.

정수와 마찬가지로 정수가 아닌 유리수도 수직선 위에 대응하는 점으로 나타낼 수 있다.

예를 들어 $+\frac{1}{2}$, $-\frac{2}{3}$, $+\frac{5}{2}$, $-\frac{7}{3}$을 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



문제 5 다음 수를 수직선 위에 나타내어라.



(1) +1 (2) $-\frac{4}{3}$ (3) +2.5 (4) −4


의사소통 신문에 실린 글 중에서 유리수가 쓰여 있는 기사를 조사하고 말하여 보자.

본문 해설

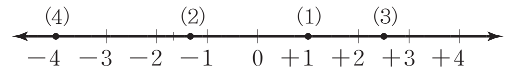
❶ 자연수를 바탕으로 정수의 뜻을 이해하고, 수직선에 0을 원점으로 정하여 양의 정수와 음의 정수를 나타내는 방법을 알 수 있다. 자연수와 양의 정수는 같은 것이므로 수직선에서 양의 정수의 부호를 생략할 수 있다.
한편 0은 양의 정수도 음의 정수도 아님에 유의한다.

❷ 정수는 한 직선 위에 늘어서 있는 점으로 나타낼 수 있다. 이때 직선의 눈금은 반드시 간격을 같게 잡아야 한다.

5

목표| 유리수를 수직선 위에 나타낼 수 있게 한다.

풀이| 각각의 수를 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



참고| (1) +1은 0보다 1만큼 큰 수이다.
(2) $-\frac{4}{3}$는 0보다 $\frac{4}{3}$만큼 작은 수이다.
(3) +2.5는 0보다 2.5만큼 큰 수이다.
(4) −4는 0보다 4만큼 작은 수이다.

의/사/소/통

|출제 의도| 유리수가 쓰여 있는 기사를 조사하는 과정을 통하여 정수와 정수가 아닌 유리수의 사용을 익숙하게 하기 위한 문제이다.

풀이| '일본, 사상 최대 규모의 강진'
어제 오후 2시 46분쯤 일본 도호쿠 지역 인근 바다 밑에서 규모 8.8의 지진이 일어났다. 이 지진의 영향으로 높이 10 m의 쓰나미가 태평양과 인접한 내륙을 덮쳐 엄청난 피해가 발생했다.
진원지는 도쿄 북동쪽 373 km, 센다이 동쪽 130 km 해상의 지하 24.4 km 지점이다. 일본 기상청은 지진의 규모를 처음에 7.9로 발표했다가 8.8까지 올렸다. 이번 지진은 일본 역사상 가장 큰 규모로 1923년 14만 명이 사망한 관동 대지진(규모 7.8)보다 크고, 1945년 히로시마에 떨어진 원자 폭탄의 5만 배에 해당한다.
〈○○일보 2011년 3월 12일〉

지/도/자/료

0보다 1 큰 수는 +1, 0보다 1 작은 수는 −1과 같은 방법으로 수직선 위에 수를 대응시키게 한다. 이때 0은 아무것도 없다는 뜻이 아니라 기준이 되는 점으로 생각하도록 지도한다.

2-2 정수와 유리수의 대소 관계

소단원 지도 목표

① 절댓값의 뜻을 알게 한다.

② 정수와 유리수의 대소 관계를 이해하게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 수직선을 이용하여 절댓값의 뜻을 알게 하고, 양수끼리 또는 음수끼리의 대소 관계를 절댓값을 이용하여 말할 수 있도록 지도한다.

2. 문장으로 표현된 수의 범위를 부등호 <, ≤, >, ≥를 사용하여 나타낼 수 있도록 지도한다.

새로 나온 용어와 기호

• 절댓값(absolute value)

• 절댓값 기호(| |)

• ≥, ≤

교과서 36 쪽

2-2 정수와 유리수의 대소 관계

● 정수와 유리수의 대소 관계를 이해한다.

절댓값이란 무엇인가?

창의력 기르기

지구 상에서 가장 높은 곳과 가장 깊은 곳

해수면을 기준으로 하였을 때, 가장 높은 곳은 히말라야 산맥의 에베레스트 산 정상이고, 가장 깊은 곳은 태평양의 비티아즈 해연으로 알려져 있다. 여기서 해연이란 바다 밑 바닥의 움푹 꺼진 지형 중에서 특히 깊게 들어간 부분을 말한다.

탐구 활동

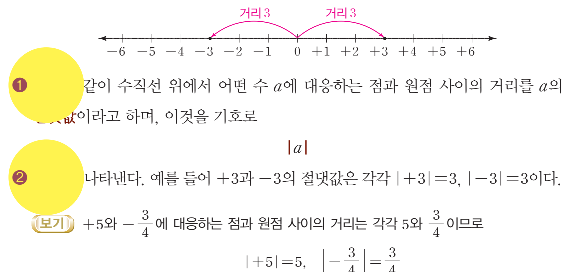
에베레스트 산의 높이를 +8848 m, 비티아즈 해연의 깊이를 −11034 m로 나타낼 때, 다음 물음에 답하여 보자.

1 에베레스트 산과 해수면 사이의 거리는 얼마인가?

2 비티아즈 해연과 해수면 사이의 거리는 얼마인가?

3 에베레스트 산과 비티아즈 해연 중에서 어느 곳이 해수면과 더 가까운가?

다음 그림과 같이 수직선 위에서 +3과 −3에 대응하는 점은 모두 원점으로부터 3만큼 떨어져 있음을 알 수 있다.



❶ 같이 수직선 위에서 어떤 수 a에 대응하는 점과 원점 사이의 거리를 a의 값이라고 하며, 이것을 기호로

$$|a|$$

❷ 나타낸다. 예를 들어 +3과 −3의 절댓값은 각각 $|+3|=3$, $|-3|=3$이다.

보기 $+5$와 $-\frac{3}{4}$에 대응하는 점과 원점 사이의 거리는 각각 5와 $\frac{3}{4}$이므로

$$|+5|=5,\quad \left|-\frac{3}{4}\right|=\frac{3}{4}$$

창의력 기르기 참 / 고 / 자 / 료

한라산의 높이는 해발 고도 1950 m이다. 이때 해발 고도는 바닷물의 표면, 즉 해수면으로부터의 높이를 말한다. 바다에는 밀물과 썰물이 존재하여 해수면의 높이가 항상 바뀌고 있는데 해발 고도의 기준이 되는 해수면은 어떻게 측정할까?

나라마다 해발 고도 측정을 위한 기준 수면을 가지고 있는데 우리나라는 인천 앞바다의 평균 해수면이 그 기준이다. 한편 이 기준을 가까운 육지에 옮겨 표시해 놓은 것이 '수준 원점'인데 우리나라에는 인천의 인하공업전문대학에 있고 26.6871 m의 해발 고도를 가진다. 국토지리정보원 홈페이지(http://www.ngii.go.kr)에서 우리나라의 다양한 지리 정보에 관하여 알아볼 수 있다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 한 지점으로부터의 거리를 구하고 비교하여 봄으로써 절댓값의 뜻을 알게 하려는 것이다.

1. 해수면으로부터 8848 m 떨어져 있으므로 에베레스트 산과 해수면 사이의 거리는 **8848 m**이다.

2. 해수면으로부터 11034 m 떨어져 있으므로 비티아즈 해연과 해수면 사이의 거리는 **11034 m**이다.

3. 8848<11034이므로 **에베레스트 산**이 비티아즈 해연보다 해수면과 더 가깝다.

본문 해설

❶ 수직선으로 수를 이해할 때 절댓값은 원점으로부터 떨어진 정도로 이해한다.

❷ 절댓값이 같고 부호가 다른 두 수는 수직선 위에서 원점으로부터의 거리가 같고 원점을 기준으로 서로 반대 방향에 있다.

문제 다음을 구하여라.

(1) $|+7|$ (2) $|-9|$ (3) $\left|-\frac{1}{3}\right|$ (4) $\left|+\frac{2}{5}\right|$



의사소통 0의 절댓값을 구하고, 그렇게 구한 이유를 말하여 보자.

정수와 유리수의 크기를 어떻게 비교하는가?

창의력 기르기 그린 마일리지 제도

교사와 학생, 학생과 학생 간의 규칙을 잘 지켜 교사의 교권과 학생의 인권을 존중하기 위한 생활 지도의 일환으로 학교에서는 그린 마일리지 제도가 시행되고 있다. 이 제도는 학교의 구성원들의 합의하에 정한 생활 규정에 따라 상점과 벌점을 주어 학생들이 바람직한 학교생활을 할 수 있도록 도와주고 있다.

탐구 활동 **수민이네 학교에서는 좋은 일을 한 학생에게는 칭찬 카드를 주고, 규칙을 어긴 학생에게는 벌점 카드를 주고 있다. 다음 그림을 보고 물음에 답하여 보자.**



1 노랑 카드와 빨강 카드에 해당하는 수를 수직선 위에 나타내어 보자.



2 두 수 중에서 어떤 수가 오른쪽에 있는가?

3 두 수 중에서 어떤 수가 원점에 가까운가?

지/도/자/료

1. 거리를 나타낼 때에는 방향과 관계가 없으므로 음의 부호는 사용하지 않도록 한다.

2. 학생들이 절댓값의 의미를 모른 채 어떤 수에서 부호를 떼어 낸 수로만 알게 하지 않도록 지도한다. 절댓값이 문자로 주어진 경우에 당황할 수 있으므로 절댓값의 의미를 수직선에서 정확히 다루어 주도록 한다.

목표| 절댓값 기호를 알고, 정의를 이용하여 절댓값을 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) $|+7|=\mathbf{7}$ (2) $|-9|=\mathbf{9}$

(3) $\left|-\frac{1}{3}\right|=\mathbf{\frac{1}{3}}$ (4) $\left|+\frac{2}{5}\right|=\mathbf{\frac{2}{5}}$

참고| 절댓값의 성질

① 0이 아닌 수의 절댓값은 항상 0보다 크다.

② 절댓값이 $a(a>0)$인 수는 $+a$, $-a$의 2개이다.

③ 수를 수직선 위에 나타내었을 때, 원점에서 멀리 떨어질수록 절댓값은 크다.

의/사/소/통

|출제 의도| 절댓값의 개념을 정확히 알게 하기 위한 문제이다.

풀이| $|0|=0$이다.

왜냐하면 절댓값은 수직선에서 원점과 그 수를 나타내는 점 사이의 거리를 말하는데 0을 나타내는 점이 바로 원점이기 때문이다.

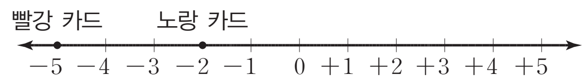
창의력 기르기 참/고/자/료

그린 마일리지 제도는 학교 내 체벌을 근절하기 위해 시행되고 있는 학생 상벌점제이다. 이 제도는 학생들을 포함한 학교 구성원들의 의견을 충분히 수렴하여 시행되고 있고, 벌점 점수를 상쇄할 수 있는 다양한 기회를 제공하여 징벌보다 교육적 선도를 우선시한다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 주어진 두 수를 수직선 위에 나타내고, 수직선에서 왼쪽에 있는 수보다 오른쪽에 있는 수가 더 큰 수임을 이용하여 수의 대소 관계를 비교하려는 것이다.

1. 노랑 카드와 빨강 카드에 해당하는 수를 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



2. 노랑 카드는 -2, 빨강 카드는 -5를 나타내므로 **노랑 카드의 수**가 오른쪽에 있다.

3. **노랑 카드의 수**가 원점에 가깝다.

본문 해설

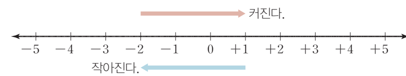
❶ 두 자연수의 대소 관계로부터 두 유리수의 대소 관계를 수직선을 이용하여 이해할 수 있는데 수직선에서 오른쪽에 있는 수가 왼쪽에 있는 수보다 크다는 것을 알 수 있다. 수직선 위에서 수는 오른쪽으로 갈수록 커지고 왼쪽으로 갈수록 작아진다.

❷ 두 수의 대소 관계와 절댓값의 관계를 알아보려는 것으로, 양수에서는 절댓값이 큰 수가 크고 음수에서는 절댓값이 큰 수가 작다.

교과서 38 쪽



❶ 수를 수직선 위에 나타내었을 때 오른쪽에 있는 수가 왼쪽에 있는 수보다 .



예를 들어 수직선에서 +6은 +3보다 오른쪽에 있으므로

$$+3<+6$$

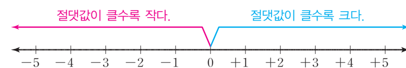
이고, $-\frac{2}{3}$는 −2보다 오른쪽에 있으므로

$$-2<-\frac{2}{3}$$

이다.

$-2<-\frac{2}{3}$는 '−2는 $-\frac{2}{3}$보다 작다.'라고 읽는다.

❷ 수를 수직선 위에 나타내었을 때, 양수끼리는 원점에서 멀리 떨어져 있는 , 즉 절댓값이 큰 수가 더 크다. 그러나 음수끼리는 원점에서 멀리 떨어져 있는 수, 즉 절댓값이 큰 수가 더 작다.



일반적으로 유리수의 대소 관계는 다음과 같다.

유리수의 대소 관계
(1) 양수는 0보다 크고, 음수는 0보다 작다.
(2) 양수는 음수보다 크다.
(3) 양수는 그 절댓값이 클수록 크다.
(4) 음수는 그 절댓값이 클수록 작다.

(음수)<0<(양수)

보기 두 수 −1과 $-\frac{1}{3}$의 크기를 비교하면 $|-1|=1$, $\left|-\frac{1}{3}\right|=\frac{1}{3}$이고, $1>\frac{1}{3}$이므로 $-1<-\frac{1}{3}$이다.

지/도/자/료

1. 대소 관계를 비교할 때, 음수와 양수를 구분한 후 주어진 유리수를 분수 또는 소수로 통일하여 비교하면 편리함을 알게 한다.

2. 수의 대소 관계에는 다음이 성립한다.

$a<b \rightleftarrows a-b<0$

$a=b \rightleftarrows a-b=0$

$a>b \rightleftarrows a-b>0$

읽/기/자/료 부등호의 역사

>, <는 영국의 수학자이자 천문학자인 해리엇(Harriot, T.: 1560~1621)의 사후 10년이 되는 해인 1631년에 발행된 수학 책 "해석술의 연습(Artis Analyticae Praxis)"에서 처음 사용되었다. ≥, ≤는 1734년에 프랑스의 과학자 부게(Bouguer, P.: 1698~1758)가 처음으로 사용하였다. 부게의 기호는 해리엇의 기호에 등호 =를 합쳐서 만든 것으로 이것을 변형하여 ≥, ≤으로 나타낸 것이다.

2

목표| 두 수의 대소 관계를 부등호를 사용하여 나타낼 수 있게 한다.

풀이| (1) 양수는 음수보다 크므로 $-7\ \boxed{<}\ +1.2$

(2) 양수는 0보다 크므로 $+\frac{10}{3}\ \boxed{>}\ 0$

(3) $|-2|=2$, $|-2.8|=2.8$이고, 음수는 그 절댓값이 클수록 작으므로 $-2\ \boxed{>}\ -2.8$

(4) $\left|-\frac{5}{4}\right|=\frac{5}{4}$, $\left|-\frac{4}{5}\right|=\frac{4}{5}$이고, 음수는 그 절댓값이 클수록 작으므로 $-\frac{5}{4}\ \boxed{<}\ -\frac{4}{5}$

3

목표| 유리수의 대소 관계의 성질을 이용하여 주어진 수를 큰 것부터 차례로 나열할 수 있게 한다.

풀이| 양수는 양수끼리, 음수는 음수끼리 절댓값을 구하여 비교하면 다음과 같이 큰 것부터 차례로 나열할 수 있다.

$$\mathbf{+8.3,\ +4,\ +2,\ 0,\ -\frac{9}{2},\ -11}$$

교과서 39 쪽

문제 2 다음 □ 안에 부등호 <, > 중에서 알맞은 것을 써넣어라.

(1) -7 □ $+1.2$　　(2) $+\frac{10}{3}$ □ 0

(3) -2 □ -2.8　　(4) $-\frac{5}{4}$ □ $-\frac{4}{5}$

발전 문제 3 다음 수를 큰 것부터 차례로 나열하여라.

$+4,\ -\frac{9}{2},\ +2,\ 0,\ +8.3,\ -11$

…에 부등호의 사용에 대하여 좀 더 알아보자.

부등호에는 <, >, ≤, ≥이 있다.

❶ …3보다 크거나 같다.' 또는 'a는 3 이상이다.'는 기호로 $a\geq3$과 같이 나타… 'a는 3보다 작거나 같다.' 또는 'a는 3 이하이다.'는 기호로 $a\leq3$과 같이 나타낸다.

또 'a는 -5 이상이고 2 이하이다.'는 기호로 $-5\leq a\leq2$와 같이 나타낸다.

❷ …기호 ≥는 > 또는 =를 의미하고, 기호 ≤는 < 또는 =를 의미한다.

문제 4 다음을 부등호 <, >, ≤, ≥를 사용하여 나타내어라.

(1) a는 $\frac{2}{3}$보다 크거나 같다.　　(2) a는 -4 이상이고 2 미만이다.

창의 UP 두 수 a, b에 대하여 $a<b$일 때, $|a|$와 $|b|$의 대소 관계를 설명하여라.


의사소통 a는 3보다 작지 않다고 할 때, a를 부등호를 사용하여 어떻게 나타낼지 말하여 보자.

창의 UP

|출제 의도| 두 수의 절댓값의 크기를 비교하여 봄으로써 유리수의 대소 관계를 정확히 알게 하기 위한 것이다.

풀이| 두 수 a, b에 대하여 $a<b$일 때

- a, b 모두 양수이면 $|a|<|b|$이다.
  예) $+2<+3$이면　$|+2|<|+3|$
- a, b 모두 음수이면 $|a|>|b|$이다.
  예) $-3<-2$이면　$|-3|>|-2|$
- a는 0, b는 양수이면 $|a|<|b|$이다.
  예) $0<+2$이면　$|0|<|+2|$
- a는 음수, b는 0이면 $|a|>|b|$이다.
  예) $-3<0$이면　$|-3|>|0|$
- a는 음수, b는 양수이면 $|a|<|b|$ 또는 $|a|>|b|$ 또는 $|a|=|b|$일 수 있다.
  예) $-3<+5$이면　$|-3|<|+5|$
  $-3<+2$이면　$|-3|>|+2|$
  $-3<+3$이면　$|-3|=|+3|$

따라서 두 수 a, b의 대소 관계가 정해졌다고 하여도 $|a|$와 $|b|$의 대소 관계를 알 수 있는 것은 아니다.

본문 해설

❶ 부등호의 사용
(1) a는 b보다 크다.(초과) ⇨ $a>b$
(2) a는 b보다 작다.(미만) ⇨ $a<b$
(3) a는 b보다 크거나 같다.(이상) ⇨ $a\geq b$
(4) a는 b보다 작거나 같다.(이하) ⇨ $a\leq b$

❷ 기호 ≤와 ≥는 각각 '< 또는 ='와 '> 또는 ='임을 나타내며 ≦, ≧로 쓰지 않도록 유의한다.

4

목표| 주어진 문장을 부등호를 사용하여 나타낼 수 있게 한다.

풀이| (1) $a\geq\frac{2}{3}$　　(2) $-4\leq a<2$

의/사/소/통

|출제 의도| 두 수의 대소 관계에서 '크거나 같다', '작거나 같다' 또는 '이상이다', '이하이다'의 의미를 파악하여 ≤, ≥ 기호를 사용하도록 하기 위한 문제이다.

풀이| 'a는 3보다 작지 않다.'는 'a는 3보다 크거나 같다.' 또는 'a는 3 이상이다.'와 같은 뜻이다.
즉, '크거나 같다.', '~이상이다.', '작지 않다.'는 같은 뜻이므로 $a\geq3$과 같이 나타낼 수 있다.

참고| 'a가 3보다 크지 않다.'는 'a가 3보다 작거나 같다.' 또는 'a가 3 이하이다.'와 같은 뜻이다.
즉, '작거나 같다.', '~이하이다.', '크지 않다.'는 같은 뜻이므로 $a\leq3$과 같이 나타낼 수 있다.

2-3 정수와 유리수의 덧셈과 뺄셈

소단원 지도 목표

① 정수와 유리수의 덧셈을 할 수 있게 한다.
② 덧셈의 교환법칙을 이해하게 한다.
③ 덧셈의 결합법칙을 이해하게 한다.
④ 정수와 유리수의 뺄셈을 할 수 있게 한다.
⑤ 덧셈과 뺄셈이 혼합된 계산을 할 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 덧셈의 교환법칙과 결합법칙은 간단히 다룬다. 또 뺄셈은 덧셈의 역연산이라는 것을 이용하여 뺄셈의 규칙을 유도한다.

2. 정수와 유리수의 덧셈과 뺄셈에서 부호와 괄호가 생략된 수의 혼합 계산을 익숙하게 할 수 있도록 지도한다.

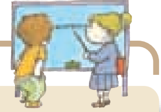
새로 나온 용어와 기호

• 덧셈의 교환법칙(交換法則, commutative law)
• 덧셈의 결합법칙(結合法則, associative law)

교과서 40 쪽

2-3 정수와 유리수의 덧셈과 뺄셈

● 정수와 유리수의 덧셈과 뺄셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.



정수와 유리수의 덧셈을 어떻게 하는가?

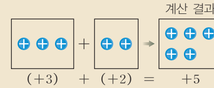
탐 구 활 동

●준비물
+, − 부호
활동지 1

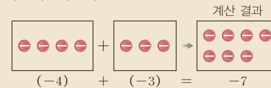
성진이는 다음과 같은 방법으로 두 수의 덧셈을 하였다.

• ⊕는 +1, ⊖는 −1을 나타낸다.
• ⊕ 1개와 ⊖ 1개가 짝을 이루면 0을 나타낸다.

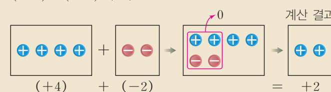
• $(+3)+(+2)$의 계산



• $(-4)+(-3)$의 계산



• $(+4)+(-2)$의 계산



성진이가 한 것과 같은 방법으로 다음 덧셈을 하여 보자.

1 $(+4)+(+1)$ **2** $(-2)+(-4)$
3 $(+5)+(-1)$ **4** $(-3)+(+6)$

수직선의 원점에서 출발하여 오른쪽 방향으로 가는 것을 양수로, 왼쪽 방향으로 가는 것을 음수로 나타내어 수직선을 이용한 덧셈 방법을 알아보자.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 모형을 이용하여 두 수의 덧셈의 원리를 이해하고, 그 계산 방법을 알게 하려는 것이다.
준비물 • +, − 부호

1. ⊕⊕⊕⊕ + ⊕ → ⊕⊕⊕⊕⊕
$(+4)+(+1)=+5$

2. ⊖⊖ + ⊖⊖⊖⊖ → ⊖⊖⊖⊖⊖⊖
$(-2)+(-4)=-6$

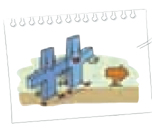
3. ⊕⊕⊕⊕⊕ + ⊖ → ⊕⊕⊕⊕⊕ ⊖ (0) → ⊕⊕⊕⊕
$(+5)+(-1)=+4$

4. ⊖⊖⊖ + ⊕⊕⊕⊕⊕⊕ → ⊖⊖⊖ ⊕⊕⊕⊕⊕⊕ (0) → ⊕⊕⊕
$(-3)+(+6)=+3$

지/도/자/료

모형을 이용한 구체적인 조작 활동을 통하여 부호가 같거나 다른 두 수의 덧셈의 원리를 직관적으로 이해하게 한다.
이때 부호가 다른 두 수의 덧셈에서 ⊕와 ⊖를 한 개씩 짝지어 묶으면 0이 되므로 두 종류의 모형을 같은 개수만큼 없앨 수 있음을 지도한다.

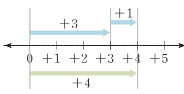
교과서 41 쪽



❶ (양수)+(양수)

(+3)+(+1)은 수직선의 원점에서 오른쪽으로 3만큼 간 점에서 다시 오른쪽으로 1만큼 간 점이 나타내는 수 +4와 같다.

즉, (+3)+(+1)=+4이다.

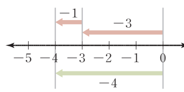


(2) (음수)+(음수)

(−3)+(−1)은 수직선의 원점에서 왼쪽으로 3만큼 간 점에서 다시 왼쪽으로 1만큼 간 점이 나타내는 수 −4와 같다.

즉, (−3)+(−1)=−4이다.

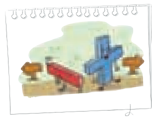


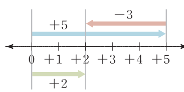


❷ (양수)+(음수)

(+5)+(−3)은 수직선의 원점에서 오른쪽으로 5만큼 간 점에서 왼쪽으로 3만큼 간 점이 나타내는 수 +2와 같다.

즉, (+5)+(−3)=+2이다.

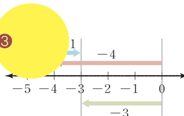




(4) (음수)+(양수)

(−4)+(+1)은 수직선의 원점에서 왼쪽으로 4만큼 간 점에서 오른쪽으로 1만큼 간 점이 나타내는 수 −3과 같다.

즉, (−4)+(+1)=−3이다.

❸ 

위에서 같은 방향으로 간 경우는 (1), (2)이고, 반대 방향으로 간 경우는 (3), (4)이다.

이상에서 같은 방향으로 간 경우의 계산 결과는 간 방향의 부호를 따르고, 서로 반대 방향으로 간 경우의 계산 결과는 많이 간 방향의 부호를 따른다는 것을 알 수 있다.

❹ 같은 방향으로 간 경우는 원점에서 출발하여 두 수의 절댓값의 합만큼 간 것이고, 서로 반대 방향으로 간 경우는 원점에서 출발하여 두 수의 절댓값의 차만큼 절댓값이 큰 수의 방향으로 간 것과 같다.

따라서 두 수의 덧셈은 수직선을 그리지 않고 먼저 부호를 정한 후 절댓값의 합이나 차를 구하여 계산할 수 있다.

❸ 양수를 더할 때에는 수직선 위에서 오른쪽으로 이동하고, 음수를 더할 때에는 수직선 위에서 왼쪽으로 이동한다.

❹ 부호가 다른 두 수의 합을 구할 때

(1) (양수의 절댓값)>(음수의 절댓값)이면
(두 수의 합)=+(절댓값의 차)

(2) (양수의 절댓값)<(음수의 절댓값)이면
(두 수의 합)=−(절댓값의 차)

지/도/자/료

수직선을 이용하여 덧셈을 설명할 때 부호는 이동 방향을, 숫자는 이동 거리를 뜻한다는 것을 예를 들어 충분히 설명한다.

본문 해설

❶, ❷ 탐구 활동과 같은 방법으로 (+3)+(+1)과 (+5)+(−3)을 계산하면 다음과 같다.

(+3) +(+1)= +4

(+5) + (−3) = +2

읽/기/자/료 +, −, =의 역사

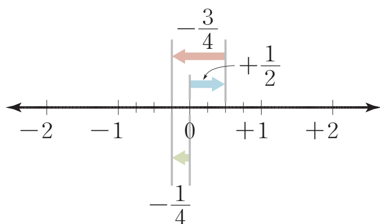
+는 1489년 비트만(Widmann, J.: 1462∼1498)에 의하여 처음 사용되었다. 그 이전에는 '1 더하기 2'를 '1 et('그리고'의 뜻을 가진 라틴어) 2'로 썼는데, 이를 흘려 쓰는 과정에서 '+'가 만들어진 것으로 보인다.

−도 1489년 비트만에 의하여 처음 사용되었다. 그 이전에는 '3 빼기 2'를 '3 m̄ 2'로 쓰다가 위에 있는 '−'만 이용하여 나타낸 것으로 보인다.

=는 영어로 쓰여진 최초의 대수학 책으로 알려진 레코드(Recorde, R.: 1510∼1558)의 "지혜의 숫돌(The Whetstone of Witte)"에 처음으로 나타난다. 그는 =를 등호로 채택한 이유를 "두 평행선(=)만큼 같은 것은 달리 있을 수 없기 때문이다."라고 하였다.

본문 해설

❶ 수직선을 이용하여 $\left(+\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{3}{4}\right)$을 계산하면 다음과 같다.



$\left(+\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{3}{4}\right)$은 수직선의 원점에서 오른쪽으로 $\frac{1}{2}$만큼 간 점에서 왼쪽으로 $\frac{3}{4}$만큼 간 점이 나타내는 수 $-\frac{1}{4}$과 같다.

즉, $\left(+\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{3}{4}\right)=-\frac{1}{4}$이다.

참고| 부호가 다른 두 수의 덧셈은 두 수의 절댓값의 차에 절댓값이 큰 수의 부호를 붙인 것과 같다. 이때 분모가 다른 두 수를 더할 때에는 통분한 후 분자끼리 계산한다.

교과서 42 쪽

즉, 앞의 수직선을 이용한 덧셈은 다음과 같이 계산한 것과 같다.

(1) $(+3)+(+1)=+(3+1)=+4$

(2) $(-3)+(-1)=-(3+1)=-4$

(3) $(+5)+(-3)=+(5-3)=+2$

(4) $(-4)+(+1)=-(4-1)=-3$

정수가 아닌 유리수의 덧셈도 정수의 덧셈과 같은 방법으로 계산한다.

❶ $\left(+\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{3}{4}\right)=-\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\right)=-\left(\frac{3}{4}-\frac{2}{4}\right)=-\frac{1}{4}$

일반적으로 유리수의 덧셈은 다음과 같이 계산한다.

> **유리수의 덧셈**
> (1) 부호가 같은 두 수의 덧셈은 두 수의 절댓값의 합에 공통인 부호를 붙인다.
> (2) 부호가 다른 두 수의 덧셈은 두 수의 절댓값의 차에 절댓값이 큰 수의 부호를 붙인다.

예제 1 다음을 계산하여라.

(1) $(+7)+(+4)$ (2) $(-6)+(-3)$

(3) $(-3.2)+(+1.8)$ (4) $\left(+\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{1}{3}\right)$

부호가 같은 두 수의 덧셈
• (양수)+(양수) =+(절댓값의 합)
• (음수)+(음수) =−(절댓값의 합)

풀이 (1) $(+7)+(+4)=+(7+4)=+11$

(2) $(-6)+(-3)=-(6+3)=-9$

(3) $(-3.2)+(+1.8)=-(3.2-1.8)=-1.4$

(4) $\left(+\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{1}{3}\right)=+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)=+\left(\frac{3}{6}-\frac{2}{6}\right)=+\frac{1}{6}$

답 (1) $+11$ (2) -9 (3) -1.4 (4) $+\frac{1}{6}$

문제 | 다음을 계산하여라.

(1) $(+3)+(+8)$ (2) $(-15)+(+6)$

(3) $(+5.1)+(-6.2)$ (4) $\left(-\frac{1}{3}\right)+\left(-\frac{1}{4}\right)$

목표| 유리수의 덧셈을 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $(+3)+(+8)=+(3+8)$
$=\mathbf{+11}$

(2) $(-15)+(+6)=-(15-6)$
$=\mathbf{-9}$

(3) $(+5.1)+(-6.2)=-(6.2-5.1)$
$=\mathbf{-1.1}$

(4) $\left(-\frac{1}{3}\right)+\left(-\frac{1}{4}\right)=-\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)$
$=-\left(\frac{4}{12}+\frac{3}{12}\right)$
$=\mathbf{-\frac{7}{12}}$

읽/기/자/료 호루스의 눈

호루스는 고대 이집트 신화에서 오시리스 신과 이시스 여신 사이에서 태어난 신으로, 그의 두 눈은 각각 태양과 달을 상징한다. 신화에 따르면 오시리스 신의 적대자인 세트가 오시리스를 살해하였고, 호루스가 자라나서 부친의 원수를 갚기 위해 세트와 전쟁을 벌인다. 호루스는 이 전쟁에서 승리하지만 세트에 의해 달의 역할을 하는 왼쪽 눈을 잃었고, 이로 인해 일식과 월식이 생겼다고 한다.

$\frac{1}{64}$, $\frac{1}{32}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$로 나뉘어져 이집트에 흩어진 호루스의 눈을 찾았는데, 이 수들의 분모를 64로 통일한 $\frac{1}{64}$, $\frac{2}{64}$, $\frac{4}{64}$, $\frac{8}{64}$, $\frac{16}{64}$, $\frac{32}{64}$를 모두 합하면 $\frac{63}{64}$이 되어 1에서 $\frac{1}{64}$이 모자란다. 하지만 지혜의 신 토트의 주문으로 $\frac{1}{64}$을 더해 호루스의 눈은 1이 되었다고 한다.

문제 2 어느 중학교에서는 1학기 동안에 19명의 학생이 전학을 갔고, 15명의 학생이 전학을 왔다. 다음 물음에 답하여라.

(1) 이 중학교의 전체 학생 수를 기준으로 전학을 가고, 온 학생의 수를 각각 +, − 부호를 사용하여 나타내어라.

(2) 학생 수는 1학기 동안에 모두 몇 명 늘었는가? 또는 몇 명 줄었는가?

정수와 유리수의 덧셈에는 어떤 계산 법칙이 있는가?

두 수의 덧셈에서

$$(+5)+(-7)=-2,\quad (-7)+(+5)=-2$$

이다. 이와 같이 두 수의 덧셈에서는 더하는 두 수의 순서를 바꾸어 더하여도 그 결과는 같다.

❶ 일반적으로 두 수 a, b에 대하여

$$a+b=b+a$$

가 성립한다. 이것을 덧셈의 **교환법칙**이라고 한다.

또 세 수의 덧셈에서

$$\{(-3)+(+9)\}+(+5)=(+6)+(+5)=+11$$
$$(-3)+\{(+9)+(+5)\}=(-3)+(+14)=+11$$

이다. 이와 같이 세 수의 덧셈에서는 어느 두 수를 먼저 더하여도 그 결과는 같다.

❷ 일반적으로 세 수 a, b, c에 대하여

$$(a+b)+c=a+(b+c)$$

가 성립한다. 이것을 덧셈의 **결합법칙**이라고 한다.

이와 같은 덧셈의 교환법칙, 결합법칙을 이용하면 유리수의 덧셈을 편리하게 할 수도 있다.

❸
$$\left(-\frac{1}{2}\right)+(+5)+\left(+\frac{1}{2}\right)$$
$$=(+5)+\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(+\frac{1}{2}\right) \quad \text{교환법칙}$$
$$=(+5)+\left\{\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(+\frac{1}{2}\right)\right\} \quad \text{결합법칙}$$
$$=(+5)+0=+5$$

- $\{(-3)+(+9)\}+(+5)$ $=(-3)+\{(+9)+(+5)\}$ $=(-3)+(+9)+(+5)$
- $(a+b)+c$ $=a+(b+c)$ $=a+b+c$
- 어떤 수에 0을 더하여도 그 값은 변함이 없다.

2

목표 | 실생활에서 유리수의 덧셈을 활용할 수 있게 한다.

풀이 | (1) 19명의 학생이 전학을 감: **−19**

15명의 학생이 전학을 옴: **+15**

(2) $(-19)+(+15)=-(19-15)=-4$

따라서 학생 수는 1학기 동안에 모두 **4명이 줄었다.**

본문 해설

❶ 교환법칙은 연산에 따라 그 의미가 다르므로 단순히 교환법칙이라고 하지 않고 덧셈이라는 것을 전제하도록 한다.

❷ 결합법칙은 교환법칙과 마찬가지로 어떤 연산에 대한 것인지 밝힘으로써 그 의미가 있다. 덧셈의 결합법칙이 성립하기 때문에 세 수의 덧셈을 생각할 수 있고, 세 수 a, b, c의 합을 괄호를 생략하여

$$a+b+c$$

와 같이 쓸 수 있다.

즉, $(a+b)+c=a+(b+c)=a+b+c$이다.

또 교환법칙과 결합법칙을 이용하면 a, c를 먼저 더한 후 b를 더한 결과의 값도 같다는 사실을 알 수 있다. 즉,

$$a+b+c=a+(b+c)$$
$$=a+(c+b) \quad \text{교환법칙}$$
$$=(a+c)+b \quad \text{결합법칙}$$

❸ 유리수의 덧셈에서 교환법칙과 결합법칙을 적절히 이용하여 계산 순서를 바꿀 때에는 절댓값이 같고 부호가 다른 두 수를 더하여 0이 됨을 이용하면 계산이 편리해진다.

한편 여러 개의 수의 덧셈에서 다음과 같이 어느 두 수를 먼저 더하여도 그 결과는 같다.

$$(+2)+(-3)+(-2)=(-1)+(-2)$$
$$=-3$$

① ②

$$(+2)+(-3)+(-2)=(+2)+(-2)+(-3)$$
$$=\{(+2)+(-2)\}+(-3)$$
$$=0+(-3)=-3$$

① ②

지/도/자/료

뺄셈이라는 연산을 독립적인 것으로 보지 않고 덧셈의 역연산으로 생각하기 때문에 뺄셈의 교환법칙은 생각하지 않는다.

즉, $a-b\neq b-a$이지만

$$a-b=a+(-b)=(-b)+a$$

와 같이 생각하여 교환법칙이 성립하기 때문이다.

3

목표| 여러 개의 수를 더할 때, 교환법칙과 결합법칙을 적절히 이용하여 계산할 수 있게 한다.

풀이| (1) $(-16)+(+9)+(-6)$

$=(-16)+\{(+9)+(-6)\}$

$=(-16)+(+3)=\mathbf{-13}$

(2) $(+2.5)+(-3)+(-1.8)$

$=(+2.5)+\{(-3)+(-1.8)\}$

$=(+2.5)+(-4.8)=\mathbf{-2.3}$

(3) $\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(+\frac{2}{3}\right)+\left(+\frac{1}{2}\right)$

$=\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(+\frac{1}{2}\right)+\left(+\frac{2}{3}\right)$

$=\left\{\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(+\frac{1}{2}\right)\right\}+\left(+\frac{2}{3}\right)$

$=0+\left(+\frac{2}{3}\right)=\mathbf{+\frac{2}{3}}$

(4) $(-7)+(+0.4)+(-5)+(+2.6)$

$=(-7)+(-5)+(+0.4)+(+2.6)$

$=\{(-7)+(-5)\}+\{(+0.4)+(+2.6)\}$

$=(-12)+(+3)=\mathbf{-9}$

교과서 44 쪽

이상을 정리하면 다음과 같다.

유리수의 덧셈의 계산 법칙

유리수 a, b, c에 대하여 다음이 성립한다.

(1) 교환법칙: $a+b=b+a$

(2) 결합법칙: $(a+b)+c=a+(b+c)$

문제 3 다음을 계산하여라.

(1) $(-16)+(+9)+(-6)$

(2) $(+2.5)+(-3)+(-1.8)$

(3) $\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(+\frac{2}{3}\right)+\left(+\frac{1}{2}\right)$

(4) $(-7)+(+0.4)+(-5)+(+2.6)$

유리수의 덧셈에서는 교환법칙과 결합법칙이 성립하므로 순서를 적당히 바꾸거나 수를 모아서 계산하면 편리하다.

창의 UP

바둑판 모양의 빈칸에 서로 다른 숫자를 써넣어서 가로, 세로, 대각선의 칸에 쓰여진 수의 합이 같아지도록 만든 것을 마방진이라고 한다. -9에서 6까지의 정수를 사용하여 오른쪽 마방진을 완성하여라.

-9			3
	-4		
4	-3	1	
-6		-5	6

의사소통

다음은 준수와 미소가 $(-734)+(-17)+(+733)$을 계산한 것이다. 두 학생이 계산한 것을 비교하여 어느 계산 방법이 편리한지 말하여 보자.

〈준수〉

$(-734)+(-17)+(+733)$

$=\{(-734)+(-17)\}+(+733)$

$=(-751)+(+733)$

$=-18$

〈미소〉

$(-734)+(-17)+(+733)$

$=(-17)+(-734)+(+733)$

$=(-17)+\{(-734)+(+733)\}$

$=(-17)+(-1)$

$=-18$

창의 UP

|출제 의도| 마방진을 완성함으로써 유리수의 덧셈과 뺄셈을 이해하게 하려는 것이다.

-9	a	b	3
c	-4	d	e
4	-3	1	f
-6	g	-5	6

풀이| $(-9)+(-4)+1+6=-6$이므로 가로, 세로, 대각선의 칸에 쓰여진 수의 합이 -6이 되도록 오른쪽의 마방진을 완성하면 다음과 같다.

-9	**2**	**-2**	3
5	-4	**0**	**-7**
4	-3	1	**-8**
-6	**-1**	-5	6

$3+d+(-3)+(-6)=-6 \Rightarrow d=0$

$b+0+1+(-5)=-6 \Rightarrow b=-2$

$(-9)+a+(-2)+3=-6 \Rightarrow a=2$

$(-9)+c+4+(-6)=-6 \Rightarrow c=5$

$4+(-3)+1+f=-6 \Rightarrow f=-8$

$3+e+(-8)+6=-6 \Rightarrow e=-7$

$(-6)+g+(-5)+6=-6 \Rightarrow g=-1$

의/사/소/통

|출제 의도| 여러 개의 수를 더할 때, 교환법칙이나 결합법칙을 적절히 이용하면 편리함을 알게 하기 위한 문제이다.

풀이| 준수는 주어진 식을 앞에서부터 차례대로 계산하였고, 미소는 덧셈의 교환법칙과 결합법칙을 이용하여 절댓값이 비슷한 두 수 -734와 $+733$의 합을 먼저 계산한 후 -17을 더하였다.
준수의 방법은 앞에서부터 차례대로 계산하므로 순서를 정할 필요는 없지만 수가 복잡해져서 계산 과정에서 틀릴 우려가 있다. 반면 미소의 방법은 풀이 과정은 길지만 계산이 쉬우므로 편리하다고 할 수 있겠다.

교과서 45 쪽

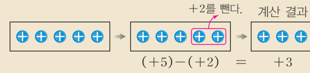
정수와 유리수의 뺄셈을 어떻게 하는가?

탐구 활동 새롬이는 다음과 같은 방법으로 두 수의 뺄셈을 하였다. 물음에 답하여 보자.

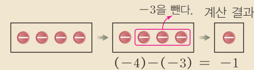
● 준비물
+, − 부호
활동지 1

- ⊕는 +1, ⊖는 −1을 나타낸다.
- ⊕ 1개와 ⊖ 1개가 짝을 이루면 0을 나타낸다.

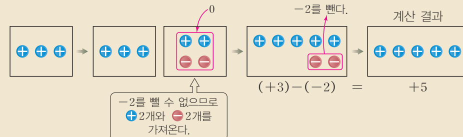
• $(+5)-(+2)$의 계산



• $(-4)-(-3)$의 계산



• $(+3)-(-2)$의 계산



1 다음 덧셈을 하여 보자.

(1) $(+5)+(-2)$ (2) $(-4)+(+3)$ (3) $(+3)+(+2)$

2 새롬이가 한 뺄셈과 **1**에서 한 덧셈의 결과를 각각 비교하여 보자.

❶ 탐구 활동에서 $(+5)-(+2)=+3$, $(+5)+(-2)=+3$이므로

$$(+5)-(+2)=(+5)+(-2)$$

마찬가지로

$$(+3)-(-2)=(+3)+(+2)$$

❷ 같이 두 수의 뺄셈은 빼는 수의 부호를 바꾸어 더하는 것과 결과가 같음을 있다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 모형을 이용하여 두 수의 뺄셈의 원리를 이해하고, 빼는 수의 부호를 바꾸어 더한 것과 그 결과가 같음을 알게 하려는 것이다.

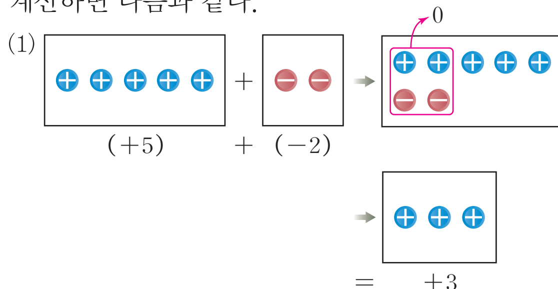
준비물 • +, − 부호

1. (1) $+3$ (2) -1 (3) $+5$

2. 새롬이가 한 뺄셈과 **1**에서 한 덧셈의 결과는 각각 **같다.**

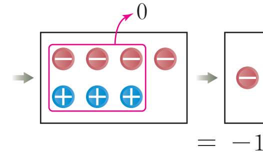
참고 | • 새롬이가 한 것과 같은 방법으로 탐구 활동 1을 계산하면 다음과 같다.

(1)



(2)

$(-4) + (+3)$



$= -1$

(3)

$(+3) + (+2) = +5$

• 빼는 모형의 개수가 부족하거나 없을 때에는 0이 되는 ⊕와 ⊖의 쌍을 부족한 개수만큼 넣어 계산할 수 있도록 한다.

본문 해설

❶ 뺄셈을 덧셈으로 바꾸어 계산하는 것은 편의를 위하여 형식적으로 바꾸는 것이다. 따라서 뺄셈은 그 원리를 이해한 후 계산이 숙달되도록 충분히 연습해야 한다.

뺄셈을 덧셈으로 바꾼다.

$(+5)-(+2)$ → $(+5)+(-2)$

빼는 수의 부호를 바꾼다.

뺄셈을 덧셈으로 바꾼다.

$(+3)-(-2)$ → $(+3)+(+2)$

빼는 수의 부호를 바꾼다.

❷ 두 수의 덧셈과 달리 뺄셈에서는 교환법칙이 성립하지 않는다.

$$(-3)-(+9)=(-3)+(-9)=-12$$
$$(+9)-(-3)=(+9)+(+3)=+12$$

따라서 $(-3)-(+9)\neq(+9)-(-3)$이다.

즉, 뺄셈인 상태에서 순서를 바꾸는 것은 잘못된 계산이며 반드시 덧셈으로 고친 후 교환법칙을 이용해야 한다.

$$(-3)-(+9)=(-3)+(-9)=(-9)+(-3)$$

교환법칙

4

목표| 두 수의 뺄셈은 빼는 수의 부호를 바꾸어 덧셈으로 고쳐서 계산할 수 있게 한다.

풀이| (1) $(+3)-(+4)=(+3)+(-4)$
$=-(4-3)$
$=\mathbf{-1}$

(2) $(-7)-(+5)=(-7)+(-5)$
$=-(7+5)$
$=\mathbf{-12}$

(3) $(-8)-(-2)=(-8)+(+2)$
$=-(8-2)$
$=\mathbf{-6}$

(4) $0-(-6)=0+(+6)$
$=\mathbf{+6}$

(5) $(-1.6)-(-2.8)=(-1.6)+(+2.8)$
$=+(2.8-1.6)$
$=\mathbf{+1.2}$

(6) $\left(+\frac{2}{5}\right)-\left(-\frac{3}{10}\right)=\left(+\frac{2}{5}\right)+\left(+\frac{3}{10}\right)$
$=+\left(\frac{2}{5}+\frac{3}{10}\right)$
$=+\left(\frac{4}{10}+\frac{3}{10}\right)$
$=\mathbf{+\frac{7}{10}}$

교과서 46 쪽

정수가 아닌 유리수의 뺄셈도 정수의 뺄셈과 같은 방법으로 계산한다.

보기 $\left(-\frac{1}{4}\right)-\left(+\frac{3}{2}\right)=\left(-\frac{1}{4}\right)+\left(-\frac{3}{2}\right)=-\left(\frac{1}{4}+\frac{3}{2}\right)=-\left(\frac{1}{4}+\frac{6}{4}\right)=-\frac{7}{4}$

일반적으로 유리수의 뺄셈은 다음과 같이 계산한다.

유리수의 뺄셈
두 수의 뺄셈은 빼는 수의 부호를 바꾸어 더한다.

예제 2 다음을 계산하여라.

(1) $(-5)-(+4)$ (2) $\left(+\frac{2}{3}\right)-\left(-\frac{1}{2}\right)$

풀이 (1) $(-5)-(+4)=(-5)+(-4)=-(5+4)=-9$
(2) $\left(+\frac{2}{3}\right)-\left(-\frac{1}{2}\right)=\left(+\frac{2}{3}\right)+\left(+\frac{1}{2}\right)=+\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{2}\right)=+\left(\frac{4}{6}+\frac{3}{6}\right)=+\frac{7}{6}$

답 (1) -9 (2) $+\frac{7}{6}$

문제 4 다음을 계산하여라.

(1) $(+3)-(+4)$ (2) $(-7)-(+5)$
(3) $(-8)-(-2)$ (4) $0-(-6)$
(5) $(-1.6)-(-2.8)$ (6) $\left(+\frac{2}{5}\right)-\left(-\frac{3}{10}\right)$


추론 다음이 옳은지 판단하고 그 이유를 설명하여 보자.

두 유리수 a, b에 대하여 $a+b$는 항상 $a-b$보다 크다.

추/론

|출제 의도| $a+b$는 $a-b$보다 항상 크다고 생각하기 쉬우나 $b\le 0$인 경우는 그렇지 않음을 알게 하려는 문제이다.

풀이| a와 b를 예를 들어 알아보면

- $a=-2$, $b=+3$인 경우
  $(-2)+(+3)>(-2)-(+3)$
- $a=-2$, $b=0$인 경우
  $(-2)+0=(-2)-0$
- $a=-2$, $b=-3$인 경우
  $(-2)+(-3)<(-2)-(-3)$

따라서 두 유리수 a, b에 대하여 $a+b$가 항상 $a-b$보다 크다고 할 수 없다.

지/도/자/료

1. 어떤 수에 0을 더하거나 빼면 그 수가 된다.
$(-3)+0=-3$, $(-3)-0=-3$

2. 0에서 어떤 수를 빼면 부호만 바뀐 수가 된다.
$0-(+3)=-3$, $0-(-3)=+3$

5

목표| 유리수의 덧셈과 뺄셈이 혼합된 계산을 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $(+3)+(-7)-(-8)$
$=(+3)+(-7)+(+8)$
$=\{(+3)+(+8)\}+(-7)$
$=(+11)+(-7)=\mathbf{+4}$

덧셈과 뺄셈이 섞여 있는 유리수의 계산은 왼쪽부터 차례로 계산하거나 또는 뺄셈을 덧셈으로 고친 후, 양수의 합과 음수의 합을 각각 구하여 계산할 수 있다.

$(+5)+(-4)-(-6)$
$=\{(+5)+(-4)\}-(-6)$
$=(+1)-(-6)$
$=(+1)+(+6)$
$=+7$

$(+5)+(-4)-(-6)$
$=(+5)+(-4)+(+6)$
$=\{(+5)+(+6)\}+(-4)$
$=(+11)+(-4)$
$=+7$

문제 5 다음을 계산하여라.

(1) $(+3)+(-7)-(-8)$　(2) $(-4)+(-2)-(+5)$

(3) $(+0.1)-(+0.2)+(-0.6)$　(4) $\left(-\frac{1}{3}\right)-\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{1}{4}\right)$

① [illegible] 없는 식의 덧셈과 뺄셈은 괄호가 있는 식으로 고쳐서 계산하면 편리하다.

예제 3 $-7+5-4+8$을 계산하여라.

오른쪽의 계산은 다음과 같이 할 수도 있다.
$-7+5-4+8$
$=-7-4+5+8$
$=-11+13$
$=+2$

풀이 $-7+5-4+8=(-7)+(+5)-(+4)+(+8)$
$=(-7)+(+5)+(-4)+(+8)$
$=\{(-7)+(-4)\}+\{(+5)+(+8)\}$
$=(-11)+(+13)=+2$

답 $+2$

문제 6 다음을 계산하여라.

(1) $4-6+7$　(2) $-6-11+13-2$

(3) $5.3-6.1+3.8$　(4) $\frac{1}{2}-\frac{5}{3}+\frac{3}{4}-\frac{1}{6}$

본문 해설

① 덧셈, 뺄셈의 기호와 양의 부호, 음의 부호는 그 모양이 같아 혼란이 있을 수 있다.
예를 들어 괄호가 없는 식 $3-5+2$는 $(+3)-(+5)+(+2)$와 같이 양의 부호를 생략한 것으로 생각할 수 있다. 이때 뺄셈은 덧셈으로 고쳐서 계산해야 하므로 이 식은 $(+3)+(-5)+(+2)$와 같이 생각할 수도 있다.
그러나 이것은 계산 과정의 차이일 뿐 계산 결과는 같다.

6

목표| 괄호가 없는 식을 괄호가 있는 식으로 고쳐서 계산할 수 있게 한다.

풀이| (1) $4-6+7=(+4)-(+6)+(+7)$
$=(+4)+(-6)+(+7)$
$=\{(+4)+(+7)\}+(-6)$
$=(+11)+(-6)=\mathbf{+5}$

(2) $(-4)+(-2)-(+5)=(-4)+(-2)+(-5)$
$=\{(-4)+(-2)\}+(-5)$
$=(-6)+(-5)=\mathbf{-11}$

(3) $(+0.1)-(+0.2)+(-0.6)$
$=(+0.1)+(-0.2)+(-0.6)$
$=(+0.1)+\{(-0.2)+(-0.6)\}$
$=(+0.1)+(-0.8)=\mathbf{-0.7}$

(4) $\left(-\frac{1}{3}\right)-\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{1}{4}\right)$
$=\left(-\frac{1}{3}\right)+\left(+\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{1}{4}\right)$
$=\left(-\frac{4}{12}\right)+\left(+\frac{6}{12}\right)+\left(-\frac{3}{12}\right)$
$=\left\{\left(-\frac{4}{12}\right)+\left(-\frac{3}{12}\right)\right\}+\left(+\frac{6}{12}\right)$
$=\left(-\frac{7}{12}\right)+\left(+\frac{6}{12}\right)=\mathbf{-\frac{1}{12}}$

(2) $-6-11+13-2=(-6)-(+11)+(+13)-(+2)$
$=(-6)+(-11)+(+13)+(-2)$
$=(-6)+\{(-11)+(+13)\}+(-2)$
$=(-6)+(+2)+(-2)$
$=(-6)+0=\mathbf{-6}$

(3) $5.3-6.1+3.8=(+5.3)-(+6.1)+(+3.8)$
$=(+5.3)+(-6.1)+(+3.8)$
$=\{(+5.3)+(+3.8)\}+(-6.1)$
$=(+9.1)+(-6.1)=\mathbf{+3}$

(4) $\frac{1}{2}-\frac{5}{3}+\frac{3}{4}-\frac{1}{6}$
$=\left(+\frac{1}{2}\right)-\left(+\frac{5}{3}\right)+\left(+\frac{3}{4}\right)-\left(+\frac{1}{6}\right)$
$=\left(+\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{5}{3}\right)+\left(+\frac{3}{4}\right)+\left(-\frac{1}{6}\right)$
$=\left\{\left(+\frac{2}{4}\right)+\left(+\frac{3}{4}\right)\right\}+\left\{\left(-\frac{10}{6}\right)+\left(-\frac{1}{6}\right)\right\}$
$=\left(+\frac{5}{4}\right)+\left(-\frac{11}{6}\right)=\left(+\frac{15}{12}\right)+\left(-\frac{22}{12}\right)=\mathbf{-\frac{7}{12}}$

2-4 정수와 유리수의 곱셈과 나눗셈

소단원 지도 목표

① 정수와 유리수의 곱셈 방법을 이해하고, 그 계산을 할 수 있게 한다.
② 곱셈의 교환법칙을 이해하게 한다.
③ 곱셈의 결합법칙을 이해하게 한다.
④ 정수와 유리수의 나눗셈 방법을 이해하고, 그 계산을 할 수 있게 한다.
⑤ 정수와 유리수의 혼합 계산을 할 수 있게 한다.
⑥ 덧셈에 대한 곱셈의 분배법칙이 성립함을 이해하게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 곱셈의 교환법칙, 결합법칙, 분배법칙은 간단한 예를 통하여 계산에 도움이 되는 정도로만 다룬다.

2. 곱셈과 나눗셈이 역연산 관계에 있음을 이용하여 수의 나눗셈에서 몫의 부호가 결정되는 원리를 이해하게 한다.

3. 나눗셈에서 0으로 나누는 것은 생각하지 않는다. 또 역수를 구할 때 부호를 바꾸지 않도록 주의시키고, 소수의 역수를 구할 때에는 소수를 분수로 고친 후에 역수를 구하도록 지도한다.

새로 나온 용어와 기호

- 곱셈의 교환법칙(交換法則, commutative law)
- 곱셈의 결합법칙(結合法則, associative law)
- 역수(逆數, inverse number)
- 분배법칙(分配法則, distributive law)

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 양수에 곱하는 수가 1씩 작아짐에 따라 계산 결과가 어떻게 변하는지 규칙을 발견하고, 곱하는 수가 음수일 경우에 적용하여 두 수의 곱셈을 이해하도록 하려는 것이다.

교과서 48 쪽

2-4 정수와 유리수의 곱셈과 나눗셈

● 정수와 유리수의 곱셈과 나눗셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.

정수와 유리수의 곱셈을 어떻게 하는가?

탐구 활동 오른쪽 계산을 보고, 물음에 답하여 보자.

1 곱하는 수가 1씩 작아지면 곱은 얼마씩 작아지는가?

2 1의 규칙을 이용하여 □ 안에 들어갈 수를 생각하여 보자.

$5\times3=15$
$5\times2=10$
$5\times1=5$
$5\times0=0$
$5\times(-1)=\square$
$5\times(-2)=\square$
$5\times(-3)=\square$



양수를 나타낼 때, 양의 부호 +는 생략할 수 있으므로

$(+5)\times(+3)=5\times3=15=+15$
$(+5)\times(+2)=5\times2=10=+10$
$(+5)\times(+1)=5\times1=5=+5$

이다. 따라서 두 양수의 곱은 두 수의 절댓값의 곱에 양의 부호를 붙인 것과 같음을 알 수 있다.

(양수)×(양수) =+(두 수의 절댓값의 곱)

또 곱하는 수가 1씩 작아짐에 따라 그 결과는 5씩 작아짐을 알 수 있다.

이와 같이 생각하면

$(+5)\times0=0$
$(+5)\times(-1)=-5$
$(+5)\times(-2)=-10$
$(+5)\times(-3)=-15$

5씩 작아진다.

이다. 따라서 양수와 음수의 곱은 각 절댓값의 곱에 음의 부호를 붙인 것과 같음을 알 수 있다.

(양수)×(음수) =−(두 수의 절댓값의 곱)

1. 곱하는 수가 1씩 작아지면 곱은 **5씩 작아진다.**

2. $5\times0=0$이고, 곱하는 수가 1씩 작아지면 곱은 5씩 작아지므로

$5\times(-1)=\boxed{-5}$
$5\times(-2)=\boxed{-10}$
$5\times(-3)=\boxed{-15}$

지/도/자/료

유리수의 곱셈을 설명할 때에는 수직선을 이용하는 것보다는 유리수의 곱셈의 규칙성을 이용하여 지도한다.

한편 $(-5)\times(+3)$, $(-5)\times(+2)$, $(-5)\times(+1)$은 각각

$$(-5)\times 3,\ (-5)\times 2,\ (-5)\times 1$$

과 같으므로

$$(-5)\times(+3)=(-5)+(-5)+(-5)=-15$$
$$(-5)\times(+2)=(-5)+(-5)=-10$$
$$(-5)\times(+1)=-5$$

(음수)×(양수) =−(두 수의 절댓값의 곱)

이다. 따라서 음수와 양수의 곱은 각 절댓값의 곱에 음의 부호를 붙인 것과 같음을 알 수 있다.

또 곱하는 수가 1씩 작아짐에 따라 그 결과는 5씩 커짐을 알 수 있다.

이와 같이 생각하면

$$(-5)\times 0=0$$
$$(-5)\times(-1)=+5$$
$$(-5)\times(-2)=+10$$
$$(-5)\times(-3)=+15$$

5씩 커진다.

(음수)×(음수) =+(두 수의 절댓값의 곱)

이다. 따라서 두 음수의 곱은 각 절댓값의 곱에 양의 부호를 붙인 것과 같음을 알 수 있다.

문제 | 다음을 계산하여라.

(1) $(+3)\times(+6)$　　(2) $(-2)\times(-8)$

(3) $(+9)\times(-3)$　　(4) $(-5)\times(+7)$

정수가 아닌 유리수의 곱셈도 정수의 곱셈과 같은 방법으로 계산한다.

일반적으로 유리수의 곱셈은 다음과 같이 계산한다.

유리수와 0의 곱은 항상 0이다.

❶ 수의 곱셈

부호가 같은 두 수의 곱은 두 수의 절댓값의 곱에 양의 부호 +를 붙인다.

(2) 부호가 다른 두 수의 곱은 두 수의 절댓값의 곱에 음의 부호 −를 붙인다.

본문 해설

❶ 유리수의 곱셈을 정리하면 다음과 같다.

(양수)×(양수)=+(두 수의 절댓값의 곱)

(음수)×(음수)=+(두 수의 절댓값의 곱)

(양수)×(음수)=−(두 수의 절댓값의 곱)

(음수)×(양수)=−(두 수의 절댓값의 곱)

이때 (음수)×(음수)=(양수)임에 유의하여 부호가 같은 두 수의 곱은 양수가 되고 부호가 다른 두 수의 곱은 음수가 됨을 이해한다.

×	+	−	0
+	+	−	0
−	−	+	0
0	0	0	0

목표 | 두 수의 곱셈에서 부호가 어떻게 결정되는지를 이해하고, 수의 절댓값을 곱하여 두 수의 곱셈을 할 수 있게 한다.

풀이 | (1) $(+3)\times(+6)=+(3\times 6)$
$=+18$

(2) $(-2)\times(-8)=+(2\times 8)$
$=+16$

(3) $(+9)\times(-3)=-(9\times 3)$
$=-27$

(4) $(-5)\times(+7)=-(5\times 7)$
$=-35$

지/도/자/료

1. 유리수의 곱셈은 부호를 먼저 생각한 후 절댓값의 곱을 계산하도록 지도한다.

2. 곱셈의 오류는 다음과 같이 거의 부호를 잘못 붙이는 데서 나타난다.

(1) 덧셈과 혼동하여 $(-)\times(-)$를 $(-)$로 쓰는 경우

(2) $(+3)\times(+4)=-12$와 같이 같은 부호의 곱셈은 부호가 바뀐다고 생각하는 경우

(3) 부호를 쓰지 않는 경우

따라서 학생들이 혼동하지 않고 계산을 익숙하게 할 수 있도록 지도한다.

2

목표| 유리수의 곱셈에서 곱의 부호가 어떻게 결정되는지를 이해하고, 이를 계산할 수 있게 한다.

풀이| (1) $(+2.5)\times(+0.6)=+(2.5\times0.6)$
$=\mathbf{+1.5}$

(2) $\left(-\frac{3}{4}\right)\times\left(-\frac{4}{9}\right)=+\left(\frac{3}{4}\times\frac{4}{9}\right)$
$=\mathbf{+\frac{1}{3}}$

(3) $\left(-\frac{5}{4}\right)\times(+4)=-\left(\frac{5}{4}\times4\right)$
$=\mathbf{-5}$

(4) $4.5\times(-8)=-(4.5\times8)$
$=\mathbf{-36}$

참고| 식의 처음 수가 양수이거나 답이 양수일 때는 양의 부호 +를 생략할 수 있다.

교과서 50 쪽

예 제 1 다음을 계산하여라.

(1) $\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(-\frac{3}{5}\right)$ (2) $(+1.2)\times(-0.5)$

● 풀이 (1) $\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(-\frac{3}{5}\right)=+\left(\frac{2}{3}\times\frac{3}{5}\right)=+\frac{2}{5}$

(2) $(+1.2)\times(-0.5)=-(1.2\times0.5)=-0.6$

답 ● (1) $+\frac{2}{5}$ (2) -0.6

문제 2 다음을 계산하여라.

(4) $4.5\times(-8)$을 4.5×-8이라고 쓰지 않는다.

(1) $(+2.5)\times(+0.6)$ (2) $\left(-\frac{3}{4}\right)\times\left(-\frac{4}{9}\right)$

(3) $\left(-\frac{5}{4}\right)\times(+4)$ (4) $4.5\times(-8)$

의사소통 -3과 $(-1)\times3$은 같은 수인지 말하여 보자.

정수와 유리수의 곱셈에는 어떤 계산 법칙이 있는가?

두 수의 곱셈에서

$(+5)\times(-2)=-10,\ (-2)\times(+5)=-10$

이다. 이와 같이 두 수의 곱셈에서는 곱하는 두 수의 순서를 바꾸어 곱하여도 그 결과는 같다.

반적으로 두 수 a, b에 대하여



$a\times b=b\times a$

립한다. 이것을 곱셈의 **교환법칙**이라고 한다.

의/사/소/통

|출제 의도| 양수와 -1의 곱은 양수의 절댓값에 $-$ 부호를 붙인 것과 같음을 알게 하려는 것이다.

풀이| $(-1)\times3=-(1\times3)=-3$이므로 -3과 $(-1)\times3$은 같은 수이다.

본문 해설

❶ 두 수의 곱셈에서는 덧셈에서와 같이 교환법칙이 성립한다. 즉, 덧셈에서와 마찬가지로 곱하는 두 수의 순서를 바꾸어도 그 결과는 같다.

예 $(-3)\times(+2)=-6$
$(+2)\times(-3)=-6$
⇨ $(-3)\times(+2)=(+2)\times(-3)$

읽/기/자/료 ×의 역사

×는 영국의 수학자 오트레드(Oughtred, W.: 1574~1660)가 1631년에 발행한 "수학의 열쇠(Clavis Mathematicae)"에서 처음으로 사용되었다.

이 기호는 미지수를 나타내는 문자 x와 비슷하여 잘 사용되지 않다가 19세기 후반에 이르러서야 널리 사용되었다.

교과서 51 쪽

또 세 수의 곱셈에서

$$\{(-3)\times(+4)\}\times(-5)=(-12)\times(-5)=+60$$

$$(-3)\times\{(+4)\times(-5)\}=(-3)\times(-20)=+60$$

이다.

이와 같이 세 수의 곱셈에서는 어느 두 수를 먼저 곱하여도 그 결과는 같다.

$(a\times b)\times c$
$=a\times(b\times c)$
$=a\times b\times c$

❶ 일반적으로 세 수 a, b, c에 대하여

$$(a\times b)\times c=a\times(b\times c)$$

가 성립한다. 이것을 곱셈의 **결합법칙**이라고 한다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

유리수의 곱셈의 계산 법칙

유리수 a, b, c에 대하여 다음이 성립한다.

(1) 교환법칙: $a\times b=b\times a$

(2) 결합법칙: $(a\times b)\times c=a\times(b\times c)$

이와 같은 곱셈의 교환법칙, 결합법칙을 이용하면 유리수의 곱셈을 편리하게 할 수도 있다.

보기 $(+4)\times(-5)\times\left(+\frac{3}{2}\right)$

$=(-5)\times(+4)\times\left(+\frac{3}{2}\right)$ ← 교환법칙

$=(-5)\times\left\{(+4)\times\left(+\frac{3}{2}\right)\right\}$ ← 결합법칙

$=(-5)\times(+6)$

$=-(5\times6)$

$=-30$

문제 3 다음을 계산하여라.

(1) $(+4)\times(+11)\times(-25)$ (2) $(+0.5)\times(-3)\times(-1.2)$

본문 해설

❶ 두 수의 곱셈에서는 덧셈에서와 같이 결합법칙이 성립한다. 즉, 덧셈에서와 마찬가지로 계산하는 순서를 바꾸어도 그 결과는 같다.

예 $\{(-2)\times(-3)\}\times(+4)=(+6)\times(+4)=+24$

$(-2)\times\{(-3)\times(+4)\}=(-2)\times(-12)=+24$

⇨ $\{(-2)\times(-3)\}\times(+4)$

$=(-2)\times\{(-3)\times(+4)\}$

참고 | 덧셈의 교환법칙, 덧셈의 결합법칙과는 그 의미가 다르므로 곱셈의 교환법칙, 곱셈의 결합법칙이라고 한다.

3

목표 | 곱셈의 교환법칙과 결합법칙을 이용하여 세 유리수의 곱셈을 할 수 있게 한다.

풀이 | (1) $(+4)\times(+11)\times(-25)$

$=(+11)\times(+4)\times(-25)$ ← 교환법칙

$=(+11)\times\{(+4)\times(-25)\}$ ← 결합법칙

$=(+11)\times(-100)$

$=\mathbf{-1100}$

(2) $(+0.5)\times(-3)\times(-1.2)$

$=(-3)\times(+0.5)\times(-1.2)$ ← 교환법칙

$=(-3)\times\{(+0.5)\times(-1.2)\}$ ← 결합법칙

$=(-3)\times(-0.6)$

$=\mathbf{+1.8}$

지/도/자/료

교환법칙과 결합법칙은 이미 덧셈에 대한 교환법칙과 결합법칙을 다루었으므로 그 원리를 강조하기보다는 곱셈의 교환법칙과 결합법칙을 이용하여 계산이 편리해지는 예를 들어 계산 법칙의 편리성과 필요성을 알게 한다.

읽/기/자/료 수의 디자인

수를 여러 가지 방법으로 더하고 곱하여 아름답고 규칙적인 수의 피라미드를 만들 수 있다.

$1\times1=1$

$11\times11=121$

$111\times111=12321$

$1111\times1111=1234321$

$11111\times11111=123454321$

$111111\times111111=12345654321$

$1111111\times1111111=1234567654321$

$11111111\times11111111=123456787654321$

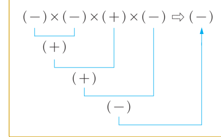
$111111111\times111111111=12345678987654321$

본문 해설

❶ 여러 개의 수를 곱할 때에는 먼저 곱의 부호를 정하고, 각 수들의 절댓값을 곱하도록 한다. 이때 곱의 부호는 곱해지는 음수의 개수가 짝수이면 $+$, 홀수이면 $-$이다.

교과서 52 쪽

❶ 상의 수의 곱셈에서는 먼저 곱의 부 정하고, 각 수들의 절댓값의 곱에 그 부호를 붙여서 계산하면 편리하다. 곱의 부호는 음수의 개수가 짝수이면 $+$, 홀수이면 $-$이다.



보기 $-9\times(-2.4)\times\left(-\frac{2}{3}\right)=-\left(9\times2.4\times\frac{2}{3}\right)=-\left(9\times\frac{2}{3}\times2.4\right)$
$=-(6\times2.4)=-14.4$

문제 4 다음을 계산하여라.

(1) $(-5)\times(-4)\times(-3)\times(-1)$ (2) $(+16)\times\left(-\frac{1}{3}\right)\times\left(-\frac{3}{8}\right)\times(-2)$

자연수에서와 마찬가지로 유리수에서도 같은 수의 곱은 거듭제곱으로 나타낼 수 있으며 거듭제곱이 있는 식은 거듭제곱을 먼저 계산한다.

보기 (1) $\left(-\frac{1}{2}\right)^2=\left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(-\frac{1}{2}\right)=+\left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\right)=+\frac{1}{4}$
(2) $-2^4=-(2\times2\times2\times2)=-16$

문제 5 다음을 계산하여라.

(1) $(-3)^2\times(-2)$ (2) $-3\times\left(+\frac{2}{3}\right)^2$
(3) $-2^3\times(-10)^3$ (4) $-4^2\times(+7)^2$

정수와 유리수의 나눗셈을 어떻게 하는가?

탐구 활동

오른쪽 그림과 같이 가로의 길이가 4 cm이고, 넓이가 12 cm^2인 직사각형 모양의 사진에 대하여 다음 물음에 답하여 보자.



1 사진의 세로의 길이를 구하여 보자.

$12\div4=\square\,(\text{cm})$

2 1에서 구한 식을 곱셈식으로 고쳐 보자.

4

목표| 여러 개의 수를 곱할 때에는 먼저 곱의 부호를 정한 후, 각 수들의 절댓값의 곱에 그 부호를 붙여 계산할 수 있게 한다.

풀이| (1) $(-5)\times(-4)\times(-3)\times(-1)$
$=+(5\times4\times3\times1)$
$=\mathbf{+60}$

(2) $(+16)\times\left(-\frac{1}{3}\right)\times\left(-\frac{3}{8}\right)\times(-2)$
$=-\left(16\times\frac{1}{3}\times\frac{3}{8}\times2\right)$
$=\mathbf{-4}$

5

목표| 거듭제곱이 포함된 곱셈을 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $(-3)^2\times(-2)=(+9)\times(-2)$
$=-(9\times2)=\mathbf{-18}$

(2) $-3\times\left(+\frac{2}{3}\right)^2=(-3)\times\left(+\frac{4}{9}\right)$
$=-\left(3\times\frac{4}{9}\right)=\mathbf{-\frac{4}{3}}$

(3) $-2^3\times(-10)^3=(-8)\times(-1000)$
$=+(8\times1000)=\mathbf{+8000}$

(4) $-4^2\times(+7)^2=(-16)\times(+49)$
$=-(16\times49)=\mathbf{-784}$

주의| -4^2을 $(-4)^2$으로 계산하지 않도록 한다.

지/도/자/료 $(-a)^2$과 $-a^2$의 차이

$(-a)^2=(-a)\times(-a)=+(a\times a)=+a^2$
$-a^2=-(a\times a)=-a^2$
⇨ $(-a)^2\neq-a^2$

예 $(-2)^2=(-2)\times(-2)=+4$
$-2^2=-(2\times2)=-4$
⇨ $(-2)^2\neq-2^2$

참고| $(-2)^2$은 -2를 두 번 곱한 것이고, -2^2은 2를 두 번 곱한 후 $-$ 부호를 붙인 것이다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 자연수의 나눗셈은 곱셈의 역연산임을 이용하여 두 수의 나눗셈 방법을 알게 하려는 것이다.

1. $12\div4=\boxed{3}\,(\text{cm})$

2. $\mathbf{3\times4=12}$

교과서 53 쪽

자연수의 나눗셈 $12\div4$는 $4\times\square=12$에서 $\square$에 들어갈 수를 구하는 것과 같음을 초등학교에서 배웠다.

이를 이용하면 다음을 알 수 있다.

$$(+4)\times(+3)=+12 \Rightarrow (+12)\div(+3)=+4$$
$$(+4)\times(-3)=-12 \Rightarrow (-12)\div(-3)=+4$$
$$(-4)\times(+3)=-12 \Rightarrow (-12)\div(+3)=-4$$
$$(-4)\times(-3)=+12 \Rightarrow (+12)\div(-3)=-4$$

❶ [illegible]에서 두 수의 나눗셈의 몫은 두 수의 절댓값의 나눗셈의 몫에 곱셈의 경우 [illegible]은 부호를 붙인 것임을 알 수 있다.

정수가 아닌 유리수의 나눗셈도 정수의 나눗셈과 같은 방법으로 계산한다.

일반적으로 유리수의 나눗셈은 다음과 같이 계산한다.

유리수의 나눗셈

(1) 부호가 같은 두 수의 나눗셈의 몫은 두 수의 절댓값의 나눗셈의 몫에 양의 부호 +를 붙인다.

(2) 부호가 다른 두 수의 나눗셈의 몫은 두 수의 절댓값의 나눗셈의 몫에 음의 부호 −를 붙인다.

$0\times(+3)=0$
$\Rightarrow 0\div(+3)=0$
$0\times(-3)=0$
$\Rightarrow 0\div(-3)=0$
이므로 0을 양수 또는 음수로 나눈 몫은 항상 0이다.

참고 나눗셈에서 0으로 나누는 것은 생각하지 않는다.

예제 2

다음을 계산하여라.

(1) $(+6)\div(+2)$　　(2) $(-20)\div(-5)$

(3) $(-2.8)\div(+4)$　　(4) $(+4.2)\div(-7)$

풀이 (1) $(+6)\div(+2)=+(6\div2)=+3$
(2) $(-20)\div(-5)=+(20\div5)=+4$
(3) $(-2.8)\div(+4)=-(2.8\div4)=-0.7$
(4) $(+4.2)\div(-7)=-(4.2\div7)=-0.6$

답 (1) $+3$　(2) $+4$　(3) -0.7　(4) -0.6

지/도/자/료

1. 부호가 다른 두 수의 나눗셈의 몫을 구할 때, 두 수의 절댓값의 나눗셈의 몫에 음의 부호 −를 붙이는 것은 나누어떨어지는 경우에만 해당한다. 나머지가 생기는 경우는 다음과 같이 계산해야 한다. 예를 들어 $-15=(-4)\times4+1$에서 $(-15)\div4$는 몫이 -4이고 나머지가 1이다.

2. $a\div0$에서

(1) $a\neq0$이면
$a\div0=\square$는 $\square\times0=a\neq0$이므로 이와 같은 $\square$의 값은 없다. 따라서 $a\div0$과 같은 계산을 할 수 없다.

(2) $a=0$이면
$a\div0=\square$는 $\square\times0=a=0$이므로 어떤 수 $\square$에 대해서도 성립한다. 따라서 $0\div0$의 값은 하나로 결정할 수 없다.

(1)의 경우를 불능, (2)의 경우를 부정이라고 하는데 중학교에서는 이와 같은 용어를 사용하지 않는다.

본문 해설

❶ 나눗셈의 몫의 부호는 곱셈에서와 같이 부호가 같은 두 수의 나눗셈의 몫의 부호는 +이고, 부호가 다른 두 수의 나눗셈의 몫의 부호는 −이다.

$$(+)\div(+) \Rightarrow (+)$$
$$(-)\div(-) \Rightarrow (+)$$
$$(-)\div(+) \Rightarrow (-)$$
$$(+)\div(-) \Rightarrow (-)$$

참고| 다음 예와 같이 나눗셈에서는 교환법칙과 결합법칙이 성립하지 않는다.

예 • $(+6)\div(-3)\neq(-3)\div(+6)$
• $\{(-24)\div(+4)\}\div(-2)$
$\neq(-24)\div\{(+4)\div(-2)\}$

읽/기/자/료　÷의 역사

÷는 스위스의 수학자 란(Rahn, J. H.: 1622~1676)이 1659년에 발행한 대수학 책 "Teutsche Algebra"에서 첫선을 보였다.

÷는 비를 나타내는 ':'로부터 만들어졌다는 추측과 가로 막대 '−'의 아래위의 각 점 '·'이 수를 나타낸다는 추측이 있다.

이를테면 $35\div23$을 $\frac{35}{23}$로 쓸 수 있는 것과 같이 나눗셈은 모두 분수의 꼴로 나타낼 수 있는데, 기호 ÷는 바로 이 분수 모양을 추상화한 것으로 볼 수 있다는 것이다.

한편 유럽 대륙과 스칸디나비아 반도에서는 오랫동안 기호 ÷가 빼기를 나타내는 기호로 사용되었는데, 스칸디나비아 반도의 몇몇 국가에서는 20세기까지 빼기의 뜻으로 사용하였다고 한다.

6

목표| 두 수의 나눗셈은 먼저 몫의 부호를 정하고 각 절댓값을 나누어 계산할 수 있게 한다.

풀이| (1) $(+8)\div(+4)=+(8\div4)=\mathbf{+2}$

(2) $(-9)\div(-3)=+(9\div3)=\mathbf{+3}$

(3) $(-1.2)\div(+2)=-(1.2\div2)=\mathbf{-0.6}$

(4) $(+8.4)\div(-6)=-(8.4\div6)=\mathbf{-1.4}$

교과서 54 쪽

문제 6 다음을 계산하여라.

(1) $(+8)\div(+4)$　　(2) $(-9)\div(-3)$

(3) $(-1.2)\div(+2)$　　(4) $(+8.4)\div(-6)$

❶ 두 수 $\frac{2}{5}$와 $\frac{5}{2}$를 곱하면 1이 된다. 이와 같이 어떤 두 수의 곱이 1이 될 때, 한 수를 다른 수의 **역수**라고 한다.

즉, $\frac{2}{5}$의 역수는 $\frac{5}{2}$이고, $\frac{5}{2}$의 역수는 $\frac{2}{5}$이다.

보기 $(-2)\times\left(-\frac{1}{2}\right)=1$이므로 -2의 역수는 $-\frac{1}{2}$이고, $-\frac{1}{2}$의 역수는 -2이다.

문제 7 다음 수의 역수를 구하여라.

소수의 역수는 소수를 분수로 고친 후 구한다.

(1) -4　　(2) $\frac{2}{7}$　　(3) $-\frac{3}{4}$　　(4) $+1.5$

나눗셈은 다음과 같이 곱셈으로 바꾸어 계산할 수 있다는 것을 초등학교에서 배웠다.

$$5\div\frac{2}{3}=5\times\frac{3}{2}=\frac{15}{2}$$

이때 $\frac{2}{3}$로 나누는 것은 이것의 역수 $\frac{3}{2}$을 곱하는 것과 같다.

유리수의 나눗셈도 이와 같은 방법으로 계산할 수 있다. 예를 들어 $-\frac{2}{3}$로 나누는 것은 이것의 역수 $-\frac{3}{2}$을 곱하는 것과 같다.

$$(-4)\div\left(-\frac{2}{3}\right)=(-4)\times\left(-\frac{3}{2}\right)=+\left(4\times\frac{3}{2}\right)=+6$$

0에 어떤 수를 곱하여도 1이 될 수 없으므로 0의 역수는 없다.

따라서 유리수의 나눗셈에서 0이 아닌 어떤 수로 나누는 것은 그 수의 역수를 곱하는 것과 같다.

본문 해설

❶ (1) 두 수 a, b에 대하여 $a\times b=1$이면 a는 b의 역수이고, b는 a의 역수이다.

(2) 0이 아닌 유리수에서 분모와 분자를 서로 바꾸어 놓은 수가 그 유리수의 역수이다.

(3) 0의 역수는 없다.

7

목표| 역수의 뜻을 알고, 유리수의 역수를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) $(-4)\times\left(-\frac{1}{4}\right)=1$이므로 -4의 역수는 $\mathbf{-\frac{1}{4}}$이다.

(2) $\frac{2}{7}\times\frac{7}{2}=1$이므로 $\frac{2}{7}$의 역수는 $\mathbf{\frac{7}{2}}$이다.

(3) $\left(-\frac{3}{4}\right)\times\left(-\frac{4}{3}\right)=1$이므로 $-\frac{3}{4}$의 역수는 $\mathbf{-\frac{4}{3}}$이다.

(4) $+1.5=+\frac{3}{2}$이고 $\left(+\frac{3}{2}\right)\times\left(+\frac{2}{3}\right)=1$이므로 $+1.5$의 역수는 $\mathbf{+\frac{2}{3}}$이다.

지/도/자/료　0을 제외한 유리수의 역수

(1) 분모와 분자를 서로 바꾼다.

$\frac{2}{3}$의 역수 ⇨ $\frac{3}{2}$

(2) 정수는 분모가 1인 분수로 생각하여 역수를 구한다.

$-2\left(=-\frac{2}{1}\right)$의 역수 ⇨ $-\frac{1}{2}$

(3) 대분수는 가분수로 고쳐서 역수를 구한다.

$2\frac{1}{3}\left(=\frac{7}{3}\right)$의 역수 ⇨ $\frac{3}{7}$

(4) 소수는 분수로 고쳐서 역수를 구한다.

$-2.5\left(=-\frac{5}{2}\right)$의 역수 ⇨ $-\frac{2}{5}$

교과서 55 쪽

예 제 3 다음을 계산하여라.

(1) $\left(-\frac{3}{2}\right)\div(-3)$ (2) $\left(+\frac{1}{2}\right)\div\left(-\frac{2}{3}\right)$

풀이 (1) $\left(-\frac{3}{2}\right)\div(-3)=\left(-\frac{3}{2}\right)\times\left(-\frac{1}{3}\right)=+\left(\frac{3}{2}\times\frac{1}{3}\right)=+\frac{1}{2}$

(2) $\left(+\frac{1}{2}\right)\div\left(-\frac{2}{3}\right)=\left(+\frac{1}{2}\right)\times\left(-\frac{3}{2}\right)=-\left(\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\right)=-\frac{3}{4}$

답 (1) $+\frac{1}{2}$ (2) $-\frac{3}{4}$

문제 8 다음을 계산하여라.

(1) $(-8)\div\left(-\frac{4}{5}\right)$ (2) $\left(+\frac{3}{4}\right)\div(-2)$

(3) $\left(-\frac{2}{3}\right)\div\frac{3}{5}$ (4) $\left(+\frac{5}{4}\right)\div\left(-\frac{3}{8}\right)$

곱셈과 나눗셈이 섞여 있는 유리수의 계산은 나눗셈을 곱셈으로 바꾸어 계산하면 편리하다.

보기 $(+4)\div(+6)\times(-3)=(+4)\times\left(+\frac{1}{6}\right)\times(-3)=-\left(4\times\frac{1}{6}\times3\right)=-2$

문제 9 다음을 계산하여라.

(1) $\left(-\frac{6}{7}\right)\times\frac{3}{4}\div\frac{9}{14}$ (2) $\left(-\frac{5}{2}\right)\div\left(-\frac{1}{4}\right)\times\left(-\frac{8}{3}\right)$

창의 UP 어떤 두 수의 나눗셈의 결과가 다음과 같을 때, 두 수의 부호를 각각 말하여라.

(1) 양수인 경우 (2) 음수인 경우

8

목표| 나누는 수의 역수를 곱하여 유리수의 나눗셈을 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $(-8)\div\left(-\frac{4}{5}\right)=(-8)\times\left(-\frac{5}{4}\right)$

$=+\left(8\times\frac{5}{4}\right)=\mathbf{+10}$

(2) $\left(+\frac{3}{4}\right)\div(-2)=\left(+\frac{3}{4}\right)\times\left(-\frac{1}{2}\right)$

$=-\left(\frac{3}{4}\times\frac{1}{2}\right)=\mathbf{-\frac{3}{8}}$

(3) $\left(-\frac{2}{3}\right)\div\frac{3}{5}=\left(-\frac{2}{3}\right)\times\frac{5}{3}$

$=-\left(\frac{2}{3}\times\frac{5}{3}\right)=\mathbf{-\frac{10}{9}}$

(4) $\left(+\frac{5}{4}\right)\div\left(-\frac{3}{8}\right)=\left(+\frac{5}{4}\right)\times\left(-\frac{8}{3}\right)$

$=-\left(\frac{5}{4}\times\frac{8}{3}\right)=\mathbf{-\frac{10}{3}}$

9

목표| 곱셈과 나눗셈이 섞여 있는 식을 계산할 수 있게 한다.

풀이| (1) $\left(-\frac{6}{7}\right)\times\frac{3}{4}\div\frac{9}{14}$

$=\left(-\frac{6}{7}\right)\times\frac{3}{4}\times\frac{14}{9}$

$=-\left(\frac{6}{7}\times\frac{3}{4}\times\frac{14}{9}\right)$

$=\mathbf{-1}$

(2) $\left(-\frac{5}{2}\right)\div\left(-\frac{1}{4}\right)\times\left(-\frac{8}{3}\right)$

$=\left(-\frac{5}{2}\right)\times(-4)\times\left(-\frac{8}{3}\right)$

$=-\left(\frac{5}{2}\times4\times\frac{8}{3}\right)$

$=\mathbf{-\frac{80}{3}}$

창의 UP

|출제 의도| 나눗셈의 몫의 부호를 결정짓는 두 수의 부호에 대해 알게 하려는 것이다.

풀이| (1) 두 수 모두 양수이거나 음수이다.

(2) 하나의 수는 양수, 다른 수는 음수이다.

참고| 두 수의 나눗셈의 결과가 양수인 경우에 두 수의 부호는 같고, 두 수의 나눗셈의 결과가 음수인 경우에 두 수의 부호는 다르다.

지/도/자/료

역수는 분모와 분자의 위치를 바꾼 수이므로 분모와 분자가 같을 경우에는 자기 자신을 역수로 가진다.

즉, $1\times1=1$, $(-1)\times(-1)=1$이므로 1과 -1은 자기 자신을 역수로 가진다.

한편 $0\times\square=1$에서 $\square$ 안에 들어갈 유리수가 없으므로 0의 역수는 없다. 따라서 모든 유리수가 역수를 가지는 것은 아니다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈이 섞여 있는 식의 계산에서는 계산 순서에 따라 결과가 달라질 수 있음을 이해하도록 하기 위한 것이다.

1. 여학생은 사칙계산의 순서를 생각하지 않고 앞에서부터 계산하여 틀리게 답하였고, 남학생은 곱셈, 나눗셈을 덧셈, 뺄셈보다 먼저 계산하여 바르게 답하였다.

본문 해설

❶ 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈이 혼합되어 있는 식에서 계산 순서를 일반화시키는 데는 다소 무리가 있으나 다음과 같은 순서를 알아두도록 한다.

거듭제곱



괄호 ( ) → { } → [ ]



곱셈, 나눗셈



덧셈, 뺄셈

교과서 56 쪽

덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈이 섞여 있는 정수와 유리수의 계산을 어떻게 하는가?

탐구 활동 다음 그림을 보고 물음에 답하여 보자.



1 두 사람의 계산 결과가 다르게 나온 이유를 말하여 보자.

❶ 뺄셈, 곱셈, 나눗셈이 섞여 있는 유리수의 계산은 초등학교에서 배운 자연 계산과 마찬가지로 곱셈과 나눗셈을 먼저 하고, 덧셈과 뺄셈을 나중에 한다.

또 괄호가 있는 식은 괄호 안부터 먼저 계산한다. 이때 괄호는 소괄호 ( ), 중괄호 { }, 대괄호 [ ]의 순서로 계산한다.

예제 4 $2-\left[\left\{(-3)^2-9\div\frac{3}{2}\right\}+1\right]$을 계산하여라.

거듭제곱이 있는 식은 거듭제곱을 먼저 계산한다.

풀이 $2-\left[\left\{(-3)^2-9\div\frac{3}{2}\right\}+1\right]=2-\left[\left\{(+9)-9\times\frac{2}{3}\right\}+1\right]=2-[\{(+9)-6\}+1]$

$=2-\{(+3)+1\}=2-(+4)=-2$

답 ● -2

문제 10 다음을 계산하여라.

(1) $(-18)\div(-2)+6\times(-1)$　　(2) $5-2\times\left\{(-2)^4+4\div\left(-\frac{2}{5}\right)\right\}$



다음 계산에서 잘못된 부분을 모두 찾아 그 이유를 설명하고, 올바른 답을 구하여 보자.

$-0.5^2\times4-4+2\times\left(-\frac{1}{2}\right)=0.25\times4-6\times\left(-\frac{1}{2}\right)=1-3=-2$

10

목표| 괄호와 사칙계산이 혼합되어 있는 식을 계산할 수 있게 한다.

풀이| (1) $(-18)\div(-2)+6\times(-1)$

$=(-18)\times\left(-\frac{1}{2}\right)+(-6)$

$=(+9)+(-6)=\mathbf{+3}$

(2) $5-2\times\left\{(-2)^4+4\div\left(-\frac{2}{5}\right)\right\}$

$=5-2\times\left\{(+16)+4\times\left(-\frac{5}{2}\right)\right\}$

$=5-2\times\{(+16)+(-10)\}$

$=5-2\times(+6)$

$=5-(+12)=\mathbf{-7}$

문/제/해/결

|출제 의도| 유리수의 혼합 계산에서 계산 순서에 유의하여 계산해야 함을 알게 하기 위한 문제이다.

풀이| $\underbrace{-0.5^2}_{①}\times4-\underbrace{4+2}_{②}\times\left(-\frac{1}{2}\right)=0.25\times4\underbrace{-6\times\left(-\frac{1}{2}\right)}_{③}$

① $-0.5^2=-0.25$인데 $-0.5^2=0.25$로 잘못 계산하였다.

② $2\times\left(-\frac{1}{2}\right)$을 먼저 계산한 다음 덧셈을 해야 하는데 $4+2$를 먼저 계산한 다음 곱셈을 하였다.

③ $-(+6)\times\left(-\frac{1}{2}\right)$이 아닌 $-(-6)\times\left(-\frac{1}{2}\right)$로 계산하였다.

따라서 바르게 풀면 다음과 같다.

$-0.5^2\times4-4+2\times\left(-\frac{1}{2}\right)=-0.25\times4-4+(-1)$

$=(-1)-(+4)+(-1)$

$=(-1)+(-4)+(-1)$

$=-6$

분배법칙이란 무엇인가?

탐구 활동 다음 그림을 보고 물음에 답하여 보자.



1 경서가 음식값을 계산한 식이 다음과 같을 때, 어떤 방법으로 식을 세운 것인지 설명하고, 음식값을 구하여 보자.

$$3300\times2+3700\times2$$

2 은서가 음식값을 계산한 식이 다음과 같을 때, 어떤 방법으로 식을 세운 것인지 설명하고, 음식값을 구하여 보자.

$$(3300+3700)\times2$$

3 두 식을 계산한 결과는 같은가?

세 수의 계산에서

$$(+4)\times\{(+3)+(-5)\}=(+4)\times(-2)=-8$$
$$(+4)\times(+3)+(+4)\times(-5)=(+12)+(-20)=-8$$

이므로

$$(+4)\times\{(+3)+(-5)\}=(+4)\times(+3)+(+4)\times(-5)$$

이다.

$a\times(b+c)=\underset{❶}{a\times b}+\underset{❷}{a\times c}$

$(a+b)\times c=\underset{❶}{a\times c}+\underset{❷}{b\times c}$

일반적으로 세 수 a, b, c에 대하여

$$a\times(b+c)=a\times b+a\times c$$
$$(a+b)\times c=a\times c+b\times c$$

가 성립한다. 이것을 **분배법칙**이라고 한다.

지/도/자/료

1. 분배법칙에 의하여 $a\times(b+c)$를 계산하는 대신에 $a\times b+a\times c$를 계산하는 것이 편리할 때가 있고, 반대로 $a\times b+a\times c$ 대신에 $a\times(b+c)$를 계산하는 것이 편리할 때가 있음을 알게 한다.

(1) $12\times\left\{\left(-\frac{1}{3}\right)+\left(-\frac{1}{2}\right)\right\}$

$=12\times\left(-\frac{1}{3}\right)+12\times\left(-\frac{1}{2}\right)$

$=(-4)+(-6)$

$=-10$

(2) $\frac{1}{7}\times(+10)+\frac{1}{7}\times(-24)$

$=\frac{1}{7}\times\{(+10)+(-24)\}$

$=\frac{1}{7}\times(-14)$

$=-2$

2. 분배법칙을 다음과 같이 잘못 계산하지 않도록 한다.

●+(▲×■)=●+▲×●+■

괄호 안의 연산은 덧셈 또는 뺄셈이고 괄호 밖의 연산은 곱셈 또는 나눗셈일 때 분배법칙이 성립함을 알게 한다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 덧셈에 대한 곱셈의 분배법칙이 성립함을 알게 하려는 것이다.

1. 떡볶이 2인분의 값과 순대 2인분의 값을 각각 구한 후 둘을 합하여 음식값을 구하였다.

$3300\times2+3700\times2=6600+7400$

$=\mathbf{14000}$**(원)**

2. 떡볶이 1인분의 값과 순대 1인분의 값을 더한 후 2배하여 음식값을 구하였다.

$(3300+3700)\times2=7000\times2$

$=\mathbf{14000}$**(원)**

3. 두 식을 계산한 결과는 모두 14000원으로 **같다.**

읽/기/자/료 분수의 역사

바빌로니아에서는 한 단위를 60등분하여, 그것을 또다시 60등분한 형태의 분수를 사용했고, 이집트에서는 분자가 1인 분수만 사용했다. 그 후 그리스에서는 분모를 위에 쓰고 분자를 아래에 쓰다가 나중에야 현재와 비슷한 분수의 형태를 갖추었다. 인도에 이 방법이 전해진 후 8세기에 인도의 일부를 점령한 아랍 인들에게 분수를 적는 방법이 알려졌다. 아랍 인들은 300여 년 동안 유럽과 아프리카 등 당시 이슬람 제국이 점령했던 영역에 이 방법을 전파했다. 유럽에서는 15세기경에 분수에 관한 책들이 발행되어 일상생활에서 분수를 쓸 수 있게 되었다. 이때부터 우리가 현재 사용하는 분수의 기호가 정착되었으며, 여러 가지 다른 수학적 학문이 발달할 수 있게 되었다.

11

목표| 분배법칙을 이용하여 유리수의 사칙계산을 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $5\times\{(-20)+(+2)\}$

$=5\times(-20)+5\times(+2)$

$=(-100)+(+10)$

$=\mathbf{-90}$

(2) $3\times62+3\times(-52)$

$=3\times\{62+(-52)\}$

$=3\times(+10)$

$=\mathbf{+30}$

(3) $(-20)\times\left(\frac{1}{4}-\frac{3}{5}\right)$

$=(-20)\times\frac{1}{4}-(-20)\times\frac{3}{5}$

$=(-5)-(-12)$

$=(-5)+(+12)$

$=\mathbf{+7}$

(4) $(-1.75)\times123+(-1.75)\times(-23)$

$=(-1.75)\times\{123+(-23)\}$

$=(-1.75)\times100$

$=\mathbf{-175}$

교과서 58 쪽

이상을 정리하면 다음과 같다.

> **유리수의 분배법칙**
> 유리수 a, b, c에 대하여 다음이 성립한다.
> $a\times(b+c)=a\times b+a\times c$, $(a+b)\times c=a\times c+b\times c$

예 제 5 분배법칙을 이용하여 다음을 계산하여라.

(1) $(-4)\times\{50+(-1)\}$ (2) $(-12)\times\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{4}\right)$

● 풀이 (1) $(-4)\times\{50+(-1)\}=(-4)\times50+(-4)\times(-1)$

$=(-200)+(+4)=-196$

(2) $(-12)\times\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{4}\right)=(-12)\times\frac{1}{6}+(-12)\times\frac{1}{4}$

$=(-2)+(-3)=-5$

답 ● (1) -196 (2) -5

문제 11 분배법칙을 이용하여 다음을 계산하여라.

(1) $5\times\{(-20)+(+2)\}$ (2) $3\times62+3\times(-52)$

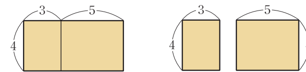
(3) $(-20)\times\left(\frac{1}{4}-\frac{3}{5}\right)$ (4) $(-1.75)\times123+(-1.75)\times(-23)$



문제 12 분배법칙을 이용하면 계산하기 편리한 문제를 만들고, 풀어 보아라.



의사소통 다음 직사각형의 넓이를 비교하여 보고, 여기서 알 수 있는 계산 법칙을 말하여 보자.



12

|출제 의도| 분배법칙을 이용하여 계산하는 문제를 만들고 풀어 봄으로써 유리수의 계산에서 분배법칙을 능숙하게 이용할 수 있도록 하기 위한 문제이다.

예시| 분배법칙을 이용하여 다음을 계산하여라.

$$\left(-\frac{19}{12}\right)\times\frac{1}{3}+\left(+\frac{55}{12}\right)\times\frac{1}{3}$$

풀이| $\left(-\frac{19}{12}\right)\times\frac{1}{3}+\left(+\frac{55}{12}\right)\times\frac{1}{3}$

$=\left\{\left(-\frac{19}{12}\right)+\left(+\frac{55}{12}\right)\right\}\times\frac{1}{3}$

$=(+3)\times\frac{1}{3}$

$=1$

의/사/소/통

|출제 의도| 큰 직사각형의 넓이를 한 번에 구하는 경우와 두 개의 직사각형으로 나누어서 구하는 경우를 비교해 봄으로써 분배법칙이 성립함을 알게 하기 위한 문제이다.

풀이| $4\times(3+5)=4\times8=32$ ……①

$4\times3+4\times5=12+20=32$ ……②

①과 ②에서 $4\times(3+5)=4\times3+4\times5$이므로 분배법칙이 성립함을 알 수 있다.

교과서 59 쪽

중/단/원 기초

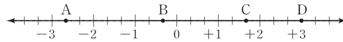
유리수 — 정수 (양의 정수, 0, 음의 정수), 정수가 아닌 유리수

1 보기의 수 중에서 다음에 해당하는 수를 모두 찾아라.

보기: $-\frac{2}{3},\ +1,\ \frac{11}{6},\ -9.8,\ -5$

(1) 양의 유리수　　(2) 음의 유리수
(3) 정수가 아닌 유리수　　(4) 정수

2 다음 수직선에서 점 A, B, C, D가 나타내는 유리수를 각각 말하여라.



두 수의 뺄셈은 빼는 수의 부호를 바꾸어 더한다.

3 다음을 계산하여라.

(1) $(+3)+(+4)$　　(2) $(-7)-(-6)$
(3) $\left(-\frac{2}{3}\right)+\left(+\frac{4}{3}\right)$　　(4) $(-5.4)-(+1.6)$

4 다음을 계산하여라.

(1) $(+2)\times(-7)$　　(2) $(-9)\div\left(-\frac{1}{3}\right)$
(3) $(-7)+\{(-6)\div3+4\}$　　(4) $\left(-\frac{2}{7}\right)-\frac{5}{7}\div\left(-\frac{5}{2}\right)$

$a\times(b+c)=a\times b+a\times c$
$(a+b)\times c=a\times c+b\times c$

5 다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣어라.

$(-2)\times\{3+(-4)\}=(-2)\times\square+(-2)\times(-4)$
$=\square+(+8)=\square$

중/단/원 기초

1

목표| 주어진 조건에 해당하는 수를 찾을 수 있게 한다.

풀이| (1) + 부호가 붙거나 생략된 유리수는 $\mathbf{+1,\ \frac{11}{6}}$

(2) − 부호가 붙은 유리수는 $\mathbf{-\frac{2}{3},\ -9.8,\ -5}$

(3) 정수가 아닌 유리수는 $\mathbf{-\frac{2}{3},\ \frac{11}{6},\ -9.8}$

(4) 정수는 $\mathbf{+1,\ -5}$

2

목표| 수직선 위에 대응하는 유리수를 말할 수 있게 한다.

풀이| A: $\mathbf{-2\frac{2}{3}}$ 또는 $\mathbf{-\frac{8}{3}}$　　B: $\mathbf{-\frac{1}{3}}$

C: $\mathbf{+1\frac{2}{3}}$ 또는 $\mathbf{+\frac{5}{3}}$　　D: $\mathbf{+3}$

3

목표| 유리수의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $(+3)+(+4)=+(3+4)=\mathbf{+7}$

(2) $(-7)-(-6)=(-7)+(+6)$
$=-(7-6)=\mathbf{-1}$

(3) $\left(-\frac{2}{3}\right)+\left(+\frac{4}{3}\right)=+\left(\frac{4}{3}-\frac{2}{3}\right)=\mathbf{+\frac{2}{3}}$

(4) $(-5.4)-(+1.6)=(-5.4)+(-1.6)$
$=-(5.4+1.6)=\mathbf{-7}$

4

목표| 유리수의 곱셈과 나눗셈을 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $(+2)\times(-7)=-(2\times7)$
$=\mathbf{-14}$

(2) $(-9)\div\left(-\frac{1}{3}\right)=(-9)\times(-3)$
$=+(9\times3)=\mathbf{+27}$

(3) $(-7)+\{(-6)\div3+4\}$
$=(-7)+\{(-2)+4\}$
$=(-7)+(+2)$
$=-(7-2)=\mathbf{-5}$

(4) $\left(-\frac{2}{7}\right)-\frac{5}{7}\div\left(-\frac{5}{2}\right)$
$=\left(-\frac{2}{7}\right)-\frac{5}{7}\times\left(-\frac{2}{5}\right)$
$=\left(-\frac{2}{7}\right)-\left(+\frac{5}{7}\right)\times\left(-\frac{2}{5}\right)$
$=\left(-\frac{2}{7}\right)-\left(-\frac{2}{7}\right)$
$=\left(-\frac{2}{7}\right)+\left(+\frac{2}{7}\right)=\mathbf{0}$

5

목표| 분배법칙을 이용하여 계산하는 과정에 알맞은 수를 써넣을 수 있게 한다.

풀이| $(-2)\times\{3+(-4)\}$
$=(-2)\times\boxed{3}+(-2)\times(-4)$
$=\boxed{-6}+(+8)=\boxed{+2}$

중/단/원 기본

1

목표| 주어진 조건에 해당하는 수를 찾을 수 있게 한다.

풀이| 주어진 수의 대소를 비교하면

$-6<-5.6<-\frac{9}{2}<0<\frac{4}{7}<+4$

주어진 수의 절댓값은 차례로

$6,\ \frac{4}{7},\ 5.6,\ 4,\ \frac{9}{2},\ 0$

(1) $\mathbf{+4}$ (2) $\mathbf{-6}$ (3) $\mathbf{-6}$ (4) $\mathbf{0}$

2

목표| 네 수의 합이 같도록 하는 A, B의 값을 구한 후, $A-B$를 계산할 수 있게 한다.

풀이| $7+2+(-3)+(-4)=+2$이므로

$B+\left(-\frac{5}{2}\right)+(-1)+(-4)=+2$

$B+\left(-\frac{15}{2}\right)=+2,\ B=+\frac{19}{2}$

$7+(-3)+A+\left(+\frac{19}{2}\right)=+2$

$A+\left(+\frac{27}{2}\right)=+2,\ A=-\frac{23}{2}$

따라서 구하는 값은

$A-B=\left(-\frac{23}{2}\right)-\left(+\frac{19}{2}\right)$

$=\left(-\frac{23}{2}\right)+\left(-\frac{19}{2}\right)$

$=-\frac{42}{2}=\mathbf{-21}$

3

목표| 곱셈의 계산 법칙을 이용할 수 있게 한다.

풀이| $\left(-\frac{2}{5}\right)\times(-0.63)\times\frac{5}{2}$

$=(\boxed{-0.63})\times\left(-\frac{2}{5}\right)\times\frac{5}{2}$ ← 교환법칙

$=(\boxed{-0.63})\times\left\{\left(-\frac{2}{5}\right)\times\frac{5}{2}\right\}$ ← 결합법칙

$=(\boxed{-0.63})\times(\boxed{-1})=\boxed{+0.63}$

교과서 60 쪽

중/단/원 기본

수준별

정수와 유리수의 대소 관계

1 보기의 수 중에서 다음에 해당하는 수를 찾아라.

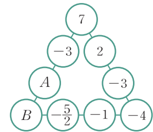
보기: $-6,\ \frac{4}{7},\ -5.6,\ +4,\ -\frac{9}{2},\ 0$

(1) 가장 큰 수 (2) 가장 작은 수

(3) 절댓값이 가장 큰 수 (4) 절댓값이 가장 작은 수

정수와 유리수의 덧셈과 뺄셈

2 오른쪽 그림에서 삼각형의 각 변에 놓인 네 수의 합이 같을 때, $A-B$의 값을 구하여라.



곱셈의 계산 법칙

3 다음은 곱셈의 계산 법칙을 이용하여 계산한 것이다. □ 안에 알맞은 수를 써넣어라.

$\left(-\frac{2}{5}\right)\times(-0.63)\times\frac{5}{2}$

$=(\square)\times\left(-\frac{2}{5}\right)\times\frac{5}{2}$ ← 교환법칙

$=(\square)\times\left\{\left(-\frac{2}{5}\right)\times\frac{5}{2}\right\}$ ← 결합법칙

$=(\square)\times(\square)=\square$

정수와 유리수의 사칙계산

4 다음을 계산하여라.

(1) $-3+7\times3-17$ (2) $(-1)^3\times(-5)-3^2$

(3) $12\times\left\{\frac{1}{4}+\left(-\frac{5}{6}\right)\right\}$ (4) $-\frac{4}{5}+\left\{(-2)-\frac{2}{5}\right\}\div\frac{4}{3}$

4

목표| 유리수의 혼합 계산을 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $-3+7\times3-17=-3+21-17$

$=(+18)+(-17)$

$=\mathbf{+1}$

(2) $(-1)^3\times(-5)-3^2=(-1)\times(-5)-9$

$=(+5)+(-9)$

$=\mathbf{-4}$

(3) $12\times\left\{\frac{1}{4}+\left(-\frac{5}{6}\right)\right\}=12\times\frac{1}{4}+12\times\left(-\frac{5}{6}\right)$

$=3+(-10)$

$=\mathbf{-7}$

(4) $-\frac{4}{5}+\left\{(-2)-\frac{2}{5}\right\}\div\frac{4}{3}=-\frac{4}{5}+\left(-\frac{12}{5}\right)\times\frac{3}{4}$

$=-\frac{4}{5}+\left(-\frac{9}{5}\right)$

$=\mathbf{-\frac{13}{5}}$

중 / 단 / 원 실력

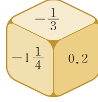
• 두 양수에서는 절댓값이 큰 수가 크고, 두 음수에서는 절댓값이 작은 수가 크다.

1 유리수 a, b, c에 대하여

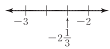
$$a>0,\ a\times b<0,\ b\div c>0,\ |b|<|c|$$

일 때, a, b, c 중에서 가장 작은 수를 구하여라.

2 오른쪽 그림과 같은 주사위에서 마주 보는 면에 쓰인 수의 곱은 1이다. 이때 보이지 않는 면에 쓰인 세 수의 합을 구하여라.



• $-2\frac{1}{3}$에 가장 가까운 정수는 -2이다.



3 $-\frac{5}{3}$에 가장 가까운 정수를 a, $\frac{19}{6}$에 가장 가까운 정수를 b라고 할 때, $|a|+|b|$의 값을 구하여라.

4 4개의 유리수 -2, $\frac{1}{10}$, $-\frac{5}{2}$, -5 중에서 서로 다른 세 수를 뽑아 곱한 값 중 가장 큰 값을 구하여라.

• (평균 기온) $=\frac{(\text{기온의 합})}{(\text{날짜의 개수})}$

5 다음은 어느 해 1월 춘천의 기온을 일주일 간격으로 조사하여 나타낸 것이다. 물음에 답하여라.

날짜	1월 1일	1월 8일	1월 15일	1월 22일	1월 29일
기온(℃)	−5.2	−2.8	−4.1	−4.1	−2.4

(1) 가장 높은 기온과 가장 낮은 기온의 차를 구하여라.
(2) 평균 기온을 구하여라.

중/단/원 실력

1

목표 | 주어진 조건을 이용하여 세 수의 크기를 비교할 수 있게 한다.

풀이 | $a>0$이고 $a\times b<0$이므로 $b<0$

$b<0$이고 $b\div c>0$이므로 $c<0$

두 음수에서는 절댓값이 큰 수가 작으므로 $c<b$

따라서 $a>0$, $b<0$, $c<0$, $c<b$이므로 가장 작은 수는 $\boldsymbol{c}$이다.

2

목표 | 주어진 주사위의 보이지 않는 면에 쓰인 수를 구한 후, 세 수의 합을 구할 수 있게 한다.

풀이 | 마주 보는 면에 있는 두 수의 곱이 1이므로 두 수는 서로 역수이다.

$-1\frac{1}{4}\left(=-\frac{5}{4}\right)$과 마주 보는 면의 수: $-\frac{4}{5}$

$0.2\left(=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}\right)$와 마주 보는 면의 수: 5

$-\frac{1}{3}$과 마주 보는 면의 수: -3

따라서 세 수의 합은

$\left(-\frac{4}{5}\right)+5+(-3)=\boldsymbol{+\frac{6}{5}}$

3

목표 | 주어진 두 유리수에 가장 가까운 정수를 각각 구하여 그들의 절댓값의 합을 구할 수 있게 한다.

풀이 | $-\frac{5}{3}=-1\frac{2}{3}$이므로 $a=-2$

$\frac{19}{6}=3\frac{1}{6}$이므로 $b=3$

따라서 $|a|+|b|=|-2|+|3|=\boldsymbol{5}$이다.

4

목표 | 4개의 수 중에서 세 수를 뽑아 곱할 때, 가장 큰 값을 구할 수 있게 한다.

풀이 | 주어진 수 중에서 세 수를 뽑아 곱한 값이 가장 큰 값이 되려면 음수 2개와 양수 1개를 곱해서 그 결과가 양수가 되도록 해야 한다. 음수인 -2, $-\frac{5}{2}$, -5 중에서 절댓값이 큰 두 수는 $-\frac{5}{2}$, -5이므로 구하는 값은

$\left(-\frac{5}{2}\right)\times(-5)\times\frac{1}{10}=\boldsymbol{+\frac{5}{4}}$

5

목표 | 기온의 차와 평균 기온을 구할 수 있게 한다.

풀이 | (1) 가장 높은 기온은 -2.4 ℃이고, 가장 낮은 기온은 -5.2 ℃이므로 기온의 차는

$(-2.4)-(-5.2)=(-2.4)+(+5.2)=\boldsymbol{+2.8}$**(℃)**

(2) $(-5.2)+(-2.8)+(-4.1)+(-4.1)+(-2.4)$

$=-18.6$(℃)

따라서 평균 기온은 $\frac{-18.6}{5}=\boldsymbol{-3.72}$**(℃)**

수행 과제

● 수행 과제 의도

이 수행 과제는 정수의 사칙계산을 이용하여 다양한 계산 방법을 생각해 봄으로써 계산 능력과 창의성을 키우기 위한 것이다.

예시|

계산 결과	식
1	$3-(3\div3+3\div3)$
2	$3-(3\div3\times3\div3)$
3	$3-3+3-3+3$
4	$(3+3+3+3)\div3$
5	$3+3\div3+3\div3$
6	$3+3+(3-3)\times3$
7	$3\times3-(3+3)\div3$
8	$3+3+(3+3)\div3$
9	$3+3+3+3-3$
10	$33\div3-3\div3$

교과서 62 쪽

수 행 과 제

3을 5번 써서 만들기

다음은 3을 5번 써서 계산 결과가 0이 되도록 나타낸 것이다.

$$(3^3-3^3)\times3=0$$

이와 같이 3을 5번 써서 계산 결과가 1에서 10까지의 자연수가 되도록 나타내어 보자.

3을 5번 써서 만들기

계산 결과	식
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

교과서 63 쪽

학습에 대한 자/기/평/가

이름: ____________

점검 항목				
학습 내용	거듭제곱의 뜻을 아는가?			
	소인수분해의 뜻을 알고, 자연수를 소인수분해할 수 있는가?			
	최대공약수와 최소공배수의 성질을 이해하고, 이를 활용할 수 있는가?			
	정수와 유리수의 개념과 대소 관계를 이해하였는가?			
	정수와 유리수의 사칙계산의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있는가?			
학습 태도	학습 준비물을 잘 준비하였는가?			
	수업 시간에 적극적으로 참여하였는가?			
	문제를 풀 때 끈기 있게 도전하였는가?			
	복습과 예습을 꼼꼼히 하였는가?			

재미있었거나 어려웠던 내용 적어 보기

더 알고 싶거나 궁금한 점 적어 보기

스스로 평가하기



선생님 의견

참고| • 2를 5번 써서 만들기 또는 4를 5번 써서 만들기 등으로 바꾸어 놀이할 수 있다.

• 계산 결과가 같은 식은 여러 가지 방법이 있으므로 다른 학생들이 만든 것과도 비교하여 본다.

교과서 64 쪽

Ⅰ. 수와 연산

대단원 핵심 한눈에 보기

① 소인수분해

거듭제곱	같은 수를 거듭하여 곱한 것
소수	1보다 큰 자연수 중에서 1과 그 수 자신만을 약수로 가지는 수
소인수분해	어떤 자연수를 소인수들만의 곱으로 나타내는 것

② 최대공약수와 최소공배수

서로소	최대공약수가 1인 두 자연수
최대공약수의 성질	두 개 이상의 자연수의 공약수는 그 수들의 최대공약수의 약수이다.
최소공배수의 성질	두 개 이상의 자연수의 공배수는 그 수들의 최소공배수의 배수이다.

③ 정수와 유리수

정수와 유리수	(1) 정수 { 양의 정수(자연수): 1, 2, 3, 4, … 0 음의 정수: -1, -2, -3, -4, … } (2) 유리수: 분자와 분모(0이 아니다.)가 모두 정수인 분수로 나타낼 수 있는 수 (3) 유리수 { 정수 정수가 아닌 유리수 }
절댓값	수직선 위에서 어떤 수 a에 대응하는 점과 원점 사이의 거리 ⇨ $\lvert a \rvert$
대소 관계	(1) (음수) $<0<$ (양수) (2) 양수는 그 절댓값이 클수록 크다. (3) 음수는 그 절댓값이 클수록 작다.

④ 정수와 유리수의 사칙계산

덧셈	(1) 부호가 같은 경우: 두 수의 절댓값의 합에 공통인 부호를 붙인다. (2) 부호가 다른 경우: 두 수의 절댓값의 차에 절댓값이 큰 수의 부호를 붙인다.
뺄셈	빼는 수의 부호를 바꾸어 더한다.
곱셈	(1) 부호가 같은 경우: 두 수의 절댓값의 곱에 양의 부호 +를 붙인다. (2) 부호가 다른 경우: 두 수의 절댓값의 곱에 음의 부호 −를 붙인다.
나눗셈	(1) 부호가 같은 경우: 두 수의 절댓값의 나눗셈의 몫에 양의 부호 +를 붙인다. (2) 부호가 다른 경우: 두 수의 절댓값의 나눗셈의 몫에 음의 부호 −를 붙인다. (3) 나누는 수의 역수를 곱하여 계산한다.

⑤ 혼합 계산과 계산 법칙

혼합 계산의 순서	(1) 거듭제곱이 있으면 거듭제곱을 먼저 계산한다. (2) 괄호가 있는 식은 ( ), { }, [ ]의 순서로 계산한다. (3) 곱셈과 나눗셈을 먼저 하고, 덧셈과 뺄셈을 나중에 한다.
교환법칙	(1) 덧셈: $a+b=b+a$ (2) 곱셈: $a\times b=b\times a$
결합법칙	(1) 덧셈: $(a+b)+c=a+(b+c)$ (2) 곱셈: $(a\times b)\times c=a\times(b\times c)$
분배법칙	$a\times(b+c)=a\times b+a\times c$ $(a+b)\times c=a\times c+b\times c$

이번 단원에서 배운 용어와 기호

- 거듭제곱, 밑, 지수, 소수, 합성수, 소인수, 소인수분해, 서로소, 양의 정수, 음의 정수, 정수, 유리수, 양의 유리수, 양수, 음의 유리수, 음수, 수직선, 절댓값, 교환법칙, 결합법칙, 역수, 분배법칙
- 양의 부호(+), 음의 부호(−), 절댓값 기호(| |), ≥, ≤

지도 내용

1. 자연수를 구성하는 기본 단위인 소수를 이해하고, 소인수분해를 이용하여 최대공약수와 최소공배수를 구할 수 있도록 한다.

2. 정수와 유리수의 뜻을 알고 수를 분류할 수 있도록 한다. 또 절댓값의 뜻을 알고, 수직선 위에 수를 나타낼 수 있으며 수의 덧셈과 곱셈에 대한 교환법칙, 결합법칙, 분배법칙을 이해하도록 한다.

만화로 보는 수학 이야기

만화에서는 빌려 간 것과 빌려 준 것을 정확히 표현하지 않아 발생되는 문제 상황을 나타내고 있다. 이번 단원에서는 이와 같이 서로 반대되는 성질의 수를 나타내는 방법을 지도하였다.

생각 키/우/기

상대방이 양을 빌려 갈 때마다 조약돌에 -1이라고 새겨 놓는다. 처음에는 3마리를 빌려 갔으므로 -1이라고 적힌 조약돌이 3개이고, 그다음에는 2마리를 더 빌려 갔으므로 -1이라고 적힌 조약돌이 2개 더 늘어났다. 따라서 -1이라고 적힌 조약돌이 총 5개로 -5가 된다. 이렇게 하면 내가 상대방에게 빌려 준 양의 수가 5마리임을 알 수 있다.

교과서 65 쪽

빌려 간 걸까? 빌려 준 걸까?



생각 키/우/기 | 빌려 준 양의 수를 어떻게 표시하면 좋을지 말하여 보자.

대/단/원 평가 문제

1

목표| 소인수분해가 바르게 된 것을 찾을 수 있게 한다.

풀이| $108=2\times54$
$=2\times2\times27$
$=2\times2\times3\times3\times3$
$=2^2\times3^3$

답 ①

2

목표| 공약수가 아닌 것을 찾을 수 있게 한다.

풀이| $2^3\times3^4$과 $2^4\times3^2\times7$의 최대공약수는 $2^3\times3^2$이므로 공약수가 아닌 것은 2^4과 2×7이다.

답 ②, ④

교과서 66 쪽

대/단/원 평가 문제

선/택/형

1 108을 소인수분해하면?

① $2^2\times3^3$ ② $2^3\times3^2$ ③ $2^3\times3^3$
④ 6×3^3 ⑤ 2×54

2 다음 중에서 두 수 $2^3\times3^4$과 $2^4\times3^2\times7$의 공약수가 아닌 것은? (정답 2개)

① 3^2 ② 2^4 ③ $2^2\times3$
④ 2×7 ⑤ $2^3\times3^2$

3 세 자연수 36, 54, A의 최대공약수가 18이고 최소공배수가 540일 때, 다음 중에서 A의 값이 될 수 없는 것은?

① 90 ② 180 ③ 216
④ 270 ⑤ 540

4 다음 중 정수가 아닌 유리수를 모두 찾으면? (정답 2개)

① -1 ② $+2$ ③ $+3.4$
④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $+\frac{6}{2}$

5 다음 중에서 옳은 것을 모두 찾으면? (정답 2개)

① 0은 유리수가 아니다.
② 모든 정수는 유리수이다.
③ -5보다 7만큼 큰 수는 -12이다.
④ 절댓값이 가장 작은 수는 0이다.
⑤ $a<b$이면 $|a|<|b|$이다.

6 다음 중에서 대소 관계가 옳은 것은?

① $+1<-2$ ② $0.5<\frac{1}{2}$
③ $-\frac{1}{3}<-0.3$ ④ $0<-\frac{6}{7}$
⑤ $|-6|<|+3|$

7 어떤 유리수에서 $-\frac{2}{3}$를 빼어야 할 것을 잘못하여 더했더니 $-\frac{3}{4}$이 되었다. 이때 옳게 계산한 값은?

① $-\frac{5}{12}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ $-\frac{1}{6}$
④ $\frac{5}{12}$ ⑤ $\frac{7}{12}$

8 $\frac{3}{10}-\left(-\frac{1}{5}\right)\times3-\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{5}\right)$을 계산하면?

① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{4}{5}$
④ 1 ⑤ $\frac{6}{5}$

3

목표| 세 자연수의 최대공약수와 최소공배수를 이해하게 한다.

풀이| $36=2^2\times3^2$, $54=2\times3^3$이고, 세 수의 최소공배수는 $540=2^2\times3^3\times5$이므로 A는 5의 배수이다. 또 세 수의 최대공약수는 18이므로 A는 18의 배수이기도 하다. 따라서 A는 90의 배수이므로 216은 A의 값이 될 수 없다.

답 ③

4

목표| 정수가 아닌 유리수를 찾을 수 있게 한다.

풀이| -1, $+2$, $+\frac{6}{2}(=+3)$은 정수이므로 정수가 아닌 유리수는 $+3.4$, $-\frac{1}{2}$이다.

답 ③, ④

5

목표| 유리수의 개념과 대소 관계를 이해하게 한다.

풀이| ① 0은 정수이고, 유리수이다.
③ -5보다 7만큼 큰 수는 $-5+7=2$이다.
⑤ $a=-5$, $b=-1$로 놓으면 $|a|=5$, $|b|=1$이므로 $a<b$이지만 $|a|>|b|$이다.

답 ②, ④

6

목표| 유리수의 대소 관계를 이해하게 한다.

풀이| ① $+1>-2$ ② $0.5=\frac{1}{2}$
④ $0>-\frac{6}{7}$ ⑤ $|-6|>|+3|$

답 ③

9 $(-1)^{50}+(-1)^{51}-(-1)^{52}$을 계산하면?

① 2 ② 1 ③ 0 ④ −1 ⑤ −2

10 다음 중에서 가장 나중에 계산해야 하는 것은?

$3-\frac{1}{2}\times\{(5-3)\times4-6\}$

↑ ↑ ↑ ↑ ↑

① ② ③ ④ ⑤

11 다음 중에서 계산 결과가 다른 것은?

① $(-3)\times4\div6$
② $-24\div(-12)\times(-1)^2$
③ $6+(-2)\times4$
④ $14\div(-2)-(-5)$
⑤ $2^4\div(-2)^3$

서/답/형

12 두 유리수 a, b에 대하여

$a\times(-3)=+9,\quad b\div\left(-\frac{1}{4}\right)=-2$

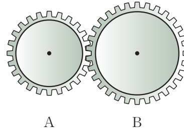
일 때, $a\div b$의 값을 구하여라.

13 절댓값이 같고 차가 10인 두 정수의 곱을 구하여라.

14 −0.2의 역수와 $1\frac{3}{7}$의 역수의 곱을 구하여라.

|서술형|

15 톱니의 수가 각각 24개와 30개인 톱니바퀴 A, B가 다음 그림과 같이 맞물려서 회전하고 있다. 두 톱니바퀴가 같은 톱니에서 다시 맞물리게 되는 것은 A가 최소한 몇 바퀴 회전한 후인지 풀이 과정과 답을 서술하여라.



|서술형|

16 승수와 정은이는 가위바위보를 하여 이기면 +3점, 지면 −1점을 얻기로 하였다. 비긴 경우 없이 승수는 네 번 져서 점수가 +5점이 되었다. 승수는 몇 번 이겼는지 풀이 과정과 답을 서술하여라.

7

목표| 빼어야 할 것을 잘못하여 더하였을 때, 바르게 계산한 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| 어떤 유리수를 □라고 하면

$\square+\left(-\frac{2}{3}\right)=-\frac{3}{4}$

$\square=\left(-\frac{3}{4}\right)-\left(-\frac{2}{3}\right)$

$=\left(-\frac{9}{12}\right)+\left(+\frac{8}{12}\right)=-\frac{1}{12}$

따라서 옳게 계산한 값은

$\left(-\frac{1}{12}\right)-\left(-\frac{2}{3}\right)=\left(-\frac{1}{12}\right)+\left(+\frac{8}{12}\right)=+\frac{7}{12}$

답 ⑤

8

목표| 유리수의 혼합 계산을 할 수 있게 한다.

풀이| $\frac{3}{10}-\left(-\frac{1}{5}\right)\times3-\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{5}\right)$

$=\frac{3}{10}-\left(-\frac{3}{5}\right)-\frac{3}{10}=\frac{3}{5}$

답 ②

9

목표| −1의 거듭제곱을 계산할 수 있게 한다.

풀이| $(-1)^{50}+(-1)^{51}-(-1)^{52}$

$=(+1)+(-1)-(+1)$

$=-1$

답 ④

10

목표| 복잡한 식의 계산에서 계산 순서를 알게 한다.

풀이| $3-\frac{1}{2}\times\{(5-3)\times4-6\}$

(③) $=3-\frac{1}{2}\times(2\times4-6)$

(④) $=3-\frac{1}{2}\times(8-6)$

(⑤) $=3-\frac{1}{2}\times2$

(②) $=3-1$

(①) $=2$

답 ①

11

목표| 유리수의 사칙계산을 하고, 계산 결과가 다른 것을 찾을 수 있게 한다.

풀이| ① $(-3)\times4\div6=(-12)\div6=-2$

② $-24\div(-12)\times(-1)^2=(+2)\times(+1)=+2$

③ $6+(-2)\times4=6+(-8)=-2$

④ $14\div(-2)-(-5)=(-7)-(-5)=-2$

⑤ $2^4\div(-2)^3=16\div(-8)=-2$

답 ②

12

목표 | 두 유리수 a, b를 구한 후, $a\div b$의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이 | $a\times(-3)=+9$이므로

$a=(+9)\div(-3)=-3$

$b\div\left(-\frac{1}{4}\right)=-2$이므로

$b=-2\times\left(-\frac{1}{4}\right)=+\frac{1}{2}$

따라서 구하는 값은

$a\div b=(-3)\div\left(+\frac{1}{2}\right)=(-3)\times(+2)=-6$

답 -6

13

목표 | 절댓값이 같고 차가 10인 두 정수의 곱을 구할 수 있게 한다.

풀이 | 절댓값이 같고 차가 10인 두 정수는 수직선에서 원점으로부터 같은 거리에 있고, 부호가 다르다. 즉, 구하는 두 수는 원점으로부터 오른쪽으로 10의 반인 5만큼 떨어진 수인 $+5$와 원점으로부터 왼쪽으로 10의 반인 5만큼 떨어진 수인 -5이다.

따라서 두 정수 $+5$와 -5의 곱은

$(+5)\times(-5)=-25$

답 -25

14

목표 | 두 유리수의 역수를 구한 후, 그 두 수의 곱을 구할 수 있게 한다.

풀이 | $-0.2=-\frac{1}{5}$이므로 -0.2의 역수는 -5

$1\frac{3}{7}=\frac{10}{7}$이므로 $1\frac{3}{7}$의 역수는 $\frac{7}{10}$

따라서 구하는 값은 $-5\times\frac{7}{10}=-\frac{7}{2}$

답 $-\frac{7}{2}$

15

목표 | 최소공배수를 이용하여 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이 | 톱니바퀴 A, B가 같은 톱니에서 다시 맞물리려면 각각 24와 30의 공배수의 개수만큼 톱니를 지나야 한다. …㉠

즉, 같은 톱니에서 다시 맞물리려면 최소한 24와 30의 최소공배수인 120개의 톱니 수만큼 지나야 한다. …㉡

따라서 톱니바퀴 A가 최소한 $120\div24=5$(바퀴)를 회전한 후에 같은 톱니에서 다시 맞물릴 수 있다. …㉢

답 5바퀴

채점 기준

영역 \ 요소	채점 요소		배점
해결 과정	같은 톱니에서 다시 맞물릴 경우 찾기	㉠	30%
	같은 톱니에서 다시 맞물릴 경우 최소한의 톱니 수 찾기	㉡	30%
답 구하기	톱니바퀴 A의 최소한의 회전수 구하기	㉢	40%

16

목표 | 내용에 알맞은 승수의 점수를 구할 수 있게 한다.

풀이 | 승수가 이긴 횟수를 □라고 하면

$(+3)\times\square+(-1)\times4=+5$ …㉠

$(+3)\times\square+(-4)=+5$

$(+3)\times\square=+9$

$\square=3$ …㉡

따라서 승수는 3번 이겼다. …㉢

답 3번

채점 기준

영역 \ 요소	채점 요소		배점
해결 과정	□를 사용하여 식 만들기	㉠	40%
	□의 값 구하기	㉡	50%
답 구하기	승수가 몇 번 이겼는지 구하기	㉢	10%

교과서 68 쪽

수학 산책

그리스 신화로 본 수의 의미

그리스 신화는 고대 그리스 민족이 만들어 낸 신화와 전설인데 여기에는 여러 수들이 등장한다.

그리스 신화 속에 등장하는 첫 번째 수는 최초의 여신 가이아를 의미하는 1이다. 혼돈에서 처음으로 생명의 씨앗인 가이아가 스스로 태어났으며 1은 다음과 같은 방법으로 모든 자연수를 만들 수 있다.

$$1,\ 1+1,\ 1+1+1,\ 1+1+1+1,\ \cdots$$

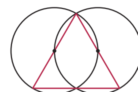
따라서 수 1과 가이아는 모든 것의 우두머리이자 최초를 나타내며 모든 것을 포함하고 있는 존재를 의미한다.

가이아는 하늘의 신인 우라노스를 만들고 그와 결혼하지만 곧 자신의 자식으로 하여금 남편인 우라노스를 내쫓게 한다. 여기서 가이아와 우라노스는 2를 의미하는데, 2는 세상의 화합과 조화뿐만 아니라 대립 또는 반대의 뜻도 함께 지니고 있어 싸움을 뜻하기도 한다. 이분법적인 관계로서 음과 양, 해와 달, 하늘과 땅, 남자와 여자, 선과 악, 흑과 백 등이 모두 2에 해당한다.



교과서 69 쪽

그리스 신화의 최고의 신은 제우스인데, 그는 세 번째로 신들의 왕이 되었으며 제우스 이후에는 신들의 왕이 탄생하지 않는다. 그 이유는 3이 만물을 완성하는 기본적인 형태의 기하학적 구조를 가지기 때문이다. 특히 두 개의 원이 겹쳐진 모양에서 나오는 삼각형 모양은 여러 도형을 만드는 데 기본이 되는 도형이다.



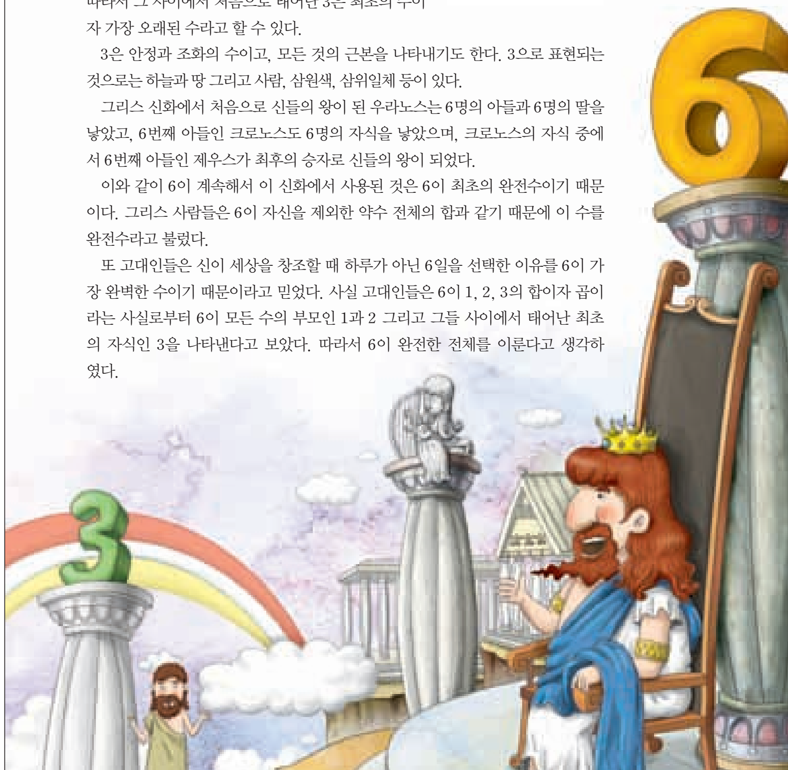
고대 수학자들은 1과 2를 '수들의 부모'로 여겼다. 따라서 그 사이에서 처음으로 태어난 3은 최초의 수이자 가장 오래된 수라고 할 수 있다.

3은 안정과 조화의 수이고, 모든 것의 근본을 나타내기도 한다. 3으로 표현되는 것으로는 하늘과 땅 그리고 사람, 삼원색, 삼위일체 등이 있다.

그리스 신화에서 처음으로 신들의 왕이 된 우라노스는 6명의 아들과 6명의 딸을 낳았고, 6번째 아들인 크로노스도 6명의 자식을 낳았으며, 크로노스의 자식 중에서 6번째 아들인 제우스가 최후의 승자로 신들의 왕이 되었다.

이와 같이 6이 계속해서 이 신화에서 사용된 것은 6이 최초의 완전수이기 때문이다. 그리스 사람들은 6이 자신을 제외한 약수 전체의 합과 같기 때문에 이 수를 완전수라고 불렀다.

또 고대인들은 신이 세상을 창조할 때 하루가 아닌 6일을 선택한 이유를 6이 가장 완벽한 수이기 때문이라고 믿었다. 사실 고대인들은 6이 1, 2, 3의 합이자 곱이라는 사실로부터 6이 모든 수의 부모인 1과 2 그리고 그들 사이에서 태어난 최초의 자식인 3을 나타낸다고 보았다. 따라서 6이 완전한 전체를 이룬다고 생각하였다.



선/택/형

1 다음 중에서 소인수가 나머지 넷과 다른 하나는? [5점]

① 48 ② 72 ③ 96
④ 128 ⑤ 192

2 다음 중에서 $2^3\times3^4\times5^2$의 약수가 아닌 것은? [6점]

① 135 ② 225 ③ 360
④ 400 ⑤ 450

3 두 수 $2\times3\times5$, $2^2\times5\times7$의 최대공약수와 최소공배수의 합은? [6점]

① 410 ② 420 ③ 430
④ 440 ⑤ 450

4 두 자연수 A, B의 최대공약수가 16일 때, A와 B의 공약수 중에서 두 번째로 큰 수는? [6점]

① 4 ② 6 ③ 8
④ 10 ⑤ 12

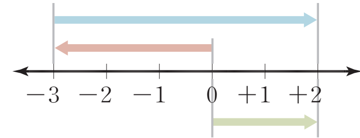
5 다음 중에서 두 수가 서로소인 것은? [6점]

① 9, 27 ② 12, 18 ③ 24, 82
④ 33, 56 ⑤ 70, 135

6 다음 중에서 옳지 않은 것은? [6점]

① 수직선 위에서 어떤 수를 나타내는 점과 원점 사이의 거리가 그 수의 절댓값이다.
② $+5$와 -5의 절댓값은 모두 5이다.
③ 절댓값이 가장 작은 수는 0이다.
④ 절댓값이 클수록 그 수가 나타내는 점은 원점에서 멀리 떨어져 있다.
⑤ $a>b$이면 a의 절댓값은 b의 절댓값보다 크다.

7 다음 수직선으로 설명할 수 있는 덧셈식은? [5점]



① $(-3)+(+2)=-1$
② $(-3)+(+5)=+2$
③ $(-3)+(-2)=-5$
④ $(+5)+(-2)=+3$
⑤ $(-5)+(+3)=-2$

8 $\frac{3}{2}$보다 큰 수 중에서 가장 작은 정수를 a, $-4\frac{1}{4}$보다 작은 수 중에서 가장 큰 정수를 b라고 하자. 이때 수직선 위에서 a, b를 나타내는 두 점 사이의 거리는? [6점]

① 7 ② 8 ③ 9
④ 10 ⑤ 11

9 $\left(-\frac{5}{2}\right)^2 \times \left(-\frac{1}{3}\right)^2 \div \left(-\frac{5}{3}\right)^3$을 계산하면? [6점]

① $-\frac{5}{12}$　② $-\frac{3}{20}$　③ $-\frac{1}{20}$
④ $\frac{3}{20}$　⑤ $\frac{5}{12}$

10 두 유리수 a, b에 대하여 $1<|b|<|a|$이고, $a>0$, $b<0$일 때, 다음 중 가장 큰 것은? [6점]

① $a-b$　② a　③ $a+b$
④ $a \div b$　⑤ $a \times b$

서/답/형

11 두 수 $2^a \times 5$, $2^2 \times 5^b \times 7$의 최소공배수가 $2^3 \times 5^2 \times 7$일 때, $a+b$의 값을 구하여라. [7점]

12 다음 계산 과정 중 ㉠, ㉡, ㉢에 이용된 계산 법칙을 각각 말하여라. [7점]

$$\begin{aligned}&(-3)\times\left\{\frac{1}{6}+\left(-\frac{5}{3}\right)\right\}+\frac{3}{2}\\ &=(-3)\times\frac{1}{6}+(-3)\times\left(-\frac{5}{3}\right)+\frac{3}{2} \quad ㉠\\ &=\left(-\frac{1}{2}\right)+5+\frac{3}{2}\\ &=5+\left(-\frac{1}{2}\right)+\frac{3}{2} \quad ㉡\\ &=5+\left\{\left(-\frac{1}{2}\right)+\frac{3}{2}\right\} \quad ㉢\\ &=5+1=6\end{aligned}$$

13 오른쪽 계산 과정에서 처음으로 잘못된 부분을 찾고, 바르게 계산한 답을 구하여라. [8점]

$$\begin{aligned}&\frac{5}{3}-\frac{3}{2}+\frac{2}{3}\\ &=\frac{3}{2}-\frac{5}{3}+\frac{2}{3} \quad ㉠\\ &=\frac{3}{2}-1 \quad ㉡\\ &=-\frac{1}{2} \quad ㉢\end{aligned}$$

|서술형|

14 세 개의 등대 A, B, C가 있다. A 등대는 10초 동안 불이 켜졌다가 6초 동안 꺼지고, B 등대는 16초 동안 불이 켜졌다가 8초 동안 꺼지고, C 등대는 26초 동안 불이 켜졌다가 10초 동안 꺼진다. A, B, C 세 등대가 동시에 불이 켜졌을 때, 처음으로 다시 동시에 켜지는 것은 몇 초 후인지 구하여라. [10점]

|서술형|

15 세 수 a, b, c가 다음과 같을 때, a, b, c의 대소 관계를 부등호를 사용하여 나타내어라. [10점]

$a=4\times(-3^2)\div(-1)^2$
$b=(+3)+(-5)+(+1)+(-7)$
$c=(-9)-\{(-24)\div 6+(-5)\times 6+10\}$

60점 미만이면 **하 · 수준** 문제를, 60점 이상 80점 미만이면 **중 · 수준** 문제를, 80점 이상이면 **상 · 수준** 문제를 풀어 보세요.

하·수준

1 다음은 소인수분해하는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 써넣고, 그 결과를 소인수의 곱으로 나타내어라.

(1)
$$\begin{array}{r|r} \square & 180 \\ \hline \square & 90 \\ \hline \square & 45 \\ \hline \square & 15 \\ \hline & 5 \end{array}$$
180= ________

(2)
$$\begin{array}{r|r} \square & 882 \\ \hline \square & 441 \\ \hline \square & 147 \\ \hline \square & 49 \\ \hline & 7 \end{array}$$
882= ________

2 다음 수들의 최대공약수와 최소공배수를 소인수의 곱으로 나타내어라.

(1) 2×7, 7×11

(2) 5×13, $3\times7\times13$

(3) $3^2\times5^2$, $3^4\times7$

(4) $2^2\times3\times5^2$, $2\times5^2\times7$

3 다음 수를 보고, 물음에 답하여라.

$$0,\quad -\frac{5}{7},\quad 8.3,\quad -3,\quad -1.5,\quad 7$$

(1) 음의 유리수를 모두 찾아라.

(2) 정수가 아닌 유리수를 모두 찾아라.

4 다음에서 이용한 곱셈의 계산 법칙을 □ 안에 알맞게 써넣어라.

$(+2)\times(-13)\times(-5)$
$=(-13)\times(+2)\times(-5)$ ← □
$=(-13)\times\{(+2)\times(-5)\}$ ← □
$=(-13)\times(-10)=+130$

5 다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣어라.

$$-2^2\div\{(-8)+(-2)^2\times3\}\times\left(-\frac{1}{3}\right)^2=\square\div\{(-8)+4\times3\}\times\left(+\frac{1}{9}\right)$$
$$=\square\div\square\times\left(+\frac{1}{9}\right)$$
$$=\square\times\left(+\frac{1}{9}\right)=\square$$

중·수준

1 $A=540$, $B=2^3\times3^2\times7$일 때, 두 수 A, B의 공약수의 개수를 구하여라.

2 밑면의 가로, 세로의 길이와 높이가 각각 16 cm, 12 cm, 8 cm인 직육면체 모양의 벽돌을 모두 같은 방향으로 빈틈없이 쌓아서 가능한 한 작은 정육면체 모양을 만들려고 한다. 이때 만들어지는 정육면체의 한 모서리의 길이를 구하여라.

3 다음 수를 보고, 물음에 답하여라.

$-\frac{1}{3}$, 2, 0, $-\frac{13}{4}$, -1

(1) 절댓값이 가장 큰 수와 절댓값이 가장 작은 수를 각각 찾아라.
(2) -3보다 크고 0.5보다 작은 수를 모두 찾아라.

4 두 유리수 a, b에 대하여 $a+b<0$, $a\times b>0$일 때, a, b는 각각 양수인지 음수인지 말하여라.

5 다음을 계산하여라.

(1) $\left(-\frac{6}{7}\right)-(-2)$

(2) $\left(-\frac{2}{3}\right)^2\times\left(\frac{3}{2}-\frac{4}{3}\right)$

(3) $5\times\left\{\left(-\frac{3}{10}\right)+\frac{5}{2}\right\}-4^2$

(4) $\frac{5}{6}-\{(-1)+6\div(-3)^2\}$

1 $\frac{35}{6}$, $\frac{21}{4}$에 같은 분수를 곱하여 자연수가 되게 하려고 한다. 곱해야 하는 분수 중 가장 작은 기약분수를 $\frac{B}{A}$(단, $A\neq0$)라고 할 때, $A+B$의 값을 구하여라.

2 5로 나누면 4가 남고, 6으로 나누면 5가 남고, 7로 나누면 6이 남는 자연수 중에서 1000에 가장 가까운 수를 구하여라.

3 두 유리수 a, b에 대하여 $a<b$, $a+b>0$, $a\times b<0$일 때, $|a|$와 $|b|$의 크기를 비교하여라.

4 다음을 계산하여라.

$$2-\left[\frac{3}{2}+1\div\{(-10)\times2+18\}\right]\times\frac{1}{4}$$

5 다음은 지성이의 나이를 기준으로 하여 사촌들의 나이에서 지성이의 나이를 뺀 값을 정수로 나타낸 것이다. 다음 물음에 답하여라.

이름	경미	지훈	영경	수근	민정	지형
뺀 값	-4	$+1$	0	-6	-2	$+4$

(1) 지성이와 같은 나이인 사람을 말하여라.

(2) 지형이는 올해 18살이다. 12세 이상 관람할 수 있는 영화를 보려고 할 때, 볼 수 없는 사람을 모두 말하여라.

1 목표| 소인수의 뜻을 알고, 소인수분해를 할 수 있게 한다.

풀이| ① $48=2^4\times3$ ② $72=2^3\times3^2$
③ $96=2^5\times3$ ④ $128=2^7$
⑤ $192=2^6\times3$ 답 ④

2 목표| 소인수분해를 하여 약수가 아닌 것을 찾을 수 있게 한다.

풀이| ① $135=3^3\times5$ ② $225=3^2\times5^2$
③ $360=2^3\times3^2\times5$ ④ $400=2^4\times5^2$
⑤ $450=2\times3^2\times5^2$ 답 ④

3 목표| 최대공약수와 최소공배수를 구할 수 있게 한다.

풀이| 최대공약수는 $2\times5=10$
최소공배수는 $2^2\times3\times5\times7=420$ 답 ③

4 목표| 두 수의 공약수는 두 수의 최대공약수의 약수임을 알게 한다.

풀이| A와 B의 공약수는 최대공약수인 16의 약수이므로 1, 2, 4, 8, 16이다. 답 ③

5 목표| 서로소의 뜻을 알고, 두 수가 서로소인 것을 찾을 수 있게 한다.

풀이| 두 수의 최대공약수는
① 9 ② 6 ③ 2 ④ 1 ⑤ 5 답 ④

6 목표| 절댓값의 개념을 알게 한다.

풀이| ⑤ $a=+1$, $b=-2$이면
$a>b$이지만 $|a|<|b|$이다. 답 ⑤

7 목표| 수직선을 이용하여 덧셈을 할 수 있게 한다.

풀이| 원점에서 왼쪽으로 3만큼 간 점에서 다시 오른쪽으로 5만큼 간 점이 나타내는 수는 $+2$이다.
답 ②

8 목표| 주어진 조건을 만족하는 두 수 a, b를 구하고, 두 수 사이의 거리를 구할 수 있게 한다.

풀이| $a=2$, $b=-5$이므로 a, b 사이의 거리는 7이다.
답 ①

9 목표| 유리수의 곱셈과 나눗셈을 할 수 있게 한다.

풀이| $\left(-\frac{5}{2}\right)^2\times\left(-\frac{1}{3}\right)^2\div\left(-\frac{5}{3}\right)^3$
$=\frac{25}{4}\times\frac{1}{9}\div\left(-\frac{125}{27}\right)$
$=\frac{25}{4}\times\frac{1}{9}\times\left(-\frac{27}{125}\right)=-\frac{3}{20}$ 답 ②

10 목표| 두 유리수 a, b에 대하여 주어진 값의 크기를 비교할 수 있게 한다.

풀이| $a=3$, $b=-2$로 놓으면
① $a-b=3-(-2)=3+(+2)=5$
③ $a+b=3+(-2)=1$
④ $a\div b=3\div(-2)=3\times\left(-\frac{1}{2}\right)=-\frac{3}{2}$
⑤ $a\times b=3\times(-2)=-6$ 답 ①

11 목표| 소인수분해되어 있는 두 수의 최소공배수를 알 때, $a+b$의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| $2^3\times5^2\times7$은 두 수 $2^a\times5$, $2^2\times5^b\times7$에서 지수가 큰 것을 택하여 모두 곱한 것이므로
$a=3$, $b=2$
따라서 $a+b=5$이다. 답 5

12 목표| 덧셈과 곱셈의 계산 법칙을 알게 한다.

풀이| ㉠ 분배법칙 ㉡ 덧셈의 교환법칙
㉢ 덧셈의 결합법칙 답 풀이 참조

13 목표| 뺄셈에서는 교환법칙이 성립하지 않음을 알게 한다.

풀이| 처음 잘못된 부분은 ㉠이고, 바르게 계산하면
$\frac{5}{3}-\frac{3}{2}+\frac{2}{3}=\left(+\frac{5}{3}\right)+\left(-\frac{3}{2}\right)+\left(+\frac{2}{3}\right)$
$=\left(+\frac{5}{3}\right)+\left(+\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{3}{2}\right)$
$=\left(+\frac{7}{3}\right)+\left(-\frac{3}{2}\right)$
$=\left(+\frac{14}{6}\right)+\left(-\frac{9}{6}\right)=\frac{5}{6}$ 답 ㉠, $\frac{5}{6}$

14 목표| 최소공배수를 활용하여 문제를 풀 수 있게 한다.

풀이| A 등대는 16초, B 등대는 24초, C 등대는 36초마다 켜진다. …㉠
세 등대가 처음으로 다시 동시에 켜지는 것은 16, 24, 36의 최소공배수인 144초 후이다. …㉡

답 144초

채점 기준

영역 \ 요소	채점 요소	배점
해결 과정	세 등대가 각각 다시 켜지는 시간 구하기 ㉠	5점
답 구하기	처음으로 다시 동시에 켜지는 시간 구하기 ㉡	5점

15 목표| 세 수를 계산하고, 대소 관계를 부등호를 사용하여 나타낼 수 있게 한다.

풀이| $a=4\times(-3^2)\div(-1)^2$
$=4\times(-9)\times1=-36$ …㉠
$b=(+3)+(-5)+(+1)+(-7)$
$=\{(+3)+(+1)\}+\{(-5)+(-7)\}$
$=(+4)+(-12)=-8$ …㉡
$c=(-9)-\{(-24)\div6+(-5)\times6+10\}$
$=(-9)-\{(-4)+(-30)+10\}$
$=(-9)-(-24)$
$=(-9)+(+24)=15$ …㉢
이므로 $a<b<c$ …㉣

답 $a<b<c$

채점 기준

영역 \ 요소	채점 요소	배점
해결 과정	a의 값 구하기 ㉠	3점
	b의 값 구하기 ㉡	3점
	c의 값 구하기 ㉢	3점
답 구하기	a, b, c의 대소 관계 구하기 ㉣	1점

하·수준

1 목표| 소인수분해를 할 수 있게 한다.

풀이| (1)
2) 180
2) 90
3) 45
3) 15
5
$180=2^2\times3^2\times5$

(2)
2) 882
3) 441
3) 147
7) 49
7
$882=2\times3^2\times7^2$

답 풀이 참조

2 목표| 최대공약수와 최소공배수를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) 최대공약수 : 7, 최소공배수 : $2\times7\times11$
(2) 최대공약수 : 13, 최소공배수 : $3\times5\times7\times13$
(3) 최대공약수 : 3^2, 최소공배수 : $3^4\times5^2\times7$
(4) 최대공약수 : 2×5^2, 최소공배수 : $2^2\times3\times5^2\times7$

답 풀이 참조

3 목표| 유리수를 분류할 수 있게 한다.

풀이| (1) $-\frac{5}{7}$, -3, -1.5
(2) $-\frac{5}{7}$, 8.3, -1.5

답 풀이 참조

4 목표| 곱셈의 계산 과정에 쓰인 계산 법칙을 알게 한다.

풀이| $(+2)\times(-13)\times(-5)$
$=(-13)\times(+2)\times(-5)$ ← 교환법칙
$=(-13)\times\{(+2)\times(-5)\}$ ← 결합법칙
$=(-13)\times(-10)=+130$

답 교환법칙, 결합법칙

5 목표| 유리수의 혼합 계산을 할 수 있게 한다.

풀이| $-2^2\div\{(-8)+(-2)^2\times3\}\times\left(-\frac{1}{3}\right)^2$
$=\boxed{-4}\div\{(-8)+4\times3\}\times\left(+\frac{1}{9}\right)$
$=\boxed{-4}\div\boxed{4}\times\left(+\frac{1}{9}\right)$
$=\boxed{-1}\times\left(+\frac{1}{9}\right)=\boxed{-\frac{1}{9}}$

답 -4, -4, 4, -1, $-\frac{1}{9}$

중·수준

1 목표| 두 수의 공약수는 두 수의 최대공약수의 약수임을 알게 한다.

풀이| $A=540=2^2\times3^3\times5$, $B=2^3\times3^2\times7$이므로 최대공약수는 $2^2\times3^2$이다. 따라서 A, B의 공약수는 $2^2\times3^2$의 약수이므로 1×1, 1×3, 1×3^2, 2×1, 2×3, 2×3^2, $2^2\times1$, $2^2\times3$, $2^2\times3^2$의 9개이다.

답 9개

2 목표| 최소공배수를 활용하여 문제를 풀 수 있게 한다.

풀이| 16, 12, 8의 최소공배수는 48이므로 구하는 정육면체의 한 모서리의 길이는 48 cm이다.

답 48 cm

3 목표| 절댓값의 뜻을 알고, 유리수의 대소를 비교할 수 있게 한다.

풀이| (1) 절댓값이 가장 큰 수: $-\frac{13}{4}$

절댓값이 가장 작은 수: 0

(2) $-\frac{13}{4}<-3<-1<-\frac{1}{3}<0<0.5<2$

답 (1) $-\frac{13}{4}$, 0 (2) $-\frac{1}{3}$, 0, -1

4 목표| 주어진 조건을 만족시키는 두 유리수의 부호를 각각 말할 수 있게 한다.

풀이| $a\times b>0$이므로 a, b의 부호는 같고, $a+b<0$이므로 a, b는 모두 음수이다.

답 $a<0$, $b<0$

5 목표| 유리수의 사칙계산을 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $\left(-\frac{6}{7}\right)-(-2)=\left(-\frac{6}{7}\right)+\left(+\frac{14}{7}\right)=\frac{8}{7}$

(2) $\left(-\frac{2}{3}\right)^2\times\left(\frac{3}{2}-\frac{4}{3}\right)=\frac{4}{9}\times\left(\frac{9}{6}-\frac{8}{6}\right)$

$=\frac{4}{9}\times\frac{1}{6}=\frac{2}{27}$

(3) $5\times\left\{\left(-\frac{3}{10}\right)+\frac{5}{2}\right\}-4^2=\left(-\frac{3}{2}+\frac{25}{2}\right)-16$

$=\frac{22}{2}-16$

$=11-16=-5$

(4) $\frac{5}{6}-\{(-1)+6\div(-3)^2\}=\frac{5}{6}-\left\{(-1)+\frac{2}{3}\right\}$

$=\frac{5}{6}-\left(-\frac{1}{3}\right)$

$=\frac{5}{6}+\left(+\frac{2}{6}\right)=\frac{7}{6}$

답 (1) $\frac{8}{7}$ (2) $\frac{2}{27}$ (3) -5 (4) $\frac{7}{6}$

상·수준

1 목표| 최대공약수와 최소공배수의 성질을 이용하여 $A+B$의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| 분수 $\frac{B}{A}$ 중 가장 작은 분수는 A가 35와 21의 최대공약수이고, B가 6과 4의 최소공배수일 때이므로 $A=7$, $B=12$

따라서 $A+B=19$이다.

답 19

2 목표| 최소공배수를 활용하여 주어진 조건에 알맞은 수를 구할 수 있게 한다.

풀이| 구하는 수는 5, 6, 7의 공배수보다 1 작은 수이다. 5, 6, 7의 공배수는 210, 420, 630, 840, 1050, …이므로 구하는 수는 $1050-1=1049$

답 1049

3 목표| 주어진 조건을 만족시키는 두 유리수의 절댓값의 크기를 비교할 수 있게 한다.

풀이| $a\times b<0$이므로 a, b의 부호가 다르고, $a<b$이므로 a는 음수, b는 양수이다. 또 $a+b>0$이므로 $|a|<|b|$이다.

답 $|a|<|b|$

4 목표| 유리수의 혼합 계산을 할 수 있게 한다.

풀이| $2-\left[\frac{3}{2}+1\div\{(-10)\times2+18\}\right]\times\frac{1}{4}$

$=2-\left\{\frac{3}{2}+1\div(-2)\right\}\times\frac{1}{4}$

$=2-1\times\frac{1}{4}=2-\frac{1}{4}=\frac{7}{4}$

답 $\frac{7}{4}$

5 목표| 지성이의 나이를 기준으로 다른 사람의 나이를 구하여 물음에 답할 수 있게 한다.

풀이| (1) 나이의 차가 0인 영경이다.

(2) 지형이가 18살이면 기준인 지성이의 나이는 14살이고, 경미는 10살, 지훈이는 15살, 영경이는 14살, 수근이는 8살, 민정이는 12살이다.

답 (1) 영경 (2) 경미, 수근

숫자 0과 3을 잡아라!

3명 또는 4명이 한 팀이 되어 다음과 같은 게임을 해 보아라.

준비물

종 1개, -6부터 6까지 정수가 각각 적힌 수 카드 9벌, 보너스 카드 3장

게임 규칙

① 각자 카드를 똑같이 나누어 가진다.
② 한쪽 방향으로 돌아가며 차례로 카드를 1장씩 내어 놓는다.
③ 나온 카드의 수의 합이 0 또는 3이 되면 종을 친다.
④ 가장 먼저 종을 친 사람은 나온 카드를 모두 가진다.
⑤ 종을 잘못 친 사람은 다른 사람들에게 카드를 1장씩 준다.
⑥ 보너스 카드가 나온 후 가장 먼저 종을 친 사람은 다른 한 사람에게서 카드 1장을 가져온다.
⑦ 카드가 모두 없어진 사람은 게임에서 진다.

유의 사항

① 가지고 있는 카드는 뒤집어 놓아 카드에 적힌 수를 볼 수 없게 한다.
② 카드를 낼 때에는 다른 사람이 먼저 볼 수 있도록 바깥 방향으로 뒤집는다.
③ 한 손은 항상 귀를 잡고 있어야 하며, 종을 칠 때에만 사용한다. 이때 손을 귀에서 떼면 다른 사람들에게 카드를 1장씩 주어야 한다.



鷄肋

계륵(鷄肋)과 암호

닭갈비는 한자로 계륵(鷄肋)이라고 하는데, 이는 먹자니 먹을 것이 별로 없고 버리자니 아까운 경우를 비유해서 이르는 말이다. 계륵의 유래는 “삼국지”에 등장하는 조조의 일화에서 찾을 수 있다.

중국에서 본격적인 삼국 시대가 형성되기 이전인 216년 위(魏)나라의 조조(曹操)는 스스로 왕위에 올라 위왕이라고 자칭했다. 그리고 3년 뒤인 219년에 유비(劉備)와 한중(漢中)의 땅을 놓고 다투게 되었다. 이때 유비도 이미 익주(益州)를 차지하고 한중으로 진출하여 한중왕에 올랐다. 조조는 유비를 몰아내기 위하여 대군을 이끌고 한중으로 진군했다. 그러나 이미 싸울 준비를 끝낸 유비의 군사는 제갈공명의 계책에 따라 정면 대결을 피한 채 시종 보급로 차단에만 주력했다.

조조는 그만한 준비가 없었기 때문에 전투에서 고전을 하고 있었고, 진군을 시켜도 전진도 못하고 수비도 곤란한 상황에 처해 있었다. 설상가상으로 배가 고파 도망치는 군사가 속출했다. 그러던 어느 날 조조의 장수 하나가 그날 밤에 사용할 군대의 암호를 무엇으로 할지 물었다. 잠시 생각하던 조조는 이렇게 말했다.

“오늘 밤 우리 군의 암호는 계륵이다.”

그 말을 듣고 주부(主簿) 벼슬을 하는 양수(楊修)만이 서둘러 짐을 꾸리기 시작했다. 한 장수가 그 이유를 묻자 양수는 이렇게 대답했다.

“닭갈비는 먹자니 먹을 게 별로 없고 버리자니 아까운 것이지요. 그런데 지금 전하께서는 한중 역시 그런 닭갈비 같은 땅으로 생각하고 철군을 결심하신 것입니다.”

과연 조조는 며칠 후 한중으로부터 전군을 철수시키고 말았다.

군대에서 군사를 움직이는 일이 적에게 발각되면 어떤 일이 벌어질까? 아마도 전멸을 당할 것이다. 따라서 군대에서는 비밀을 지키기 위하여 신중을 기해야 하고, 그때 반드시 필요한 것이 암호이다. 그런데 암호는 군대에서만 필요한 것은 아니다. 전자 상거래나 은행 거래와 같은 전자 공학을 이용한 정보 교환이 늘어날수록 암호에 의한 정보의 보호 장치가 필요하다.

기록에 의하면 로마 시대에 카이사르는 암호를 사용하여 정보를 주고받았다고 한다. 그만큼 암호는 아주 오랜 옛날부터 사용해 왔고 그 방법도 매우 다양하다. 오늘날 가장 많이 사용되고 있는 암호 체계는 공개 열쇠 암호 체계(RSA)로 1978년 MIT 대학의 리베스트, 샤미르, 애들먼 세 사람이 소인수분해의 원리를 이용하여 만든 것이며, 그들 이름의 앞 글자를 한 개씩 따서 RSA라 이름 붙였다.

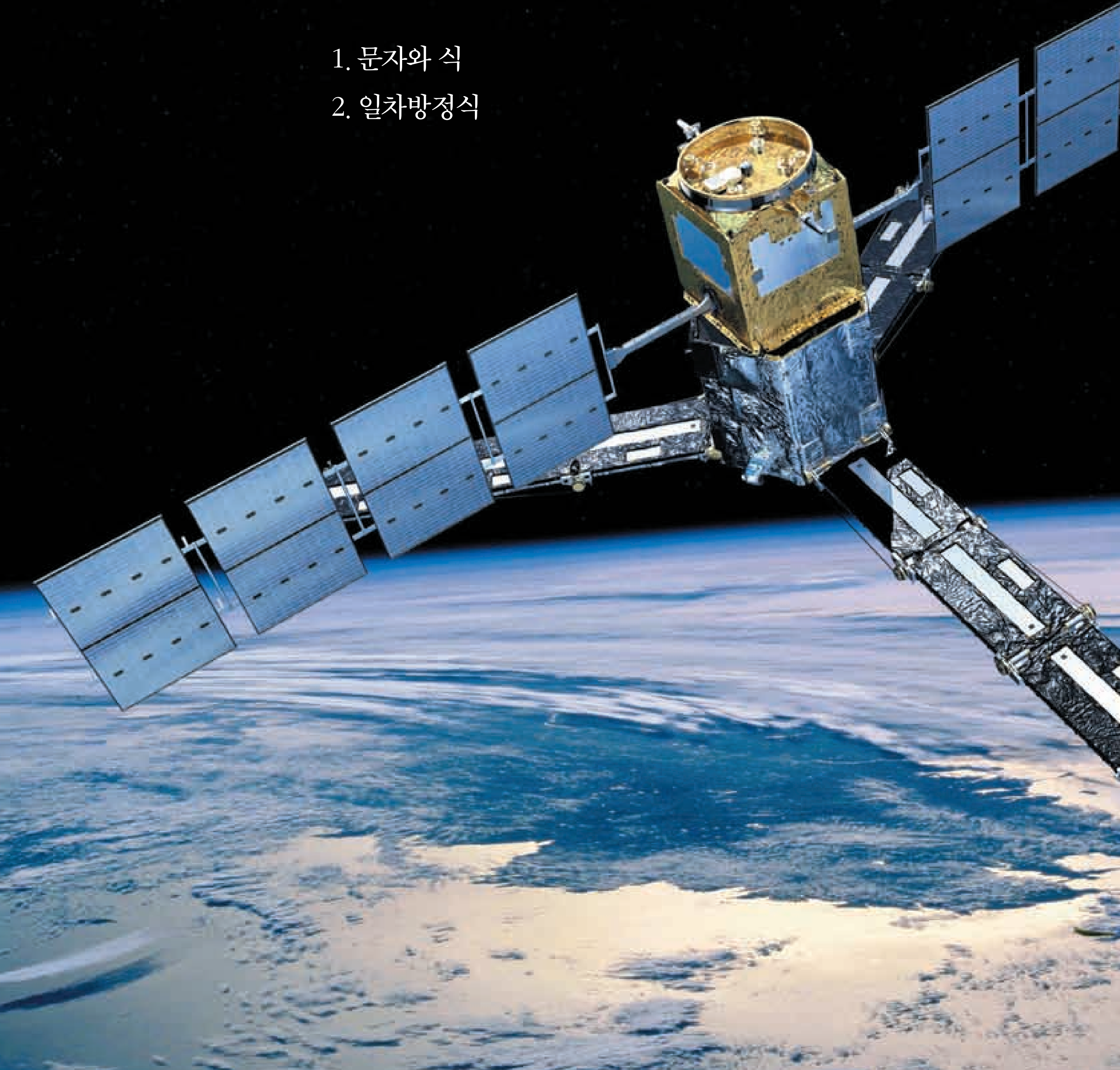
공개 열쇠 암호 체계는 어떤 자연수의 소인수분해를 이용한 방법이다. 예를 들어 두 소수 $p=47$과 $q=59$의 곱이 2773임을 계산하는 것은 쉽지만 2773을 소인수분해하여 두 소인수 47과 59를 찾는 것은 결코 쉬운 일이 아니다. 공개 열쇠 암호 체계는 이 원리를 이용하여 아주 큰 두 소수 p, q를 적당히 택하여 비밀로 하고, 두 수의 곱 $m=pq$는 공개하여 암호문을 받는 수신자가 일정한 방식으로 암호문을 복호화할 수 있도록 하는 암호 방식이다. 이때 p와 q가 100자리 정도의 소수라면 곱한 수 $m=pq$를 현재의 계산 방법과 컴퓨터로 소인수분해하려면 약 한 달이 걸리고, 400자리 정도의 소수라면 10억 년 정도가 걸린다고 한다.

계륵(鷄肋) 鷄(닭 계), 肋(갈비 륵)

Ⅱ 방정식

이 단원의 |학|습|목|표|

1. 다양한 상황을 문자를 사용한 식으로 나타낼 수 있으며, 일차식의 계산을 할 수 있다.
2. 다양한 상황을 이용하여 일차방정식과 그 해의 의미를 이해하고, 일차방정식을 풀 수 있다.
3. 일차방정식을 활용하여 다양한 실생활 문제를 해결할 수 있다.



천문학자들은 지구 바깥의 광활한 우주에 또 다른 생명체가 존재할 것이라 추측하고, 무인 탐사선과 전파를 사용하여 외계 생명체를 찾기 위해 노력하고 있다. 1977년에 발사된 보이저 1호에는 금으로 코팅된 동판 레코드가 실려 있다. 이 레코드에는 지구의 자연과 문명을 소개하는 이미지, 자연의 소리, 언어, 우주에 보내는 메시지가 담겨 있다.

또한 그 겉에는 보이저호가 어디서 왔으며 레코드를 어떻게 재생하는지에 대한 설명이 그림으로 그려져 있다. 이것은 외계 생명체와 의사소통을 하려는 시도에서 단순한 상징적 기호를 이용하는 것이 최선일 것이라는 판단 때문이다. 인류는 생명체가 존재할 가능성이 있는 행성을 발견함으로써 외계 생명체의 존재 가능성에 대해 조심스러운 전망을 내놓고 있다.

단원을 시작하기 전에

돈과 관련된 경제를 금융이라고 하는데, 금융에 있어서 돈의 흐름을 파악해 측정하고 계산하는 것은 중요한 일이다. 따라서 금융에 중요하게 쓰이는 절대적인 수단이 수학일 수밖에 없다. 오늘날 미래 경제 상황이나 이자율과 같은 것들에 대한 예측을 하는 데 방정식이 쓰이고 있고, 금융뿐만 아니라 인공위성을 쏘아 올리는 첨단 과학 등에서도 여러 형태의 복잡한 방정식이 이용되고 있다.

단원의 지도 목표

1. 문자와 식

① 다양한 상황을 문자를 사용한 식으로 간단히 나타낼 수 있게 한다.
② 식의 값을 구할 수 있게 한다.
③ 일차식의 덧셈과 뺄셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있게 한다.

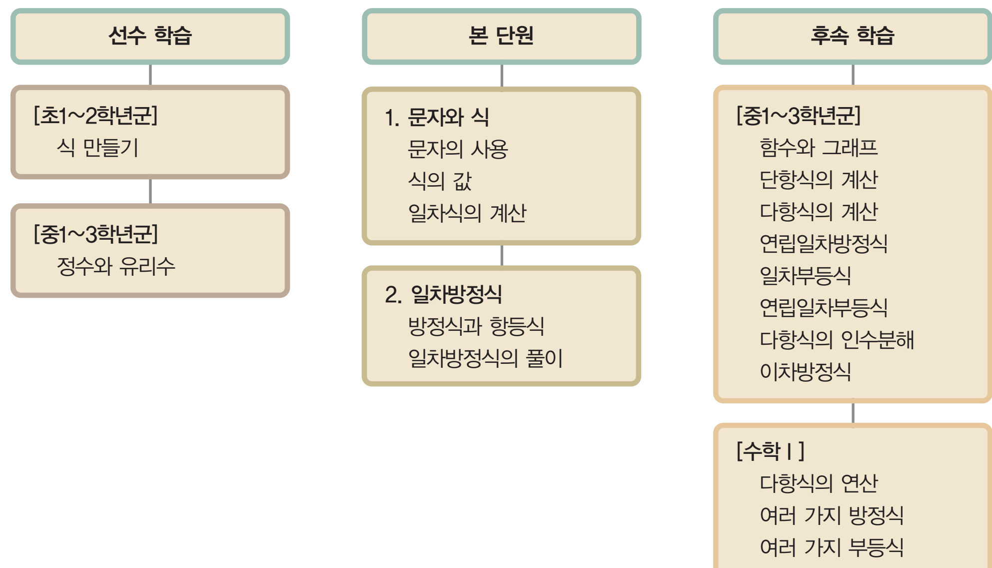
2. 일차방정식

① 다양한 상황을 이용하여 일차방정식과 그 해의 의미를 이해하게 한다.
② 등식의 성질을 이해하고 일차방정식을 풀 수 있게 한다.
③ 일차방정식을 활용하여 다양한 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

① 다양한 상황을 이용하여 문자의 필요성을 알게 한다.
② 일차방정식으로 나타낼 수 있는 실생활 문제를 찾아 해결하게 한다.
③ 방정식의 의미는 다양한 상황을 통해 도입한다.
④ 방정식의 해가 문제의 의도에 맞는지 확인하게 한다.
⑤ 방정식에서 자신의 풀이 방법을 설명할 수 있게 한다.
⑥ 식의 값, 좌변, 우변, 양변 용어는 교수 · 학습 상황에서 다루어질 수 있다.

교수 · 학습의 계열



단원의 차시별 지도 계획

중단원	소단원	차시	교과서(쪽)	지도 내용	용어와 기호
단원의 개관			70~71	• 단원의 개관	
1. 문자와 식	준비 학습		72	• 식 만들기 • 거듭제곱 • 정수와 유리수의 사칙계산 • 분배법칙	
	1-1 문자의 사용	1~3	73~77	• 문자를 사용하여 식으로 나타내기 • 문자를 사용한 식을 간단히 나타내기	
	1-2 식의 값	4	78~79	• 식의 값 구하기	대입
	1-3 일차식의 계산	5~9	80~88	• 다항식 • 일차식과 수의 곱셈, 나눗셈 • 동류항 • 일차식의 덧셈과 뺄셈	항, 다항식, 상수항, 계수, 단항식, 차수, 일차식, 동류항
	수준별 학습	10	89~91	• 중단원 확인 학습 문제	
2. 일차방정식	준비 학습		92	• 식의 값 • 일차식과 수의 곱셈 • 동류항의 계산 • 일차식의 덧셈과 뺄셈	
	2-1 방정식과 항등식	11~12	93~95	• 등식 • 방정식	등식, 방정식, 미지수, 해, 근, 항등식
	2-2 일차방정식의 풀이	13~17	96~104	• 등식의 성질 • 일차방정식 • 일차방정식의 풀이 • 일차방정식의 활용	이항, 일차방정식
	수준별 학습	18	105~107	• 중단원 확인 학습 문제	
단원 마무리		19~20	108~115	• 수행 과제 • 학습에 대한 자기 평가 • 대단원 핵심 한눈에 보기 • 만화로 보는 수학 이야기 • 대단원 평가 문제 • 수학 산책	

학습 지도 계획 수립 시 차시별 지도 계획을 바탕으로 학교의 실정이나 학생들의 학습 속도에 따라 적절히 조정할 수 있다.

단원의 이론적 배경

1. 문자와 식

독일의 수학자 네셀만(Nesselmann, G. H. F.: 1811~1881)은 대수적 표기의 역사적 발전을 편의상 세 단계로 구분했다. 그에 따르면 첫 번째 단계는 수사(修辭)적 대수로, 문제의 해가 약어(略語)나 기호 없이 순수한 산문 형태로 쓰였다. 두 번째 단계는 약어 대수로, 빈번히 나오는 양이나 연산에 대하여 생략이나 축약이 적용되었다. 마지막 단계는 기호 대수로, 이 시기에는 해의 내용과 관계없는 기호가 수학적 속기의 형태로 나타나기 시작했다.

디오판토스(Diophantos: ? 200~? 284) 이전의 시대에는 모든 대수가 수사적이었는데 그의 공헌으로 그리스 대수는 약어화되기 시작했다. 디오판토스는 생략 속기법의 대수적 표기를 이용한 최초의 인물로, 미지수 및 미지수의 6제곱까지의 거듭제곱꼴, 뺄셈, 등식, 역수 등에 대하여 생략 표기법을 사용했다.

미지수에 대한 표기에는 여러 가지 이견이 있을 수 있지만 미지수의 거듭제곱에 대한 의미는 매우 명백하다. '미지수의 제곱'은 Δ^Y로 표시했으며, 이는 '거듭제곱'이라는 뜻의 그리스 단어 dunamis($\Delta YNAMI\Sigma$)의 처음 두 문자이다. 또 '미지수의 세제곱'은 K^Y로 표시했는데 이는 '세제곱'이라는 뜻의 그리스 단어 kubos($KYBO\Sigma$)의 처음 두 문자이다.


비에타

프랑스의 수학자 비에타(Viéta, F.: 1540~1603) 역시 그의 유명한 저서 "해석학 서설"을 통해 기호 대수의 발전에 크게 기여하였다. 이 책에서 비에타는 미지량을 나타낼 때에는 모음을, 기지량을 나타낼 때에는 자음을 이용하는 예를 소개하였다. 또 오늘날 우리가 미지량에 대해서는 알파벳의 뒤의 문자들(x, y, z 등)을, 기지량에 대해서는 알파벳의 앞의 문자들(a, b, c 등)을 이용하는 방법은 데카르트(Descartes, R.: 1596~1650)에 의하여 소개되었다.

비에타 이전에는 어떤 양(量)의 여러 가지 거듭제곱을 표현하는 데 서로 다른 문자나 기호를 사용하는 것이 통상적인 관례였다. 그러나 비에타는 동일한 문자에 적당한 조건을 붙여서 거듭제곱을 표현했다. 이를테면 오늘날의 x, x^2, x^3을 비에타는 A, Aquardratum, Acubum으로 썼으며 나중에는 그보다 간단히 A, Aq, Ac로 썼다. 또 비에타는 +, − 기호를 사용했으며 등식에 대한 기호는 사용하지 않았다. 예를 들어 그는 $5BA^2-2CA+A^3=D$를

B 5 in A quad−C plano 2 in A
+A cub aequatur D solido

와 같이 썼다.

비에타가 두 양(量) 사이에 기호 =를 사용하긴 했으나 그 기호는 두 양이 같다는 것을 표현하는 것이 아니라 두 양의 차를 표현하는 것이었다.

오늘날에는 +, −, ×, ÷의 기호를 써서 시간과 노력을 절약하지만, 수학의 역사에서 보면 이 기호는 비교적 최근의 것이다. 우리가 사용하고 있는 +, − 기호는 비트만(Widmann, J.: 1462~1498)이 1489년에 출간한 "산술책"에 처음 등장했다. 그러나 여기서 이 기호들은 연산의 의미로서가 아니라 단순히 과부족을 나타내는 데 사용되었다.

2. 방정식

고대의 여러 문명의 기록을 살펴보면 방정식에 관계된 문제와 그 해법이 많이 나와 있다. 최초로 일차방정식의 해법이 등장한 책은 세계에서 가장 오래된 수학서

인 "아메스의 파피루스"이다. 아메스는 여기에서 1개의 미지수를 가지는 일차방정식에 관련된 문제와 그것의 해결 방법을 서술하였다.

탈레스(Thales: ? B.C. 624～? B.C. 546)는 피라미드의 그림자를 이용하여 그 높이를 측정하였는데, 이때 비례식을 이용하여 일차방정식을 풀었다.

한편 "산학(Arithmetica)"이라는 수학 책에서 그리스의 수학자 디오판토스는 기호를 사용하여 일차방정식을 기술하였으며, 이항 및 동류항의 정리와 같은 계산 방법을 제시하였다. 그는 이 책에서 여러 가지 방정식, 부정방정식의 해법에 대해서도 기술하고 있으나, 음수는 방정식의 해로 취급하지 않았다.

디오판토스의 묘비에 새겨진 다음과 같은 비문은 그가 생각해 낸 '미지수를 이용한 일차방정식의 풀이'를 통해 그 해답을 쉽게 구할 수 있다.

"디오판토스는 그 일생의 $\frac{1}{6}$을 소년으로, 일생의 $\frac{1}{12}$을 청년으로, 그 후 또다시 일생의 $\frac{1}{7}$을 지나 결혼을 하였다. 결혼 후 5년 만에 아들을 낳았는데 아들은 아버지의 일생의 $\frac{1}{2}$을 살았다. 그리고 아들이 죽고 난 후 4년을 더 살았다. 디오판토스는 몇 살까지 살았는가?"

당시 디오판토스는 방정식의 해를 정수나 유리수로 한정시켜 생각했기 때문에 방정식의 해를 묵시적으로 정수해로 생각하고 있었다. 오늘날 정수해를 구하는 방정식을 디오판토스의 방정식으로 부르는 것도 여기에서 연유한다.

방정식의 해법은 인도의 수학에서도 많이 발견된다. 대표적인 수학자로는 브라마굽타(Brahmagupta: 598～670)와 바스카라(Bhaskara, A.: 1114～1185)를 들 수 있다. 브라마굽타는 일차부정방정식

$$ax+by=c\ (a,\ b,\ c\text{는 정수})$$

의 일반적인 해법을 최초로 소개하였으나 음수의 해까지 확장하지는 못하였다. 음수의 해까지도 확실히 생각해 낸 사람은 바스카라이다. 한편 인도에서의 0의 발견은 기수법을 발전시켰고, 이에 따라 방정식의 일반화가 가능해졌다. 인도에서 발전한 방정식에 관한 이론은 이후 아라비아를 거쳐 유럽으로 전파되었다.

5차 이상의 방정식을 푸는 일반적인 방법은 존재하지 않는다는 것을 증명한 사람은 노르웨이의 젊은 수학자 아벨(Abel, N. H.: 1802～1829)이었다. 그는 이 명제의 증명 과정에서 '군'의 개념을 도입하였고, 그 결과 방정식의 해법에 관련된 수학의 새로운 영역으로 '군'이 탄생되었다. 군의 이론은 20세기 수학의 특징인 추상주의가 출현하는 계기가 되는 등 수학 전반에 큰 영향을 주었다.


아벨

교수 · 학습 과정안 (기초)

대단원	Ⅱ. 방정식	쪽수	교과서 96~98쪽
소단원	2. 일차방정식 2-2 일차방정식의 풀이	차시	13/20
학습 목표	등식의 성질을 이해하고, 이를 이용하여 방정식을 풀 수 있다.		

단계	학습 과정	교수 · 학습 활동	교수 · 학습상의 유의점
도입	선수 학습 확인 동기 유발 학습 목표 제시	◯ 이전에 학습한 내용을 간단히 확인, 점검한다. ◯ 등식, 방정식, 항등식의 의미에 대하여 질문한다. ◯ 학습 목표를 제시한다. • 등식의 성질을 이해하고, 이를 이용하여 방정식을 풀 수 있다.	모둠 학습을 위한 소집단을 사전에 편성한다.
전개	탐구 활동 개념 학습 문제 해결	◯ 창의력 기르기를 읽고, 탐구 활동을 모둠별로 해결하도록 한다. ◯ 탐구 활동 결과를 발표하게 하고, 정답 확인 및 보충 설명을 한다. ◯ 학습 내용 설명 **등식의 성질** (1) 등식의 양변에 같은 수를 더하여도 등식은 성립한다. $a=b$이면 $a+c=b+c$ (2) 등식의 양변에서 같은 수를 빼어도 등식은 성립한다. $a=b$이면 $a-c=b-c$ (3) 등식의 양변에 같은 수를 곱하여도 등식은 성립한다. $a=b$이면 $ac=bc$ (4) 등식의 양변을 0이 아닌 같은 수로 나누어도 등식은 성립한다. $a=b$이면 $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}$ (단, $c\neq0$) **등식의 성질을 이용한 방정식의 풀이** $2x-4=2$의 양변에 4를 더한 후 2로 나누어 미지수 x를 구한다. (4를 더하고 2로 나누는 이유를 생각해 보도록 한다.) $\frac{5}{2}x=2x+3$의 양변에 2를 곱한 후 $4x$를 빼서 미지수 x를 구한다. (2를 곱하고 $4x$를 빼는 이유를 생각해 보도록 한다.) ◯ 문제 1을 풀게 한다. 정답을 확인하고, 보충 설명을 한다.	$a=b$이면 $ac=bc$이지만 $ac=bc$라고 해서 반드시 $a=b$인 것은 아니다. 등식의 성질을 이용하여 방정식을 변형하여도 그 해는 변하지 않는다는 것을 이해하게 한다.
정리 및 평가	학습 내용 정리 형성 평가 수준별 과제 차시 예고	◯ 본시의 학습 내용을 정리한다. ◯ 형성 평가 문제를 제시하여 성취 수준을 파악한다. ● $a=b$일 때, 다음 등식이 성립하도록 □ 안에 알맞은 수를 써넣어라. (1) $a+5=b+\square$ (2) $a-\square=b-3$ (3) $a\times2=b\times\square$ (4) $\frac{a}{\square}=\frac{b}{4}$ 답 (1) 5 (2) 3 (3) 2 (4) 4 ◯ 형성 평가 결과에 따라 수준별 학습지(기초, 기본)를 과제로 선택하도록 한다. ◯ 다음 차시를 예고한다. • 이항과 일차방정식에 대하여 알아본다.	

수준별 학습지 (기초)

대단원	Ⅱ. 방정식	쪽수	교과서 96~98쪽
소단원	2. 일차방정식 2-2 일차방정식의 풀이	차시	13/20
( )학년 ( )반 ( )번 이름:			

1 $a=b$일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $a+2=b+2$　② $a-5=b-5$　③ $3a=3b$

④ $\frac{a}{3}=\frac{b}{4}$　⑤ $b=a$

답 ④

2 다음은 등식의 성질을 이용하여 방정식을 푸는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 써넣어라.

(1) $x-3=5$ ⇨ 양변에 □을 더하면 $x-3+\square=5+\square$, $x=\square$

(2) $x+2=1$ ⇨ 양변에서 □를 빼면 $x+2-\square=1-\square$, $x=\square$

(3) $\frac{x}{3}=2$ ⇨ 양변에 □을 곱하면 $\frac{x}{3}\times\square=2\times\square$, $x=\square$

(4) $-3x=12$ ⇨ 양변을 □으로 나누면 $\frac{-3x}{\square}=\frac{12}{\square}$, $x=\square$

답 (1) 3, 3, 3, 8 (2) 2, 2, 2, -1 (3) 3, 3, 3, 6 (4) -3, -3, -3, -4

3 등식의 성질을 이용하여 □ 안에 알맞은 수를 써넣어라.

$3x-7=8$ ⇨ $3x=\square$ ⇨ $x=\square$

답 15, 5

4 등식의 성질을 이용하여 다음 방정식을 풀어라.

(1) $x+7=2$　(2) $-5+x=4$

(3) $4x=-8$　(4) $-\frac{x}{3}=1$

답 (1) $x=-5$ (2) $x=9$ (3) $x=-2$ (4) $x=-3$

교수 · 학습 과정안 (기본)

대단원	Ⅱ. 방정식	쪽수	교과서 96~98쪽
소단원	2. 일차방정식　2-2 일차방정식의 풀이	차시	13/20
학습 목표	등식의 성질을 이해하고, 이를 이용하여 방정식을 풀 수 있다.		

단계	학습 과정	교수 · 학습 활동	교수 · 학습상의 유의점
도입	선수 학습 확인 동기 유발 학습 목표 제시	➲ 이전에 학습한 내용을 간단히 확인, 점검한다. ➲ 등식, 방정식, 항등식의 의미에 대하여 질문한다. ➲ 학습 목표를 제시한다. • 등식의 성질을 이해하고, 이를 이용하여 방정식을 풀 수 있다.	모둠 학습을 위한 소집단을 사전에 편성한다.
전개	탐구 활동 개념 학습 문제 해결	➲ 창의력 기르기를 읽고, 탐구 활동을 모둠별로 해결하도록 한다. ➲ 탐구 활동 결과를 발표하게 하고, 정답 확인 및 보충 설명을 한다. ➲ 학습 내용 설명 **등식의 성질** (1) 등식의 양변에 같은 수를 더하여도 등식은 성립한다. $a=b$이면 $a+c=b+c$ (2) 등식의 양변에서 같은 수를 빼어도 등식은 성립한다. $a=b$이면 $a-c=b-c$ (3) 등식의 양변에 같은 수를 곱하여도 등식은 성립한다. $a=b$이면 $ac=bc$ (4) 등식의 양변을 0이 아닌 같은 수로 나누어도 등식은 성립한다. $a=b$이면 $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}$ (단, $c\neq0$) **등식의 성질을 이용한 방정식의 풀이** $2x-4=2$의 양변에 4를 더한 후 2로 나누어 미지수 x를 구한다. (4를 더하고 2로 나누는 이유를 생각해 보도록 한다.) $\frac{5}{2}x=2x+3$의 양변에 2를 곱한 후 $4x$를 빼서 미지수 x를 구한다. (2를 곱하고 $4x$를 빼는 이유를 생각해 보도록 한다.) ➲ 문제 1을 풀게 한다. 정답을 확인하고, 보충 설명을 한다.	$a=b$이면 $ac=bc$이지만 $ac=bc$라고 해서 반드시 $a=b$인 것은 아니다. 등식의 성질을 이용하여 방정식을 변형하여도 그 해는 변하지 않는다는 것을 이해하게 한다.
정리 및 평가	학습 내용 정리 형성 평가 수준별 과제 차시 예고	➲ 본시의 학습 내용을 정리한다. ➲ 형성 평가 문제를 제시하여 성취 수준을 파악한다. ● 등식의 성질을 이용하여 다음 방정식을 풀어라. (1) $3x-1=x+5$　　　(2) $7-6x=-4-5x$ 답 (1) $x=3$　(2) $x=11$ ➲ 형성 평가 결과에 따라 수준별 학습지(기초, 기본, 실력)를 과제로 선택하도록 한다. ➲ 다음 차시를 예고한다. • 이항과 일차방정식에 대하여 알아본다.	

수준별 학습지 (기본)

대단원	Ⅱ. 방정식	쪽수	교과서 96~98쪽
소단원	2. 일차방정식 2-2 일차방정식의 풀이	차시	13/20
( )학년 ( )반 ( )번 이름:			

1 오른쪽은 등식의 성질을 이용하여 방정식을 푸는 과정이다. ㉠, ㉡, ㉢에서 이용된 등식의 성질을 말하여라.

$\frac{x}{2}-1=0.5$ ㉠
$5x-10=5$ ㉡
$5x=15$ ㉢
$x=3$

답 ㉠ 등식의 양변에 같은 수를 곱하여도 등식은 성립한다.
㉡ 등식의 양변에 같은 수를 더하여도 등식은 성립한다.
㉢ 등식의 양변을 0이 아닌 같은 수로 나누어도 등식은 성립한다.

2 다음 중 옳지 않은 것은?

① $x-1=5$이면 $x=6$이다.
② $x+3=4$이면 $x=1$이다.
③ $a=b$이면 $\frac{a}{2}=\frac{b}{2}$이다.
④ $\frac{1}{2}x=1$이면 $x=2$이다.
⑤ $3x+1=3$이면 $x+1=1$이다.

답 ⑤

3 다음 방정식 중에서 등식의 양변에 6을 더한 후, 양변에 2를 곱해서 해를 구할 수 있는 것은?

① $6x+2=0$
② $2(x+6)=12$
③ $\frac{x}{2}-6=-5$
④ $\frac{x-6}{2}=3$
⑤ $6+\frac{x}{2}=x$

답 ③

4 등식의 성질을 이용하여 다음 방정식을 풀어라.

(1) $2x-4=8$
(2) $-3x+2=-1$
(3) $x=5x+2$
(4) $3x+2=x-2$

답 (1) $x=6$ (2) $x=1$ (3) $x=-\frac{1}{2}$ (4) $x=-2$

교수 · 학습 과정안 (실력)

대단원	Ⅱ. 방정식	쪽수	교과서 96~98쪽
소단원	2. 일차방정식　2-2 일차방정식의 풀이	차시	13/20
학습 목표	등식의 성질을 이해하고, 이를 이용하여 방정식을 풀 수 있다.		

단계	학습 과정	교수 · 학습 활동	교수 · 학습상의 유의점
도입	선수 학습 확인 동기 유발 학습 목표 제시	○ 이전에 학습한 내용을 간단히 확인, 점검한다. ○ 등식, 방정식, 항등식의 의미에 대하여 질문한다. ○ 학습 목표를 제시한다. • 등식의 성질을 이해하고, 이를 이용하여 방정식을 풀 수 있다.	모둠 학습을 위한 소집단을 사전에 편성한다.
전개	탐구 활동	○ 창의력 기르기를 읽고, 탐구 활동을 모둠별로 해결하도록 한다. ○ 탐구 활동 결과를 발표하게 하고, 정답 확인 및 보충 설명을 한다.	
	개념 학습	○ 학습 내용 설명 **등식의 성질** (1) 등식의 양변에 같은 수를 더하여도 등식은 성립한다. $a=b$이면 $a+c=b+c$ (2) 등식의 양변에서 같은 수를 빼어도 등식은 성립한다. $a=b$이면 $a-c=b-c$ (3) 등식의 양변에 같은 수를 곱하여도 등식은 성립한다. $a=b$이면 $ac=bc$ (4) 등식의 양변을 0이 아닌 같은 수로 나누어도 등식은 성립한다. $a=b$이면 $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}$ (단, $c\neq0$)	$a=b$이면 $ac=bc$이지만 $ac=bc$라고 해서 반드시 $a=b$인 것은 아니다.
		등식의 성질을 이용한 방정식의 풀이 $2x-4=2$의 양변에 4를 더한 후 2로 나누어 미지수 x를 구한다. (4를 더하고 2로 나누는 이유를 생각해 보도록 한다.) $\frac{5}{2}x=2x+3$의 양변에 2를 곱한 후 $4x$를 빼서 미지수 x를 구한다. (2를 곱하고 $4x$를 빼는 이유를 생각해 보도록 한다.)	등식의 성질을 이용하여 방정식을 변형하여도 그 해는 변하지 않는다는 것을 이해하게 한다.
	문제 해결	○ 문제 1을 풀게 한다. 정답을 확인하고, 보충 설명을 한다.	
정리 및 평가	학습 내용 정리 형성 평가	○ 본시의 학습 내용을 정리한다. ○ 형성 평가 문제를 제시하여 성취 수준을 파악한다. ● 다음 방정식 중 해가 다른 하나는? ① $1+x=-1$　② $-2x=x+6$　③ $x-2=2x$ ④ $x=4-3x$　⑤ $\frac{1}{2}x+2=1$ 답 ④	
	수준별 과제 차시 예고	○ 형성 평가 결과에 따라 수준별 학습지(기본, 실력)를 과제로 선택하도록 한다. ○ 다음 차시를 예고한다. • 이항과 일차방정식에 대하여 알아본다.	

수준별 학습지 (실력)

대단원	Ⅱ. 방정식	쪽수	교과서 96~98쪽
소단원	2. 일차방정식 2-2 일차방정식의 풀이	차시	13/20
( )학년 ( )반 ( )번 이름:			

1 방정식 $\frac{2}{3}x-2=4$를 풀기 위해 다음과 같은 등식의 성질을 이용하였다. 이때 m, n의 값을 구하여라.

• $a=b$이면 $a-m=b-m$이다.
• $a=b$이면 $a\times n=b\times n$이다.

답 $m=-2$, $n=\frac{3}{2}$

2 다음 중 옳은 것은?

① $x=y$이면 $2x=x+y$이다.
② $\frac{x}{y}=2$이면 $2x=y$이다.
③ $x=3y$이면 $x+1=3(y+1)$이다.
④ $ax=b$이면 $x=\frac{b}{a}$이다.
⑤ $-2a=3b$이면 $-\frac{a}{2}=\frac{b}{3}$이다.

답 ①

3 등식의 성질을 이용하여 방정식 $1-\frac{x-3}{2}=x-\frac{x-2}{3}$를 풀어라.

답 $x=\frac{11}{7}$

4 다음 조건을 모두 만족시키는 방정식을 만들어라.

• 양변에 9를 더하여 푼다.
• 양변에 $\frac{2}{3}$를 곱하여 푼다.
• 해가 $x=10$이다.

답 예) $\frac{3}{2}x-9=6$

1 문자와 식

중단원을 시작하며

이번 중단원에서는 다음 내용을 지도한다.

① 문자를 사용하여 식을 간단히 나타낼 수 있게 한다.

② 문자를 사용한 식에 문자 대신 숫자를 대입하여 식의 값을 구할 수 있게 한다.

③ 항, 다항식, 단항식, 상수항, 계수, 차수 등의 뜻을 알게 한다.

④ 일차식의 계산을 할 수 있게 한다.

중단원의 구성

소단원명	지도 내용
1-1 문자의 사용	문자를 사용하여 식으로 나타내기
	문자를 사용한 식을 간단히 나타내기
1-2 식의 값	식의 값 구하기
1-3 일차식의 계산	다항식
	일차식과 수의 곱셈, 나눗셈
	동류항
	일차식의 덧셈과 뺄셈
수준별 학습	중단원 확인 학습 문제

교과서 72 쪽

1 문자와 식



준 | 비 | 학 | 습

식 만들기
문장을 읽고 이해하여, 이를 식으로 나타낸다.

1 다음을 식으로 나타내어라.

(1) 37과 21의 차보다 5 작은 수
(2) 34보다 23 작은 수와 17의 합
(3) 49를 7로 나눈 수에 5를 곱한 수
(4) 16과 4의 곱을 8로 나눈 수

거듭제곱
같은 수를 거듭하여 곱한 것
예) $2\times2\times2=2^3$

2 다음을 거듭제곱으로 나타내어라.

(1) $2\times5\times5\times5\times7\times7$
(2) $2\times2\times3\times3\times7\times7\times7$

정수와 유리수의 사칙계산
• 거듭제곱이 있으면 거듭제곱을 먼저 계산한다.
• 괄호가 있을 때에는 ( ), { }, [ ]의 순서로 계산한다.
• 곱셈과 나눗셈을 먼저 계산하고, 덧셈과 뺄셈을 나중에 계산한다.

3 다음을 계산하여라.

(1) $-10+5-12+9$
(2) $(-0.5)\div1.5\times(-3)$
(3) $-\frac{1}{2}\times\frac{5}{6}\times\left(-\frac{2}{5}\right)+\left(-\frac{1}{3}\right)\div\left(-\frac{2}{3}\right)$
(4) $\left\{(-2)^3\div\frac{1}{4}-2^3\times0.5\right\}\div(-9)$

분배법칙
유리수 a, b, c에 대하여
$a\times(b+c)=a\times b+a\times c$
$(a+b)\times c=a\times c+b\times c$

4 다음을 분배법칙을 이용하여 계산하여라.

(1) $12\times\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{3}\right)$
(2) $2.5\times1.3+2.5\times2.7$

준비 학습의 해설

1

목표| 문장을 식으로 나타낼 수 있게 한다.

풀이| (1) $\mathbf{(37-21)-5}$　(2) $\mathbf{(34-23)+17}$
(3) $\mathbf{(49\div7)\times5}$　(4) $\mathbf{(16\times4)\div8}$

2

목표| 같은 수의 곱을 거듭제곱으로 나타낼 수 있게 한다.

풀이| (1) $2\times5\times5\times5\times7\times7=\mathbf{2\times5^3\times7^2}$
(2) $2\times2\times3\times3\times7\times7\times7=\mathbf{2^2\times3^2\times7^3}$

3

목표| 유리수의 사칙계산을 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $-10+5-12+9$
$=\{(-10)+(-12)\}+(5+9)$
$=-22+14=\mathbf{-8}$

(2) $(-0.5)\div1.5\times(-3)=\left(-\frac{1}{2}\right)\div\frac{3}{2}\times(-3)$
$=\left(-\frac{1}{2}\right)\times\frac{2}{3}\times(-3)$
$=\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times3$
$=\mathbf{1}$

(3) $-\frac{1}{2}\times\frac{5}{6}\times\left(-\frac{2}{5}\right)+\left(-\frac{1}{3}\right)\div\left(-\frac{2}{3}\right)$
$=\left(\frac{1}{2}\times\frac{5}{6}\times\frac{2}{5}\right)+\left(\frac{1}{3}\times\frac{3}{2}\right)$
$=\frac{1}{6}+\frac{1}{2}=\mathbf{\frac{2}{3}}$

교과서 73 쪽

1-1 문자의 사용

● 다양한 상황을 문자를 사용한 식으로 간단히 나타낼 수 있다.

문자를 사용하여 식을 어떻게 나타내는가?

탐구 활동 다음 그림을 보고 물음에 답하여 보자.



1 할머니가 호랑이에게 준 떡의 수는 몇 개인지 다음 표의 빈칸을 채워 보자.

할머니가 넘은 고개의 수(고개)	1	2	3	4	5	…
호랑이에게 준 떡의 수(개)	2×1	2×2		2×4		…

2 할머니가 넘은 고개의 수를 □고개라고 할 때, 호랑이에게 준 떡의 수를 □를 사용하여 식으로 나타내어 보자.



탐구 활동 1의 표에서 할머니가 호랑이에게 준 떡의 수는

2×(할머니가 넘은 고개의 수)개

할 수 있다.

❶ 할머니가 넘은 고개의 수 대신 문자 x를 사용하면, 호랑이에게 준 떡의 수를

$(2\times x)$개

로 나타낼 수 있다.

즉, 이 식은 할머니가 넘은 고개의 수에 따라 변하는, 호랑이에게 준 떡의 수를 일반적으로 나타낸 것이다.

● $\underbrace{2+2+\cdots+2}_{x\text{개}}=2\times x$

1-1 문자의 사용

소단원 지도 목표

① 문자를 사용하여 식을 간단히 나타낼 수 있게 한다.

② 문자를 사용한 식에서 곱셈 기호와 나눗셈 기호를 생략하여 간단히 나타낼 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 다양한 상황을 이용하여 문자의 필요성을 알게 한다. 문자를 사용하는 것이 간결하고 편리함을 느끼도록 한다.

2. 문장을 식으로 처음 나타낼 때에는 곱셈 기호와 나눗셈 기호를 생략하지 않도록 한다. 또 곱셈 기호와 나눗셈 기호를 생략하여 쓸 경우에 틀리지 않도록 충분히 연습하게 한다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 생활 주변에서 관찰되는 상황을 문자를 사용하여 식으로 나타낼 수 있음을 알게 하려는 것이다.

(4) $\left\{(-2)^3\div\frac{1}{4}-2^3\times0.5\right\}\div(-9)$

$=\left\{(-8)\div\frac{1}{4}-8\times0.5\right\}\div(-9)$

$=\{(-8)\times4-4\}\div(-9)$

$=(-32-4)\div(-9)=\mathbf{4}$

4

목표 | 분배법칙을 이용하여 유리수의 사칙계산을 할 수 있게 한다.

풀이 | (1) $12\times\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{3}\right)=12\times\frac{3}{4}-12\times\frac{1}{3}$

$=9-4=\mathbf{5}$

(2) $2.5\times1.3+2.5\times2.7=2.5\times(1.3+2.7)$

$=2.5\times4=\mathbf{10}$

1. 할머니가 호랑이에게 준 떡의 수를 표로 나타내면 다음과 같다.

할머니가 넘은 고개의 수(고개)	1	2	3	4	5	…
호랑이에게 준 떡의 수(개)	2×1	2×2	**2×3**	2×4	**2×5**	…

2. **1**의 표에 의하면 호랑이에게 준 떡의 수는 할머니가 넘은 고개의 수의 2배와 같으므로 □를 사용하여 식으로 나타내면 **2×□**이다.

본문 해설

❶ 탐구 활동에서는 숫자 대신 □라는 기호를 사용하고 있다. 그런데 □, △, ○ 등의 기호를 사용하여 서로 다른 다양한 종류의 대상을 모두 구별하여 나타내기 어려운 경우가 있다. 이렇게 수학적으로 구별되어야 할 다양한 대상을 편리하게 나타내기 위해 문자가 필요한 것이다.

본문 해설

❶ 문자를 사용하면 구체적인 값이 주어지지 않은 수량이나 일반적인 수를 나타낼 때 편리하다.

예를 들어 사과 한 개의 값을 1000원이라고 하면 사과 x개의 값은 $(1000\times x)$원으로 나타낼 수 있다. 이것은 사과의 개수에 따른 사과의 값을 모두 나타낼 수 있는 방법이다. 즉, 숫자를 사용하여 계산한 값은 특정한 경우의 값이지만 문자를 사용하면 일반적인 경우를 모두 나타낼 수 있다.

교과서 74 쪽

❶ 같이 문자를 사용하면 수량과 수량 사이의 관계를 식으로 간단히 나타낼 …다.

예제 1 다음을 문자를 사용하여 식으로 나타내어라.

(1) 승용차를 k대씩 실은 차량 운반차 5대에 실려 있는 승용차의 총 대수

(2) 200원짜리 연필 x자루와 100원짜리 지우개 한 개의 값

(3) 7장의 값이 a원인 우표 한 장의 값

● 풀이 (1) 차량 운반차 1대에 실려 있는 승용차의 수는 k대이므로, 차량 운반차 5대에 실려 있는 승용차의 총 대수는 $(5\times k)$대이다.

(2) 200원짜리 연필 x자루의 값은 $(200\times x)$원이고, 지우개 한 개의 값은 100원이므로 구하는 값은 $(200\times x+100)$원이다.

(3) 우표 7장의 값이 a원이므로 한 장의 값은 $(a\div 7)$원이다.

답 ● (1) $(5\times k)$대 (2) $(200\times x+100)$원 (3) $(a\div 7)$원

문제 1 다음을 문자를 사용하여 식으로 나타내어라.

(1) 한 시간에 70 km를 가는 자동차가 x시간 동안 간 거리

(2) 물통에 들어 있는 물 800 mL를 100 mL 들이의 컵에 가득 담아 y번 퍼내었을 때 물통에 남아 있는 물의 양

(3) 한 개의 무게가 150 g인 사과 x개와 200 g인 배 y개의 무게의 합

● 무게의 단위는 힘의 단위인 N(뉴턴)이지만 일상생활에서는 g(그램)이나 kg(킬로그램)을 사용하고 있다.

의사소통 일상생활에서 사용하고 있는 기호를 조사하고, 그 의미를 말하여 보자.

예 

목표| 주어진 문장을 문자를 사용하여 식으로 나타낼 수 있게 한다.

풀이| (1) 자동차가 한 시간 동안 70 km를 가므로 x시간 동안 간 거리는

$(70\times x)$ km

(2) 물을 컵으로 한 번씩 퍼낼 때마다 100 mL씩 물이 줄어들므로 남아 있는 물의 양은

$(800-100\times y)$ mL

(3) 150 g인 사과 x개의 무게는 $(150\times x)$ g

200 g인 배 y개의 무게는 $(200\times y)$ g

따라서 구하는 무게의 합은

$(150\times x+200\times y)$ g

참고| 문자식에서 자주 쓰이는 수량 식

- (거스름돈)=(낸 돈)−(물건값)
- (속력)$=\dfrac{(\text{거리})}{(\text{시간})}$

속력은 평균 속력을 의미한다.

의/사/소/통

|출제 의도| 일상생활 속에서 쓰이는 기호의 편리함을 알고, 문자를 사용한 식도 이와 같이 간편하게 나타내려는 것임을 알게 하려는 문제이다.

풀이| • 지도 기호

 ⇨ 비행장

 ⇨ 광산

• 교통 표지판

 ⇨ 도로 공사 중

 ⇨ 어린이 보호

 ⇨ 승용차 통행금지



⇨ 일시 정지

교과서 75 쪽

문자를 사용한 식을 어떻게 간단히 나타내는가?

창의력 기르기

차(茶) 이야기

전라남도 보성군은 "동국여지승람", "세종실록지리지" 등에 차의 자생지로 기록되어 있을 만큼 우리나라를 대표하는 차의 본고장이며, 녹차가 자라기 좋은 기후 환경을 가진 지역이다. 해마다 5월에 열리는 차 문화 축제인 '다향제'에는 많은 관광객들이 방문하여 축제를 즐긴다.



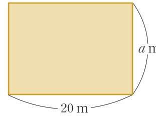
탐구 활동 가로의 길이가 20 m인 직사각형 모양의 차 만들기 체험장에 대하여 다음 물음에 답하여 보자.

1 세로의 길이가 10 m일 때, 차 만들기 체험장의 넓이를 구하여 보자.

2 세로의 길이가 a m일 때, 차 만들기 체험장의 넓이를 구하는 식을 써 보자.

가로의 길이가 20 m이고, 세로의 길이가 a m인 직사각형의 넓이는 $(20\times a)$ m^2 또는 $(a\times 20)$ m^2이다.

이때 $20\times a$와 $a\times 20$은 곱셈 기호 ×를 생략하여 $20a$로 간단히 나타낼 수 있다.



일반적으로 문자를 사용한 식에서 곱셈 기호를 생략하여 간단히 나타내는 방법은 다음과 같다.

$a\times 2$ → $2a$

❶ **기호의 생략**

(1) 수와 문자의 곱에서는 곱셈 기호 ×를 생략하고, 수를 문자 앞에 쓴다.

$$a\times 2=2a$$

(2) 문자와 문자의 곱에서는 곱셈 기호 ×를 생략하고, 보통 알파벳 순서로 쓴다.

$$y\times x=xy$$

(3) 같은 문자의 곱에서는 곱셈 기호 ×를 생략하고, 거듭제곱의 꼴로 나타낸다.

$$a\times a\times b\times b\times a=a^3b^2$$

❷ (1) 1 또는 −1과 문자의 곱에서는 다음과 같이 1을 생략한다.

$$1\times a=a,\ (-1)\times a=-a$$

(2) $0.1\times a$는 $0.a$로 쓰지 않고 $0.1a$로 쓴다.

창의력 기르기 참/고/자/료

우리나라 사람들이 언제부터 차를 마셨는지 정확하게 알려져 있지는 않으나 "삼국사기"에 따르면 신라 시대 흥덕왕(?~836) 때 당나라에 갔던 사신이 차씨를 가져와 지리산에 심은 후 널리 마시게 되었다고 한다. 통일 신라 시대에는 승려와 화랑들이 수행과 관련하여 차를 마신 것으로 전해지고 있다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 직사각형 모양의 체험장의 넓이를 구하여 문자를 사용한 식으로 나타내어 보게 하려는 것이다.

1. 세로의 길이가 10 m인 차 만들기 체험장의 넓이는

(가로의 길이)×(세로의 길이)$=20\times 10$

$=$**200**$(\mathbf{m^2})$

2. 세로의 길이가 a m인 차 만들기 체험장의 넓이는

(가로의 길이)×(세로의 길이)

$=$**$(20\times a)$ $\mathbf{m^2}$**

본문 해설

❶ 곱셈에서는 교환법칙이 성립하므로

$a\times 2=2\times a=2a$

이다. 또한 $a\times b$는 곱셈 기호를 생략하여 ab라고 쓴다. 즉, ab는 a와 b의 곱을 의미한다.

한편 두 문자의 곱과 달리 두 수의 곱에서는 곱셈 기호를 생략하지 않는다.

수와 마찬가지로 문자의 곱에서도 같은 문자의 곱은 거듭제곱의 꼴로 나타낼 수 있으므로 식이 매우 간단해진다.

❷ $1\times a=a\times 1=a$에서 알 수 있듯이 어떤 수에 1을 곱해도 결과는 그 수 자신이 된다. 따라서 문자 앞의 1은 생략할 수 있다.

그러나 $0.1\times a$는 $0.a$로 쓰지 않고 $0.1a$로 쓴다는 것을 주의해야 한다. 예를 들어 $0.1\times 15=1.5$이며, 이것은 0.15와 같지 않다.

지/도/자/료 기호의 생략

1. 기호를 생략할 수 있는 것은 곱셈 기호 ×이고 덧셈 기호 +는 생략할 수 없다. 그런데도 생략의 의미를 확대해서 생략하는 경우가 있다.

예를 들어 $3\times a+5$는 $3a+5$이지만, 덧셈 기호를 생략하고 $8a$로 답하지 않도록 지도해야 한다.

2. 거듭제곱은 같은 문자를 여러 번 곱한 것으로 같은 문자의 덧셈과 혼동하지 않도록 지도한다. 예를 들어

$a+a+a=3\times a=3a$

$a\times a\times a=a^3$

임을 알게 한다.

2

목표 | 곱셈 기호 ×를 생략하여 식을 나타낼 수 있게 한다.

풀이 | (1) $b\times3\times a=3\times a\times b=\mathbf{3ab}$

(2) $(a+b)\times(-2)=(-2)\times(a+b)$
$=\mathbf{-2(a+b)}$

(3) $2\times x\times5+y\times y=2\times5\times x+y\times y$
$=\mathbf{10x+y^2}$

(4) $x\times3\times x+y\times(-1)$
$=3\times x\times x+(-1)\times y$
$=\mathbf{3x^2-y}$

교과서 76 쪽

예 제 2 다음 식을 곱셈 기호 ×를 생략하여 나타내어라.

(1) $a\times2\times b$ (2) $x\times(-2)+y\times y$

● 풀이 (1) $a\times2\times b=2\times a\times b$
$=2ab$
(2) $x\times(-2)+y\times y=-2\times x+y\times y$
$=-2x+y^2$

답 ● (1) $2ab$ (2) $-2x+y^2$

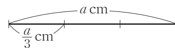
문 제 2 다음 식을 곱셈 기호 ×를 생략하여 나타내어라.

(1) $b\times3\times a$ (2) $(a+b)\times(-2)$
(3) $2\times x\times5+y\times y$ (4) $x\times3\times x+y\times(-1)$

괄호가 있는 식의 곱셈에서는 곱셈 기호를 생략하고, 수는 괄호 앞에 쓴다.
$(a+b)\times3=3(a+b)$

$a\div3$ → $\dfrac{a}{3}$

…면 길이가 a cm인 끈을 삼등분하면 하나의 길이는 $(a\div3)$ cm이다.
❶ …서 식 $a\div3$은 나눗셈 기호 ÷를 생략하여 …로 간단히 나타낼 수 있다.



또 $a\div3=a\times\frac{1}{3}=\frac{1}{3}a$이므로 $a\div3$은 $\frac{1}{3}a$로도 나타낼 수 있다.

일반적으로 문자를 사용한 식에서 나눗셈 기호를 생략하여 간단히 나타내는 방법은 다음과 같다.

나눗셈 기호의 생략
나눗셈에서는 나눗셈 기호 ÷를 생략하고, 분수의 꼴로 나타낸다.
$a\div b=\frac{a}{b}$ (단, $b\neq0$)

본문 해설

❶ 나눗셈 기호 ÷를 생략할 때에는 분수의 꼴로 나타낸다. 즉, $a\div b=\frac{a}{b}(b\neq0)$이다.
이것은 나눗셈을 곱셈으로 바꾼 후 곱셈 기호 ×를 생략하여 나타낸 것과 같다.
즉, $a\div b=a\times\frac{1}{b}=\frac{a}{b}(b\neq0)$이다.

지/도/자/료

$a\div bc$를 $a\div b\times c$로 생각하고 $\frac{ac}{b}$로 잘못 나타내는 경우가 있다. 그러나 $a\div bc$는 $a\div(bc)=a\div(b\times c)$를 뜻한다. 따라서 $a\div bc=\frac{a}{bc}$임을 알 수 있도록 지도한다.

한편

$a\div b\div c=a\times\frac{1}{b}\times\frac{1}{c}=\frac{a}{b}\times\frac{1}{c}=\frac{a}{bc}$

이고

$a\div(b\times c)=a\div(bc)=\frac{a}{bc}$

이므로

$a\div b\div c=a\div(b\times c)$

이다. 이때

$a\div(b\div c)=a\div\frac{b}{c}=a\times\frac{c}{b}=\frac{ac}{b}$

와 구별할 수 있게 한다.

읽/기/자/료 왜 미지수를 x로 표시할까?



미지수를 처음으로 x를 사용하여 나타낸 사람은 프랑스의 수학자 데카르트(Descartes, R.: 1596～1650)였다. 그 당시에는 미지수를 '미지의 그 무엇'이라고 풀어서 표현하였는데, 이것이 번거롭다고 생각한 데카르트는 그의 논문에서 '다음에는 미지의 그 무엇을 x라고 한다.'고 하였다. 이때부터 미지수를 x로 나타내기 시작하였다. 그런데 왜 하필 x였을까? 프랑스 어에는 x가 들어가는 단어가 많지 않아서 인쇄소에 x의 활자가 많이 남아 있었기 때문이었다.

교과서 77 쪽

예제 3 다음 식을 나눗셈 기호 ÷를 생략하여 나타내어라.

(1) $3\div x$ (2) $(a+b)\div 5$

● 풀이 (1) $3\div x=3\times\frac{1}{x}=\frac{3}{x}$

(2) $(a+b)\div 5=(a+b)\times\frac{1}{5}=\frac{a+b}{5}$

답 ● (1) $\frac{3}{x}$ (2) $\frac{a+b}{5}$

문제 3 다음 식을 나눗셈 기호 ÷를 생략하여 나타내어라.

(1) $x\div 7$ (2) $(x+1)\div y$

(3) $(-8)\div(a+b)$ (4) $a\div 4-b\div 6$

문제 4 다음 식을 기호 ×, ÷를 생략하여 나타내어라.

(1) $x\times 1+a\div y$ (2) $x\div 2\times x-3\times y$

(3) $a\times b\div(a+1)$ (4) $(a+b)\times 3+a\div 2\times b$



발전 문제 5 다음을 기호 ×, ÷를 생략한 식으로 나타내어라.

(1) 밑변의 길이가 a cm이고, 높이가 b cm인 삼각형의 넓이

(2) x원짜리 색연필 3자루와 y원짜리 노트 5권을 살 때 지불할 돈의 액수



의사소통 $\frac{x^2y}{2ab}$를 곱셈 기호와 나눗셈 기호를 사용하여 여러 가지 식으로 나타내어 보자.

3

목표| 나눗셈 기호 ÷를 생략하여 식을 나타낼 수 있게 한다.

풀이| (1) $x\div 7=x\times\frac{1}{7}=\mathbf{\frac{x}{7}}$

(2) $(x+1)\div y=(x+1)\times\frac{1}{y}=\mathbf{\frac{x+1}{y}}$

(3) $(-8)\div(a+b)=(-8)\times\frac{1}{a+b}=\mathbf{-\frac{8}{a+b}}$

(4) $a\div 4-b\div 6=\mathbf{\frac{a}{4}-\frac{b}{6}}$

4

목표| 곱셈 기호 ×와 나눗셈 기호 ÷를 생략하여 식을 나타낼 수 있게 한다.

풀이| (1) $x\times 1+a\div y=\mathbf{x+\frac{a}{y}}$

(2) $x\div 2\times x-3\times y=x\times\frac{1}{2}\times x-3\times y=\mathbf{\frac{1}{2}x^2-3y}$

(3) $a\times b\div(a+1)=a\times b\times\frac{1}{a+1}=\mathbf{\frac{ab}{a+1}}$

(4) $(a+b)\times 3+a\div 2\times b$

$=3\times(a+b)+a\times\frac{1}{2}\times b$

$=\mathbf{3(a+b)+\frac{1}{2}ab}$

5

목표| 문자를 사용하여 곱셈 기호 ×와 나눗셈 기호 ÷를 생략한 식으로 나타낼 수 있게 한다.

풀이| (1) 삼각형의 넓이를 구하는 식은 (밑변의 길이)×(높이)÷2이므로

$a\times b\div 2=a\times b\times\frac{1}{2}=\mathbf{\frac{1}{2}ab(cm^2)}$

(2) x원짜리 색연필 3자루의 값은 $3\times x=3x$(원)

y원짜리 노트 5권의 값은 $5\times y=5y$(원)

따라서 지불할 돈의 액수는 $\mathbf{(3x+5y)}$**원**

의/사/소/통

|출제 의도| 서로 다르게 표현된 식도 곱셈 기호와 나눗셈 기호를 생략하면 한 가지의 간단한 식으로 나타내어질 수 있음을 알게 하는 문제이다.

풀이| • $x\times x\times y\div 2\div a\div b$

• $(x\times x\times y)\div(2\times a\times b)$

• $\frac{1}{2}\times x\div a\div b\times x\times y$

이 밖에도 주어진 식을 나타내는 방법은 여러 가지가 있다.

지/도/자/료

곱셈 기호와 나눗셈 기호가 같이 있는 경우는 나눗셈 기호를 먼저 곱셈 기호로 고친 후 차례대로 생략하여 나타낼 수 있도록 한다.

예 $2\times a\div b=2\times a\times\frac{1}{b}=\frac{2a}{b}$

$2\div a\times b=2\times\frac{1}{a}\times b=\frac{2b}{a}$

1-2 식의 값

소단원 지도 목표

① 대입의 뜻을 알고, 식의 문자에 어떤 값을 대입하여 그 식의 값을 구할 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 식의 문자에는 가급적 간단한 수를 대입하여 복잡한 계산이 되지 않게 한다.

2. 문자에 수를 대입할 때에는 생략된 곱셈 기호와 나눗셈 기호를 다시 사용하여 계산하게 하고, 음수를 대입할 때에는 괄호를 사용하도록 한다.

새로 나온 용어와 기호

• 대입(代入, substitution)

교과서 78 쪽

1-2 식의 값

● 식의 값을 구할 수 있다.



식의 값을 어떻게 구하는가?

창의력 기르기 **내 키는 얼마나 클까?**

어린아이의 성장 정도에 비추어 어른이 되었을 때의 키를 예측하는 다양한 방법이 있다. 이 중 MPH(중간부모키, Mid-Parental Height)는 부모의 키를 바탕으로 최종 키를 예상하는 가장 간단한 방법이다. 구하는 방식은 부모의 키를 합한 값을 2로 나눈 다음 남자이면 6.5를 더하고 여자이면 6.5를 뺀다.



탐구 활동 **아버지의 키를 x cm, 어머니의 키를 y cm라고 할 때, 다음 물음에 답하여 보자.**

1 MPH를 이용하여 자기 자신의 예상되는 키를 구하는 식을 써 보자.

2 여자 중학생인 지현이는 아버지의 키가 175 cm이고 어머니의 키가 165 cm이다. 이때 지현이의 최종 키를 예상하여 보자.

탐구 활동 2에서 식 $\frac{x+y}{2}-6.5$의 문자 x에 175, y에 165를 넣어 계산하면

$$\frac{175+165}{2}-6.5=163.5(\text{cm})$$

가 된다.

● 문자에 수를 대입하여 얻은 값을 식의 값이라고 한다.

● 음수를 대입할 때에는 괄호를 사용한다.

와 같이 문자를 포함한 식에서 문자 대신에 수를 넣는 것을 **대입**한다고 한다.

❶ 식 $2x+6$의 문자 x에 -1을 대입하면 $2x+6=2\times(-1)+6=4$

따라서 $x=-1$일 때, 식 $2x+6$의 값은 4이다.

문제 다음을 구하여라.

(1) $x=2$일 때, 식 $3x+5$의 값　　(2) $x=-2$일 때, 식 $3-x^2$의 값

창의력 기르기 참/고/자/료

사람들은 흔히 '옛날 사람들은 지금보다 키가 작았을 거야.'라고 생각한다. 그러나 실제로 얼마 전 출토된 조선 육군 사령관 미라의 길이는 170 cm로 살아 생전에는 180 cm가 넘었을 것으로 추정되며, 경남에서 출토된 가야인의 성인 유골의 길이는 남자 167.4 cm, 여자 150.8 cm로 현재 우리나라 사람들의 평균 키보다 많이 작지 않다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 문자가 들어간 식을 만들고, 문자에 수를 대입하여 실제의 값을 알아보게 하려는 것이다.

1. 아버지의 키를 x cm, 어머니의 키를 y cm라고 할 때, 예상되는 최종 키는 다음과 같다.

남자의 경우: $\left(\frac{x+y}{2}+6.5\right)$ cm

여자의 경우: $\left(\frac{x+y}{2}-6.5\right)$ cm

2. 아버지의 키가 175 cm이고, 어머니의 키가 165 cm이므로 여자 중학생인 지현이의 최종 키는

$$\frac{175+165}{2}-6.5=163.5(\text{cm})$$

로 예상된다.

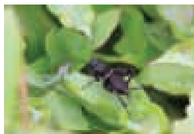
본문 해설

❶ 식에 포함된 문자에는 여러 가지 수를 대입할 수 있다. 즉, 양수뿐만 아니라 음수도 대입할 수 있는데 음수를 대입할 때에는 괄호를 사용하도록 한다.

$2x+6$
$=2\times(-1)+6$ ← 대입
$=4$ ← 식의 값



문제 2 귀뚜라미는 온도에 따라 우는 횟수가 달라지는데, 온도가 x ℃일 때 귀뚜라미는 1분 동안 $\left(\frac{36}{5}x-32\right)$회 운다고 한다. 온도가 25 ℃일 때, 귀뚜라미가 1분 동안 우는 횟수를 구하여라.



예제 1 $x=-2$, $y=5$일 때, 다음 식의 값을 구하여라.

(1) $2x-y$ (2) $\frac{x-1}{y}$

● 풀이 (1) $2x-y=2\times(-2)-5=-9$

(2) $\frac{x-1}{y}=\frac{-2-1}{5}=-\frac{3}{5}$

답 ● (1) -9 (2) $-\frac{3}{5}$

문제 3 $a=3$, $b=-2$일 때, 다음 식의 값을 구하여라.

(1) $-5a+b$ (2) $2a-3b$

(3) $\frac{6}{a}+\frac{b}{4}-3$ (4) $\frac{a^2+b^2}{b}$



문제 4 문제 3과 같이 식의 값을 구하는 문제를 만들고, 풀어 보아라.

창의 UP 길이가 30 cm인 양초가 1분에 x cm씩 일정한 속력으로 타고 있다. 양초에 불을 붙인 지 y분 후에 남은 양초의 길이를 x, y를 사용한 식으로 나타내어라. 또 $x=0.5$, $y=20$일 때, 남은 양초의 길이를 구하여라.



1

목표| 문자 x에 주어진 수를 대입하여 알맞은 식의 값을 구하게 한다.

풀이| (1) x에 2를 대입하여 식의 값을 구하면

$3x+5=3\times2+5=6+5=\mathbf{11}$

(2) x에 -2를 대입하여 식의 값을 구하면

$3-x^2=3-(-2)^2=3-4=\mathbf{-1}$

2

목표| 문자를 포함한 식의 문자에 수를 대입하여 식의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| 식 $\frac{36}{5}x-32$의 문자 x에 25를 대입하면

$\frac{36}{5}\times25-32=36\times5-32=180-32=148$

따라서 온도가 25 ℃일 때, 귀뚜라미는 1분 동안 **148회** 운다.

3

목표| 문자 a, b에 각각 3, -2를 대입하여 식의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) $-5a+b=-5\times3+(-2)$

$=(-15)+(-2)=\mathbf{-17}$

(2) $2a-3b=2\times3-3\times(-2)$

$=6-(-6)=6+6=\mathbf{12}$

(3) $\frac{6}{a}+\frac{b}{4}-3=\frac{6}{3}+\frac{-2}{4}-3$

$=2+\left(-\frac{1}{2}\right)+(-3)$

$=2+(-3)+\left(-\frac{1}{2}\right)$

$=(-1)+\left(-\frac{1}{2}\right)=\mathbf{-\frac{3}{2}}$

(4) $\frac{a^2+b^2}{b}=\frac{3^2+(-2)^2}{-2}$

$=\frac{9+4}{-2}=\mathbf{-\frac{13}{2}}$

4

|출제 의도| 식의 값을 구하는 문제를 만들고 풀어 봄으로써 식의 값의 개념을 확실히 이해하게 하기 위한 문제이다.

예시| $a=-1$, $b=2$일 때, 식 $\frac{2}{a}-\frac{4}{b}$의 값을 구하여라.

풀이| $\frac{2}{a}-\frac{4}{b}=\frac{2}{-1}-\frac{4}{2}=-2-2=-4$

창의 UP

|출제 의도| 주어진 내용을 문자를 사용한 식으로 나타내고 식의 값을 구함으로써 식의 값의 개념을 확실히 이해하게 하기 위한 문제이다.

풀이| y분 동안 타는 양초의 길이는 $(x\times y)$ cm이므로 남은 양초의 길이는 $30-x\times y=30-xy$(cm)

$30-xy$에 $x=0.5$, $y=20$을 대입하면

$30-xy=30-0.5\times20=20$(cm)

따라서 구하는 식은 $\mathbf{(30-xy)}$ **cm**이고 남은 양초의 길이는 **20 cm**이다.

1-3 일차식의 계산

소단원 지도 목표

① 다항식과 관련된 여러 가지 용어의 뜻을 알게 한다.
② 일차식과 수의 곱셈, 나눗셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있게 한다.
③ 동류항의 뜻을 알고, 동류항을 간단히 할 수 있게 한다.
④ 일차식의 덧셈과 뺄셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 구체적인 식을 통하여 다항식에서의 항, 계수, 상수항, 차수 등의 뜻을 알게 하고, 단항식은 다항식의 특수한 경우임을 이해하게 한다.

2. 일차식의 계산에서도 수의 계산과 마찬가지로 분배법칙이 적용됨을 알게 한다. 또 계수가 문자인 다항식은 다루지 않는다.

새로 나온 용어와 기호

- 항(項, term)
- 다항식(多項式, polynomial)
- 상수항(常數項, constant term)
- 계수(係數, coefficient)
- 단항식(單項式, monomial)
- 차수(次數, degree)
- 일차식(一次式, linear expression)
- 동류항(同類項, similar term)

교과서 80 쪽

1-3 일차식의 계산

● 일차식의 덧셈과 뺄셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.

다항식이란 무엇인가?

탐구 활동

●준비물
대수 타일

활동지 2

대수 타일은 타일의 길이와 넓이를 이용하여 식의 계산 과정을 알아보는 도구이다. 대수 타일에서 정사각형 ▬은 1, ▬은 -1, 직사각형 ▬은 x, ▬은 $-x$를 나타낸다.
예를 들어 식 $x-1$은 대수 타일을 이용하여 나타내면 ▬ ▬이다.
다음 물음에 답하여 보자.

1 다음을 식으로 나타내어 보자.



2 식 $-2x+3$을 대수 타일을 이용하여 나타내어 보자.

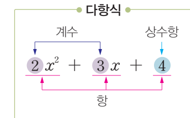
식 $2x+1$은 $2x$와 1의 합으로 이루어져 있다.

이때 $2x$, 1과 같이 수나 문자의 곱으로 이루어진 부분을 각각 $2x+1$의 **항**이라 하고, $2x+1$과 같이 하나 이상의 항의 합으로 이루어진 식을 **다항식**이라고 한다.

예를 들어 $2x^2+3x+4$는 세 개의 항

$$2x^2,\ 3x,\ 4$$

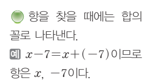
의 합으로 이루어진 다항식이다.



이때 4와 같이 수만으로 이루어진 항을 **상수항**이라 하고, $3x$와 같이 수와 문자의 곱으로 이루어진 항에서 문자에 곱해진 수 3을 x의 **계수**라고 한다.

한편 다항식 중에서 하나의 항으로만 이루어진 식을 **단항식**이라고 한다. 이를테면 x^2, $3a$, $-2x$는 모두 단항식이다.

항을 찾을 때에는 합의 꼴로 나타낸다.
예 $x-7=x+(-7)$이므로 항은 x, -7이다.



❶ 다항식 $2a+b-3$에서 항은 $2a$, b, -3이고, 상수항은 -3이다.
또 a의 계수는 2이고, b의 계수는 1이다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 대수 타일을 이용하여 다항식의 개념을 알게 하고, 다항식을 대수 타일로 나타내어 이해를 돕게 하려는 것이다.
준비물 • 대수 타일

1. x인 대수 타일이 3개, -1인 대수 타일이 2개 있으므로 이것을 식으로 나타내면 $\mathbf{3x-2}$이다.

2. $-2x+3$은 $-x$인 대수 타일이 2개, 1인 대수 타일이 3개 있어야 하므로 대수 타일로 나타내면 다음과 같다.



본문 해설

❶ $2a+b-3=2a+b+(-3)$이므로 다항식 $2a+b-3$에서 항은 $2a$, b, -3이다. 이때 이 식의 항을 $2a$, b, 3이라고 하지 않도록 주의한다.

참고| 계수를 생각할 때에는 어느 것의 계수인지가 분명해야 한다. 예를 들어 다항식 $7x^2-x$에서 x의 계수는 -1이고, x^2의 계수는 7이다.

문제 1

다음 다항식에서 항, 각 문자에 대한 계수, 상수항을 각각 말하여라.

(1) $-5x+3y$ (2) $2a+\frac{1}{3}b-c$

(3) $-\frac{p}{2}+q+7$ (4) $3-y+\frac{3z}{4}$

❶ $3\times a$이므로 문자 a가 한 개 곱해진 항이고 $3a^2$은 $3\times a\times a$이므로 문자 a 개 곱해진 항이다. 이와 같이 어떤 항에 포함되어 있는 문자의 곱해진 개수 문자에 대한 항의 **차수**라고 한다.

❷ 식에서 차수가 가장 큰 항의 차수를 그 다항식의 차수라고 하며, 특히 차수 인 다항식을 **일차식**이라고 한다.

예제 1

다음 다항식에서 문자가 포함되어 있는 항의 차수를 말하고, 일차식을 찾아라.

(1) $3x-5$ (2) $4x^2-x+1$

● 풀이 (1) 문자가 포함되어 있는 항은 $3x$이고, 이 항의 차수는 1이다.
또 차수가 가장 큰 항의 차수가 1이므로 이 다항식은 일차식이다.
(2) 문자가 포함되어 있는 항은 $4x^2$, $-x$이고, 이 항의 차수는 각각 2, 1이다. 또 차수가 가장 큰 항의 차수가 2이므로 이 다항식은 일차식이 아니다.

답 ● (1) $3x$의 차수: 1, 일차식이다.
(2) $4x^2$의 차수: 2, $-x$의 차수: 1, 일차식이 아니다.

문제 2

다음 중에서 일차식을 모두 찾아라.

㉠ $5a+3$	㉡ $\frac{x}{2}-6$	㉢ $1+0.8b$	㉣ $-\frac{1}{2}y^2+y$

1

목표| 다항식에서 항과 계수, 상수항을 찾을 수 있게 한다.

풀이| (1) 항: $\mathbf{-5x}$, $\mathbf{3y}$, x의 계수: $\mathbf{-5}$, y의 계수: $\mathbf{3}$

(2) $2a+\frac{1}{3}b-c=2a+\frac{1}{3}b+(-c)$

항: $\mathbf{2a}$, $\mathbf{\frac{1}{3}b}$, $\mathbf{-c}$

a의 계수: $\mathbf{2}$, b의 계수: $\mathbf{\frac{1}{3}}$, c의 계수: $\mathbf{-1}$

(3) 항: $\mathbf{-\frac{p}{2}}$, $\mathbf{q}$, $\mathbf{7}$

p의 계수: $\mathbf{-\frac{1}{2}}$, q의 계수: $\mathbf{1}$, 상수항: $\mathbf{7}$

(4) $3-y+\frac{3z}{4}=3+(-y)+\frac{3z}{4}$

항: $\mathbf{3}$, $\mathbf{-y}$, $\mathbf{\frac{3z}{4}}$

y의 계수: $\mathbf{-1}$, z의 계수: $\mathbf{\frac{3}{4}}$, 상수항: $\mathbf{3}$

본문 해설

❶ 차수는 문자의 곱해진 개수이므로 문자를 밑으로 하는 지수와 같다.

$7x^{②}$ ← 차수

참고| $x=x^1$이므로 x의 차수는 1이다.

❷ 일반적으로 일차식은 일차항과 상수항으로 이루어진 다항식으로 $ax+b$에서 $a\neq0$인 경우이다.

참고| $3x+2y-3$과 같은 다항식도 $3x$, $2y$가 모두 일차항이므로 일차식이다.

2

목표| 일차식의 뜻을 알고, 일차식을 찾을 수 있게 한다.

풀이| ㉠ 문자 a의 차수가 1이므로 일차식이다.
㉡ 문자 x의 차수가 1이므로 일차식이다.
㉢ 문자 b의 차수가 1이므로 일차식이다.
㉣ 차수가 가장 큰 항의 차수가 2이므로 일차식이 아니다.
따라서 차수가 가장 큰 항의 차수가 1인 일차식은 ㉠, ㉡, ㉢이다.

지/도/자/료 대수 타일

대수 학습에 이용되는 구체적 조작물인 대수 타일은 다항식의 연산 및 인수분해 도입에 유용한 수학 교구이다. 대수 타일은 학생들로 하여금 수 또는 식만으로 이루어진 계산 과정을 눈으로 보고 손으로 만지며 흥미롭게 학습하도록 도와준다.
대수 타일의 기본 아이디어는 고대 그리스의 피타고라스학파로부터 시작되었다고 한다. 그들은 수학적인 사실들을 기하적인 표현으로 이해하고 설명하였다.
대수 타일의 기본 세트는 다음 세 가지 유형으로 구성된다.
(1) 1과 -1을 나타내는 정사각형 모양의 타일(1×1 크기)
(2) x와 $-x$를 나타내는 직사각형 모양의 타일($1\times x$ 크기)
(3) x^2과 $-x^2$을 나타내는 정사각형 모양의 타일($x\times x$ 크기)

창의력 기르기 참/고/자/료

얇은 태양 전지 필름으로 만든 태양 돛은 태양광을 받아 우주선을 움직이는 장치이다. 태양 돛을 단 우주선은 시속 36만 km라는 엄청난 속력을 낼 수 있다. 이는 미국 우주 왕복선보다 약 10배나 빠르며 로스앤젤레스에서 뉴욕까지를 불과 약 1분여 만에 비행할 수 있는 속도이다.
태양 돛을 이용한 우주 탐사는 반영구적이며 우주 비행에 사용되는 연료를 절감할 수 있어 더욱 실용적이다. 게다가 우주 쓰레기 문제 또한 해결할 수 있을 것으로 보여 주목을 받고 있다.

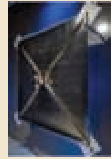
교과서 82 쪽

일차식과 수의 곱셈, 나눗셈을 어떻게 하는가?

창의력 기르기

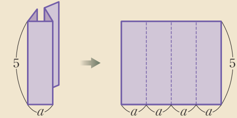
종이접기와 인공위성

종이는 쉽게 휘고 구겨지는 특성이 있어 일정한 규칙에 따라 접어 다양한 조형물을 만들 수 있다. 2010년 발사된 초소형 인공위성 '나노세일-D'는 가로 30 cm, 세로 10 cm, 높이 10 cm에 불과하지만 그 안에 가로, 세로의 길이가 각각 10 m나 되는 거대한 돛이 종이접기 기술로 접혀 있다. 이 돛은 두께가 약 0.0075 mm로 방패연처럼 펼쳐져 태양 빛을 받아 인공위성을 움직이게 한다.



탐구 활동

세로의 길이가 5인 직사각형 모양의 종이를 오른쪽 그림과 같이 일정한 폭으로 접었다가 다시 펴 보고, 물음에 답하여 보자.



1 종이를 접었을 때, 접힌 종이의 한 면의 넓이를 식으로 나타내어 보자.

2 종이를 폈을 때, **1**에서 얻은 식을 이용하여 종이 전체의 넓이를 식으로 나타내어 보자.

가로의 길이가 a, 세로의 길이가 5인 직사각형 4개의 넓이는 $5a\times4$이고, 이 식은 다음과 같이 간단히 나타낼 수 있다.

$$5a\times4=(5\times a)\times4=5\times a\times4$$
$$=5\times4\times a=20\times a=20a$$

❶ ...같이 단항식과 수를 곱할 때에는 수끼리 곱하여 문자 앞에 쓴다.

(1) $5x\times(-6)=5\times x\times(-6)=5\times(-6)\times x=-30x$

(2) $6\times\left(-\frac{1}{3}a\right)=6\times\left(-\frac{1}{3}\right)\times a=-2a$

문제 3 다음을 계산하여라.

(1) $3x\times(-2)$ (2) $\left(-\frac{2}{5}\right)\times(-3x)$

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 접힌 종이를 이용하여 일차식과 수의 곱셈, 나눗셈을 어떻게 하는지 알게 하려는 것이다.

1. 접힌 종이의 한 면의 가로의 길이는 a이고 세로의 길이는 5이므로 넓이는
$5\times a=\mathbf{5a}$

2. 종이 전체의 넓이는 접힌 종이의 한 면의 넓이의 4배와 같으므로
$\mathbf{5a\times4}$

본문 해설

❶ (단항식)×(수)는 문자의 계수와 수를 곱하여 계산한다. 이때 곱셈의 교환법칙과 결합법칙이 이용된다는 것을 알 수 있다.

예 $5x\times(-6)=5\times x\times(-6)$
$=5\times(-6)\times x$ ← 교환법칙
$=\{5\times(-6)\}\times x$ ← 결합법칙
$=-30\times x$
$=-30x$

3

목표 | 단항식과 수의 곱셈을 계산하여 간단히 나타낼 수 있게 한다.

풀이 | (1) $3x\times(-2)=3\times x\times(-2)$
$=3\times(-2)\times x=\mathbf{-6x}$

(2) $\left(-\frac{2}{5}\right)\times(-3x)=\left(-\frac{2}{5}\right)\times(-3)\times x=\mathbf{\frac{6}{5}x}$

기/초/력 향상 문제

다음을 계산하여라.

1 $2x\times3$

2 $\left(-\frac{5}{4}\right)\times(-2x)$

답 **1** $6x$ **2** $\frac{5}{2}x$

교과서 83 쪽

❶ ...배법칙
...$c)=ab+ac$
$(a+b)c=ac+bc$

일차식과 수의 곱셈은 다음과 같이 분배법칙을 이용하여 그 수를 일차식의 각 항에 곱하여 계산한다.

수의 계산에서와 마찬가지로 문자가 들어 있는 식의 계산에서도 분배법칙이 성립한다.

$$7(2x+3)=7\times 2x+7\times 3$$
$$=14x+21$$

보기 (1) $3(a+2)=3\times a+3\times 2=3a+6$
(2) $(2x-4)\times\frac{1}{2}=2x\times\frac{1}{2}-4\times\frac{1}{2}=x-2$

문제 4 다음을 계산하여라.

(1) $2(8x-3)$ (2) $-12\left(-\frac{1}{3}x+\frac{1}{6}\right)$

단항식을 수로 나눌 때에는 다음과 같이 나눗셈을 곱셈으로 바꾸어 계산한다.

$$20a\div 4=20a\times\frac{1}{4}=20\times\frac{1}{4}\times a$$
$$=5\times a=5a$$

보기 $12a\div(-3)=12a\times\left(-\frac{1}{3}\right)=12\times\left(-\frac{1}{3}\right)\times a=-4a$

문제 5 다음을 계산하여라.

(1) $8x\div(-7)$ (2) $6x\div\left(-\frac{3}{2}\right)$

❷ 을 수로 나눌 때에는 다음과 같이 나눗셈을 곱셈으로 바꾸어 계산한다.

$$(3x-12)\div 3=(3x-12)\times\frac{1}{3}$$
$$=3x\times\frac{1}{3}+(-12)\times\frac{1}{3}$$
$$=x-4$$

보기 $(8x+6)\div(-2)=(8x+6)\times\left(-\frac{1}{2}\right)=8x\times\left(-\frac{1}{2}\right)+6\times\left(-\frac{1}{2}\right)=-4x-3$

본문 해설

❶ 일차식과 수의 곱셈에서는 수에서의 분배법칙을 이용하여 계산한다.

$$a\times(b+c)=ab+ac$$
$$(a+b)\times c=ac+bc$$

4

목표| 분배법칙을 이용하여 일차식과 수의 곱셈을 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $2(8x-3)=2\times 8x+2\times(-3)$
$=16x+(-6)=\mathbf{16x-6}$

(2) $-12\left(-\frac{1}{3}x+\frac{1}{6}\right)$
$=(-12)\times\left(-\frac{1}{3}x\right)+(-12)\times\frac{1}{6}$
$=4x+(-2)=\mathbf{4x-2}$

5

목표| 단항식과 수의 나눗셈을 계산하여 간단히 나타낼 수 있게 한다.

풀이| (1) $8x\div(-7)=8x\times\left(-\frac{1}{7}\right)$
$=8\times\left(-\frac{1}{7}\right)\times x$
$=\mathbf{-\frac{8}{7}x}$

(2) $6x\div\left(-\frac{3}{2}\right)=6x\times\left(-\frac{2}{3}\right)$
$=6\times\left(-\frac{2}{3}\right)\times x=\mathbf{-4x}$

본문 해설

❷ 일차식과 수의 나눗셈에서는 나누는 수의 역수를 곱하고, 분배법칙을 이용하여 계산한다.

$$(a+b)\div c=(a+b)\times\frac{1}{c}$$
$$=a\times\frac{1}{c}+b\times\frac{1}{c}$$
$$=\frac{a}{c}+\frac{b}{c}$$

읽/기/자/료 중학교에서 자주 쓰이는 문자 기호

d: 거리를 나타내는 기호로 영어 distance의 첫 글자이다.
h: 높이를 나타내는 기호로 영어 height의 첫 글자이다.
S: 넓이를 나타내는 기호로 영어 square의 첫 글자이다.
V: 부피를 나타내는 기호로 영어 volume의 첫 글자이다.
P: 점을 나타내는 기호로 영어 point의 첫 글자이다.
r: 반지름을 나타내는 기호로 영어 radius의 첫 글자이다.

6

목표 | 분배법칙을 이용하여 일차식과 수의 나눗셈을 할 수 있게 한다.

풀이 | (1) $(9y-3)\div 3$

$=(9y-3)\times\dfrac{1}{3}$

$=9y\times\dfrac{1}{3}+(-3)\times\dfrac{1}{3}$

$=3y+(-1)$

$=\mathbf{3y-1}$

(2) $(5y-7)\div(-1)$

$=(5y-7)\times(-1)$

$=5y\times(-1)+(-7)\times(-1)$

$=\mathbf{-5y+7}$

교과서 84 쪽

문제 6 다음을 계산하여라.

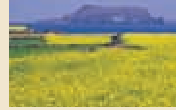
(1) $(9y-3)\div 3$ (2) $(5y-7)\div(-1)$

동류항이란 무엇인가?

창의력 기르기

유채

유채는 노란 꽃을 피우는 두해살이풀로 우리나라에서는 제주도를 비롯한 남부 지방에 주로 분포한다. 꽃이 피는 3～4월에는 다양한 축제가 열려 많은 사람들이 찾는다.



탐구 활동

태선이와 태민이는 오른쪽 그림과 같은 직사각형 모양의 유채꽃밭을 각각 가꾸고 있다. 다음 물음에 답하여 보자.



1 태선이와 태민이가 가꾸고 있는 유채꽃밭의 넓이를 각각 식으로 나타내어 보자.

2 1에서 구한 식을 이용하여 유채꽃밭의 전체 넓이를 식으로 나타내어 보자.

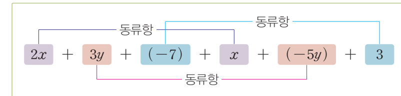
3 가로의 길이가 $3+2=5(\mathrm{m})$임을 이용하여 전체 꽃밭의 넓이를 구하여 보자.

탐구 활동 1에서 태선이와 태민이가 가꾸고 있는 꽃밭의 넓이는 각각 $3x$ m^2, … ^{2}이므로 꽃밭 전체의 넓이는 $(3x+2x)$ m^{2}이다.

❶ … $3x$, $2x$와 같이 문자와 차수가 서로 같은 항들을 그 문자에 대한 **동류항** … 한다.

보기 $2x+3y-7+x-5y+3$에서 문자 x에 대한 동류항은 $2x$, x, 문자 y에 대한 동류항은 $3y$, $-5y$, 상수항인 동류항은 -7, 3이다.

상수항끼리는 모두 동류항이다.



창의력 기르기 참/고/자/료

유채는 두해살이풀로 줄기의 길이는 80～130 cm 정도이고, 약 10 cm 길이의 꽃자루를 가진 홑꽃이 핀다. 3～4월에 열리는 각 지역의 다양한 유채꽃 축제에 관광객들이 많이 방문하여 관광 산업에 일조를 하고 있다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 꽃밭의 넓이를 이용하여 동류항의 개념을 도입하려는 것이다.

1. 태선이가 가꾸고 있는 꽃밭의 넓이는
$3\times x=\mathbf{3x(m^2)}$
태민이가 가꾸고 있는 꽃밭의 넓이는
$2\times x=\mathbf{2x(m^2)}$

2. 전체 꽃밭의 넓이는 두 꽃밭의 넓이를 더해야 하므로
$\mathbf{(3x+2x)\ m^2}$

3. 전체 꽃밭의 가로의 길이는 5 m이고, 세로의 길이는 x m이므로 전체 꽃밭의 넓이는
$5\times x=\mathbf{5x(m^2)}$

본문 해설

❶ 문자를 포함한 항에서 문자와 차수가 서로 같은 항을 동류항이라고 한다. 이때 문자에 대한 계수는 무관하다. 예를 들어 x^2과 $2x$는 문자만 같고 차수가 다르므로 동류항이 아니고, x^2과 $3y^2$은 차수만 같고 문자는 다르므로 동류항이 아니다.

교과서 85 쪽

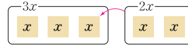
문제 7 다음 식에서 동류항을 말하여라.

(1) $3x+6-x$ (2) $5y+8+2y-3$

(3) $2a+\frac{a}{3}-2$ (4) $4a-3b-a+2b$

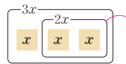
❶ $3x+2x$를 간단히 하면 다음과 같다.

$3x+2x=(3+2)x=5x$



마찬가지로 $3x-2x$를 간단히 하면 다음과 같다.

$3x-2x=(3-2)x=x$



분배법칙

$3x+2x=(3+2)x$

$3x-2x=(3-2)x$

이와 같이 동류항끼리의 덧셈 또는 뺄셈은 분배법칙을 이용하여 각 항의 계수의 합 또는 차에 그 동류항의 문자를 곱하면 된다.

예제 2 다음 식을 간단히 하여라.

(1) $-2a+3a$ (2) $3x-2-5x+4$

풀이 (1) $-2a+3a=(-2+3)a=a$

❷ (2) $3x-2-5x+4=3x-5x-2+4$
$=(3-5)x+(-2+4)$
$=-2x+2$

답 (1) a (2) $-2x+2$

문제 8 다음 식을 간단히 하여라.

(1) $6y-5-8y$ (2) $\frac{1}{2}x-\frac{3}{4}x$

(3) $7a-3+2a-4$ (4) $-2b+7+5b-6$

7

목표| 다항식에서 동류항을 찾을 수 있게 한다.

풀이| (1) **$3x$와 $-x$**

(2) **$5y$와 $2y$, 8과 -3**

(3) **$2a$와 $\frac{a}{3}$**

(4) **$4a$와 $-a$, $-3b$와 $2b$**

본문 해설

❶ 동류항끼리의 덧셈과 뺄셈은 분배법칙을 이용하여 간단히 할 수 있다.
$3x+2x$는 간단히 $5x$로 할 수 있으나 $3x+2$는 $3x$와 2가 동류항이 아니므로 더 이상 간단히 할 수 없다.

❷ 문자를 포함하지 않은 상수항끼리는 모두 동류항으로 보고 계산하도록 한다.

8

목표| 다항식에서 식을 간단히 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $6y-5-8y=6y-8y-5$
$=(6-8)y-5$
$=\mathbf{-2y-5}$

(2) $\frac{1}{2}x-\frac{3}{4}x=\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{4}\right)x$
$=\mathbf{-\frac{1}{4}x}$

(3) $7a-3+2a-4=7a+2a-3-4$
$=(7+2)a+(-3-4)$
$=\mathbf{9a-7}$

(4) $-2b+7+5b-6=-2b+5b+7-6$
$=(-2+5)b+(7-6)$
$=\mathbf{3b+1}$

지/도/자/료 동류항의 계산

문자를 포함한 식의 계산에서 $2x+3$을 $5x$로 답하는 경우가 많은데 이것은 상수항과 문자의 계수를 더하는 오류를 범했기 때문이다.

반면 $2x+3y$는 답을 쉽게 말하지 못하는 경우가 있다. 이때 문자가 들어 있는 식의 계산 결과는 수의 계산과 같이 하나의 값이 아니라 다항식 형태로 나타난다는 것을 이해하도록 지도한다. 즉, 문자가 다른 경우는 동류항이 아니므로 더 이상 계산하지 않는다는 것을 알게 한다.

또한 $2x+3x=5x^2$ 또는 $2x+3x=5$로 답하는 경우가 있다. 이때는 $2x+3x=(2+3)x=5x$와 같이 동류항의 계수를 괄호로 묶어 계산하도록 지도한다.

기/초/력 향상 문제

다음 중에서 동류항을 찾아 말하여라.

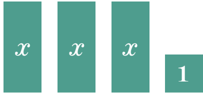
$$2x,\ -x^2,\ \frac{1}{3}y,\ 5y^2,\ x,\ -4y$$

답 $2x$와 x, $\frac{1}{3}y$와 $-4y$

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 대수 타일을 이용하여 다항식과 다항식의 덧셈을 이해하게 하려는 것이다.

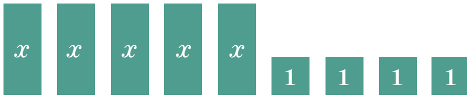
1. x인 대수 타일이 3개, 1인 대수 타일이 1개 있으므로 이것을 식으로 나타내면 $\mathbf{3x+1}$이다.



2. x인 대수 타일이 2개, 1인 대수 타일이 3개 있으므로 이것을 식으로 나타내면 $\mathbf{2x+3}$이다.



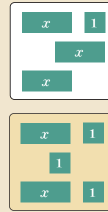
3. x인 대수 타일이 5개, 1인 대수 타일이 4개 있으므로 이것을 식으로 나타내면 $\mathbf{5x+4}$이다.



교과서 86 쪽

일차식의 덧셈과 뺄셈을 어떻게 하는가?

탐구 활동 두 개의 상자에 각각 다음과 같은 대수 타일이 들어 있다. 물음에 답하여 보자.





1 흰색 상자 속에 들어 있는 대수 타일을 x를 사용한 식으로 나타내어 보자.
2 노란색 상자 속에 들어 있는 대수 타일을 x를 사용한 식으로 나타내어 보자.
3 두 상자 속의 대수 타일을 모두 꺼내어 모았을 때, 대수 타일을 x를 사용한 식으로 나타내어 보자.



탐구 활동에서 흰색 상자와 노란색 상자 속에 들어 있는 대수 타일을 x를 사용한 식으로 나타내면 각각 $3x+1$, $2x+3$이다.

한편 두 상자 속의 대수 타일을 모두 꺼내어 모으면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$3x$ 1 + $2x$ 3

→ $3x+2x$ + $1+3$

→ $5x+4$

지/도/자/료

대수 타일을 문자를 사용한 식으로 나타내고, 대수 타일을 이용하여 일차식의 덧셈을 할 수 있게 한다.

대수 타일의 모양이 달라지면 함께 묶어 셀 수 없음을 구체적인 조작을 통해 알게 함으로써 다항식의 덧셈에서 동류항끼리만 계산이 가능함을 이해하게 한다.

읽/기/자/료 여러 가지 단위계

어떤 물리량을 측정할 때, 기준이 되는 일정량을 단위라고 한다. 단위는 어떤 양이든 임의로 크기를 약속할 수 있는데 단위를 여러 양에 대하여 각각 규정하면 이를 다룰 때 불편하므로 그 기본이 되는 몇 개의 단위를 정하여 사용한다. 이를 단위계라고 하는데 우리나라는 미터법이라고 부르는 SI단위계(International System of Units), cgs단위계(cm-gram-second)를 사용하고, 영국과 미국에서는 fps단위계(feet-pound-second)를 사용하고 있다.

다음의 표와 같이 서로 다른 단위를 같은 단위로 환산하는 방법을 통해 동류항끼리의 계산을 이해할 수 있다.

cm	m	in	ft
1	0.01	0.3937	0.03281
100	1	39.37	3.281
2.540	0.0254	1	0.08333
30.48	0.3048	12	1

교과서 87 쪽

❶ 식으로 나타내면 다음과 같다.

$$(3x+1)+(2x+3)=3x+1+2x+3$$
$$=3x+2x+1+3$$
$$=(3+2)x+(1+3)$$
$$=5x+4$$

$$\begin{array}{r} 3x+1 \\ +)\underline{2x+3} \\ 5x+4 \end{array}$$

이와 같이 두 일차식의 덧셈은 먼저 괄호를 풀고, 동류항끼리 모아서 간단히 한다.

문제 9 다음을 계산하여라.

(1) $(2x+5)+(x-3)$ (2) $(3x-4)+(1-x)$

(3) $(3a-2)+(5a+2)$ (4) $(-9a+3)+(9a-5)$

❷ 차식의 뺄셈은 수의 뺄셈에서와 마찬가지로 빼는 식의 각 항의 부호를 바 더한다.

예제 3 $(3x-4)-(2x+3)$을 계산하여라.

풀이 $(3x-4)-(2x+3)$
$=3x-4+(-2x-3)$
$=3x-4-2x-3$
$=3x-2x-4-3$
$=(3-2)x+(-4-3)$
$=x-7$

$$\begin{array}{r} 3x-4 \\ -)\underline{2x+3} \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 3x-4 \\ +)\underline{-2x-3} \\ x-7 \end{array}$$

답 $x-7$

문제 10 다음을 계산하여라.

(1) $(4x+6)-(2x+1)$ (2) $(x+2)-(4x-3)$

(3) $(a-2)-(5a+7)$ (4) $(2a-4)-(3-6a)$

본문 해설

❶ 두 일차식의 덧셈은 먼저 괄호를 풀고, 동류항을 찾아 정리하여 식을 간단히 한다.
단순한 일차식의 덧셈은 일차항과 상수항끼리의 합으로 계산되므로 세로 셈을 활용하여 간단히 계산할 수도 있다.

9

목표| 두 일차식의 덧셈을 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $(2x+5)+(x-3)=2x+5+x-3$
$=2x+x+5-3$
$=\mathbf{3x+2}$

(2) $(3x-4)+(1-x)=3x-4+1-x$
$=3x-x-4+1$
$=\mathbf{2x-3}$

(3) $(3a-2)+(5a+2)=3a-2+5a+2$
$=3a+5a-2+2$
$=\mathbf{8a}$

(4) $(-9a+3)+(9a-5)=-9a+3+9a-5$
$=-9a+9a+3-5$
$=\mathbf{-2}$

본문 해설

❷ 일차식의 덧셈과 뺄셈에서 괄호를 풀 때에는 괄호 앞에 있는 부호나 수에 주의해야 한다.
일차식의 뺄셈은 수의 뺄셈에서와 같이 빼는 식의 부호를 바꾸어 덧셈으로 고쳐 계산한다. 이것은 빼는 식의 괄호 앞에 있는 부호 $-$를 -1로 생각하여 그 일차식에 -1을 곱해 주는 것과 같다.

10

목표| 두 일차식의 뺄셈은 빼는 식의 각 항의 부호를 바꾸어 더할 수 있게 한다.

풀이| (1) $(4x+6)-(2x+1)$
$=4x+6-2x-1$
$=4x-2x+6-1$
$=\mathbf{2x+5}$

(2) $(x+2)-(4x-3)=x+2-4x+3$
$=x-4x+2+3$
$=\mathbf{-3x+5}$

$$\begin{array}{r} x+2 \\ -)\underline{4x-3} \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} x+2 \\ +)\underline{-4x+3} \\ -3x+5 \end{array}$$

(3) $(a-2)-(5a+7)=a-2-5a-7$
$=a-5a-2-7$
$=\mathbf{-4a-9}$

(4) $(2a-4)-(3-6a)=2a-4-3+6a$
$=2a+6a-4-3$
$=\mathbf{8a-7}$

$$\begin{array}{r} 2a-4 \\ -)\underline{3-6a} \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 2a-4 \\ -)\underline{-6a+3} \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 2a-4 \\ +)\underline{6a-3} \\ 8a-7 \end{array}$$

교과서 88 쪽

예 제 4 $2(x+4)+3(2x-5)$를 계산하여라.

● 풀이 분배법칙을 이용하여 괄호를 푼 다음 동류항끼리 모아서 간단히 하면

$2(x+4)+3(2x-5)=2x+8+6x-15$
$=2x+6x+8-15$
$=(2+6)x+(8-15)$
$=8x-7$

답 ● $8x-7$

문제 11 다음을 계산하여라.

(1) $3(2a-5)+(a-4)$　　(2) $4(-y-5)-(-3y+6)$

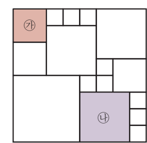
(3) $\frac{1}{3}(6b+9)+\frac{1}{2}(-8b-2)$　　(4) $\frac{3x+1}{2}-\frac{x-4}{3}$


문제 12 다음은 현수와 누나가 과수원에서 나눈 대화이다. 현수가 딴 사과의 개수를 x개라고 할 때, 물음에 답하여라.

현수: 누나가 나보다 사과 6개를 더 땄네.
누나: 그래? 그런데 어머니는 네가 딴 것의 5배를 따셨고, 아버지는 나와 어머니가 딴 것을 합한 개수보다 3개 적게 따셨어.

(1) 누나, 어머니, 아버지가 딴 사과의 개수를 x를 사용하여 식으로 나타내어라.
(2) 현수가 3개의 사과를 땄을 때, 현수네 가족 4명이 딴 사과의 개수의 합을 구하여라.


추론 오른쪽 그림은 크기가 다른 네 종류의 정사각형들을 이어 붙여서 새로운 정사각형을 만든 것이다. 정사각형 ㉮의 한 변의 길이가 a일 때, 정사각형 ㉯의 한 변의 길이를 a를 사용한 식으로 나타내어 보자.



11

목표| 괄호가 있는 다항식의 덧셈과 뺄셈은 분배법칙을 이용하여 괄호를 푼 다음 계산할 수 있게 한다.

풀이| (1) $3(2a-5)+(a-4)$
$=6a-15+a-4$
$=6a+a-15-4$
$=\mathbf{7a-19}$

(2) $4(-y-5)-(-3y+6)$
$=-4y-20+3y-6$
$=-4y+3y-20-6$
$=\mathbf{-y-26}$

(3) $\frac{1}{3}(6b+9)+\frac{1}{2}(-8b-2)$
$=2b+3-4b-1$
$=2b-4b+3-1$
$=\mathbf{-2b+2}$

(4) $\frac{3x+1}{2}-\frac{x-4}{3}$
$=\frac{1}{2}(3x+1)-\frac{1}{3}(x-4)$
$=\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}x+\frac{4}{3}$
$=\frac{3}{2}x-\frac{1}{3}x+\frac{1}{2}+\frac{4}{3}$
$=\frac{9-2}{6}x+\frac{3+8}{6}$
$=\mathbf{\frac{7}{6}x+\frac{11}{6}}$

12

목표| 대화를 읽고, 식으로 나타낸 후 가족이 딴 사과의 개수를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) • 누나가 딴 사과의 개수: $\mathbf{(x+6)}$**개**
• 어머니가 딴 사과의 개수: $5\times x=\mathbf{5x}$**(개)**
• 아버지가 딴 사과의 개수:
$(x+6)+5x-3=\mathbf{6x+3}$**(개)**

(2) 현수네 가족이 딴 사과의 개수는
$x+(x+6)+5x+(6x+3)$
$=x+x+6+5x+6x+3$
$=13x+9$(개)

따라서 $x=3$이므로 구하는 사과의 개수의 합은
$13\times3+9=\mathbf{48}$**(개)**

추/론

|출제 의도| 주어진 도형에서 길이 사이의 관계를 이해하고, 이를 식으로 나타내어 계산함으로써 일차식의 계산을 능숙하게 하기 위한 문제이다.

풀이| 가장 작은 정사각형의 한 변의 길이는 ㉮의 한 변의 길이의 절반이므로 $\frac{1}{2}a$이다.

따라서 ㉯의 한 변의 길이는 가장 작은 정사각형의 한 변의 길이의 3배이므로 $\frac{1}{2}a\times3=\frac{3}{2}a$이다.

교과서 89 쪽

중/단/원 기초

1 다음을 문자를 사용하여 식으로 나타내어라.

(1) a원짜리 물건을 하나 사고, 1000원을 내었을 때의 거스름돈

(2) 한 변의 길이가 b cm인 정사각형의 둘레의 길이

(3) 길이가 x m인 테이프를 삼등분하였을 때, 그중 하나의 길이

• 수와 문자의 곱에서는 곱셈 기호 ×를 생략하고 수를 문자 앞에 쓴다.
• 나눗셈에서는 나눗셈 기호 ÷를 생략하고 분수의 꼴로 나타낸다.

2 다음 식을 기호 ×, ÷를 생략하여 나타내어라.

(1) $x\times(-5)$ (2) $x\times x\times y$

(3) $x\div 4$ (4) $2\div(x-y)$

문자를 포함한 식에서 문자 대신에 수를 넣는 것을 대입한다고 하며, 문자에 수를 대입하여 얻은 값을 식의 값이라고 한다.

3 $x=5$일 때, 다음 식의 값을 구하여라.

(1) $7x$ (2) $3x+9$

(3) $-6x+4$ (4) $-x^2$

4 다음 다항식의 차수를 말하고, 일차식을 모두 찾아라.

㉠ $2x-3$	㉡ $-5x$	㉢ $4-x^2$	㉣ $\frac{2}{3}x-0.6$

5 다음을 계산하여라.

(1) $4x\times(-2)$ (2) $(-10x+15)\div 5$

(3) $4x+3x$ (4) $8x-6-5x-2$

3

목표| 문자에 수를 대입하여 식의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| x에 5를 대입하면

(1) $7x=7\times5=\mathbf{35}$

(2) $3x+9=3\times5+9=\mathbf{24}$

(3) $-6x+4=-6\times5+4=\mathbf{-26}$

(4) $-x^2=-5^2=\mathbf{-25}$

4

목표| 차수를 말하고, 일차식을 모두 찾을 수 있게 한다.

풀이| 각 다항식의 차수는 다음과 같다.

㉠ **1** ㉡ **1** ㉢ **2** ㉣ **1**

따라서 일차식인 것은 ㉠, ㉡, ㉣이다.

중/단/원 기초

1

목표| 문자를 사용하여 식으로 나타낼 수 있게 한다.

풀이| (1) 물건값은 a원이고, 낸 돈은 1000원이므로 거스름돈은 **(1000−a)원**

(2) 정사각형의 각 변의 길이는 모두 같으므로 둘레의 길이는 **$4b$ cm**

(3) 길이가 x m인 테이프를 삼등분하였으므로 그중 하나의 길이는 $\mathbf{\frac{x}{3}}$ **m**

2

목표| 기호 ×, ÷를 생략하여 나타낼 수 있게 한다.

풀이| (1) $x\times(-5)=\mathbf{-5x}$ (2) $x\times x\times y=\mathbf{x^2y}$

(3) $x\div4=\mathbf{\frac{x}{4}}$ (4) $2\div(x-y)=\mathbf{\frac{2}{x-y}}$

5

목표| 일차식의 계산을 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $4x\times(-2)=4\times(-2)\times x$

$=\mathbf{-8x}$

(2) $(-10x+15)\div5=(-10x+15)\times\frac{1}{5}$

$=-10x\times\frac{1}{5}+15\times\frac{1}{5}$

$=\mathbf{-2x+3}$

(3) $4x+3x=(4+3)x$

$=\mathbf{7x}$

(4) $8x-6-5x-2=8x-5x-6-2$

$=(8-5)x+(-6-2)$

$=\mathbf{3x-8}$

중/단/원 기본

1

목표| 직육면체의 부피와 겉넓이를 문자를 사용하여 식으로 나타낼 수 있게 한다.

풀이| (1) (직육면체의 부피)

$=(\text{가로의 길이})\times(\text{세로의 길이})\times(\text{높이})$

$=a\times b\times c=\boldsymbol{abc(\text{cm}^3)}$

(2) (직육면체의 겉넓이)

$=a\times b\times 2+b\times c\times 2+a\times c\times 2$

$=\boldsymbol{2ab+2bc+2ac(\text{cm}^2)}$

2

목표| 두 개의 문자에 각각 수를 대입하여 식의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| a, b에 각각 -1, 3을 대입하면

$\frac{a}{2}-\frac{1}{b}=\frac{-1}{2}-\frac{1}{3}=-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$

$=\left(-\frac{3}{6}\right)+\left(-\frac{2}{6}\right)=\boldsymbol{-\frac{5}{6}}$

3

목표| 주어진 사다리꼴의 넓이를 식으로 나타낸 후 식의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) $S=(a+b)\times h\div 2=\boldsymbol{\frac{1}{2}(a+b)h}$

(2) $S=\frac{1}{2}(a+b)h$에 $a=3$, $b=5$, $h=4$를 대입하면

$S=\frac{1}{2}\times(3+5)\times 4=\frac{1}{2}\times 8\times 4=\boldsymbol{16}$

4

목표| 다항식에 관한 여러 가지 용어의 뜻을 알게 한다.

풀이| (1) 항의 개수는 ㉠ 3개 ㉡ 2개 ㉢ 2개 ㉣ 2개

따라서 항이 2개인 다항식은 ㉡, ㉢, ㉣이다.

(2) y의 계수는 ㉠ 3 ㉡ 2 ㉢ -1 ㉣ $-\frac{1}{2}$

따라서 y의 계수가 가장 큰 식은 ㉠이다.

(3) 상수항은 ㉠ -7 ㉡ -2 ㉢ 0 ㉣ $\frac{3}{4}$

따라서 상수항이 0인 식은 ㉢이다.

(4) x에 관한 일차식은 ㉠이다.

교과서 90쪽

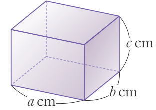
중/단/원 기본

문자의 사용

1 오른쪽 그림과 같이 가로의 길이가 a cm, 세로의 길이가 b cm, 높이가 c cm인 직육면체에 대하여 다음을 문자를 사용하여 나타내어라.

(1) 직육면체의 부피

(2) 직육면체의 겉넓이



식의 값

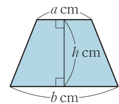
2 $a=-1$, $b=3$일 때, 식 $\frac{a}{2}-\frac{1}{b}$의 값을 구하여라.

식의 값

3 윗변의 길이가 a cm, 아랫변의 길이가 b cm, 높이가 h cm인 사다리꼴의 넓이를 $S\text{ cm}^2$라고 할 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) S를 a, b, h를 사용하여 식으로 나타내어라.

(2) $a=3$, $b=5$, $h=4$일 때, S의 값을 구하여라.



다항식

4 보기의 식 중에서 다음에 해당하는 식을 모두 찾아라.

보기: ㉠ $4x+3y-7$ ㉡ $2y-2$ ㉢ x^2-y ㉣ $-\frac{y}{2}+\frac{3}{4}$

(1) 항이 2개인 다항식

(2) y의 계수가 가장 큰 식

(3) 상수항이 0인 식

(4) x에 관한 일차식

일차식의 계산

5 다음을 계산하여라.

(1) $(8x-6)\times\frac{3}{2}$

(2) $(12-4y)\div\left(-\frac{4}{5}\right)$

(3) $4(-a+1)+(-3a+2)$

(4) $\frac{b}{2}-\frac{b+3}{3}$

5

목표| 일차식의 계산을 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $(8x-6)\times\frac{3}{2}=8x\times\frac{3}{2}-6\times\frac{3}{2}=\boldsymbol{12x-9}$

(2) $(12-4y)\div\left(-\frac{4}{5}\right)=(12-4y)\times\left(-\frac{5}{4}\right)$

$=12\times\left(-\frac{5}{4}\right)+(-4y)\times\left(-\frac{5}{4}\right)$

$=\boldsymbol{-15+5y}$

(3) $4(-a+1)+(-3a+2)=-4a+4-3a+2$

$=-4a-3a+4+2$

$=\boldsymbol{-7a+6}$

(4) $\frac{b}{2}-\frac{b+3}{3}=\frac{3b-2(b+3)}{6}$

$=\frac{3b-2b-6}{6}$

$=\boldsymbol{\frac{b-6}{6}}$

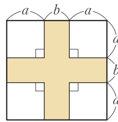
교과서 91 쪽

중/단/원 실력

1 길이가 x m인 줄을 y m씩 네 번 끊어 쓰고, 남은 줄을 길이가 같게 세 조각으로 나누었다. 한 조각의 길이를 문자를 사용하여 식으로 나타내어라.

• 색칠한 부분을 작은 사각형으로 나누어 생각한다.

2 오른쪽 정사각형에서 색칠한 부분의 넓이를 문자를 사용하여 식으로 나타내어라.

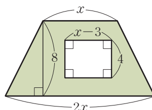


3 $x=-2$, $y=\frac{1}{2}$일 때, 식 $\frac{2x^2-5y^2}{x^2y}$의 값을 구하여라.

4 식 $\left(\frac{x+2}{3}-\frac{5x-7}{2}\right)\div\frac{1}{6}$을 간단히 하여 $ax+b$의 꼴로 나타내었을 때, $a+b$의 값을 구하여라.

• 색칠한 부분의 넓이는 사다리꼴의 넓이에서 직사각형의 넓이를 빼면 된다.

5 오른쪽 사다리꼴에서 색칠한 부분의 넓이를 문자를 사용하여 간단히 나타내어라.



중/단/원 실력

1

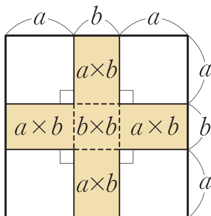
목표| 주어진 문장에서 수량 사이의 관계를 이해하고, 줄 한 조각의 길이를 문자를 사용하여 식으로 나타낼 수 있게 한다.

풀이| 남은 줄의 길이는 $x-4\times y=x-4y$(m)
남은 줄을 삼등분하였으므로 한 조각의 길이는
$(x-4y)\div 3=\boldsymbol{\frac{x-4y}{3}}$ **(m)**

2

목표| 색칠한 부분의 넓이를 문자를 사용하여 식으로 나타낼 수 있게 한다.

풀이| 색칠한 부분을 오른쪽 그림과 같이 나누면 구하는 넓이는
$a\times b\times 4+b\times b=\boldsymbol{4ab+b^2}$



3

목표| 복잡한 식에서 식의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| $\frac{2x^2-5y^2}{x^2y}$

$=\frac{2\times(-2)^2-5\times\left(\frac{1}{2}\right)^2}{(-2)^2\times\frac{1}{2}}$

$=\frac{2\times 4-\left\{(+5)\times\frac{1}{4}\right\}}{4\times\frac{1}{2}}$

$=\frac{8-\left(+\frac{5}{4}\right)}{2}=\frac{27}{4}\div 2=\boldsymbol{\frac{27}{8}}$

4

목표| 식을 간단히 하여 $ax+b$의 꼴로 나타내었을 때, $a+b$의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| $\left(\frac{x+2}{3}-\frac{5x-7}{2}\right)\div\frac{1}{6}$

$=\left(\frac{x+2}{3}-\frac{5x-7}{2}\right)\times 6$

$=2(x+2)-3(5x-7)$

$=2x+4-15x+21$

$=-13x+25$

따라서 $a=-13$, $b=25$이므로
$a+b=\boldsymbol{12}$

5

목표| 도형에서 색칠한 부분의 넓이를 간단한 식으로 나타낼 수 있게 한다.

풀이| (색칠한 부분의 넓이)
=(사다리꼴의 넓이)−(직사각형의 넓이)
$=(x+2x)\times 8\div 2-(x-3)\times 4$
$=3x\times 8\times\frac{1}{2}-4x+12$
$=12x-4x+12$
$=\boldsymbol{8x+12}$

2 일차방정식

중단원을 시작하며

이번 중단원에서는 다음 내용을 지도한다.

① 등식의 뜻을 알게 한다.
② 방정식에서 미지수와 해의 뜻을 알게 한다.
③ 방정식과 항등식의 차이를 알게 한다.
④ 등식의 성질을 이해하고, 활용할 수 있게 한다.
⑤ 일차방정식의 뜻을 알게 한다.
⑥ 일차방정식을 풀 수 있게 한다.
⑦ 일차방정식을 활용하여 다양한 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

중단원의 구성

소단원명	지도 내용
2-1 방정식과 항등식	등식
	방정식
2-2 일차방정식의 풀이	등식의 성질
	일차방정식
	일차방정식의 풀이
	일차방정식의 활용
수준별 학습	중단원 확인 학습 문제

교과서 92 쪽

2 일차방정식



준 | 비 | 학 | 습

식의 값
문자를 포함한 식에서 문자 대신에 수를 넣는 것을 대입한다고 하며, 문자에 수를 대입하여 얻은 값을 식의 값이라고 한다.

1 $x=-2$일 때, 다음 식의 값을 구하여라.

(1) $3x$　(2) $x+2$
(3) $-x+1$　(4) $-x^2$

일차식과 수의 곱셈
분배법칙을 이용하여 그 수를 일차식의 각 항에 곱하여 계산한다.

2 다음을 계산하여라.

(1) $2(x+1)$　(2) $3(x-2)$
(3) $-4(x-2)$　(4) $-5(-x+4)$

동류항의 계산
동류항끼리의 덧셈 또는 뺄셈은 분배법칙을 이용하여 각 항의 계수의 합 또는 차에 그 동류항의 문자를 곱하면 된다.

3 다음 식을 간단히 하여라.

(1) $4x-2x$　(2) $-3x+5x$
(3) $-3x+1+3x-1$　(4) $-6x+3+4x-3$

일차식의 덧셈과 뺄셈
• 일차식의 덧셈은 동류항끼리 모아서 간단히 한다.
• 일차식의 뺄셈은 빼는 식의 각 항의 부호를 바꾸어 더한다.

4 다음을 계산하여라.

(1) $(4a-2)+(2a-5)$　(2) $(2a-7)-(7-a)$

준비 학습의 해설

1

목표| $x=-2$를 대입하여 식의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) $3x=3\times(-2)=\mathbf{-6}$

(2) $x+2=(-2)+2=\mathbf{0}$

(3) $-x+1=-(-2)+1=2+1=\mathbf{3}$

(4) $-x^2=-(-2)^2=\mathbf{-4}$

2

목표| 분배법칙을 이용하여 식을 계산할 수 있게 한다.

풀이| (1) $2(x+1)=\mathbf{2x+2}$

(2) $3(x-2)=\mathbf{3x-6}$

(3) $-4(x-2)=\mathbf{-4x+8}$

(4) $-5(-x+4)=\mathbf{5x-20}$

3

목표| 동류항끼리의 덧셈 또는 뺄셈을 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $4x-2x=\mathbf{2x}$

(2) $-3x+5x=\mathbf{2x}$

(3) $-3x+1+3x-1=\mathbf{0}$

(4) $-6x+3+4x-3=\mathbf{-2x}$

4

목표| 일차식의 계산을 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $(4a-2)+(2a-5)=4a+2a-2-5$
$=\mathbf{6a-7}$

(2) $(2a-7)-(7-a)=2a-7-7+a$
$=2a+a-7-7$
$=\mathbf{3a-14}$

2-1 방정식과 항등식

● 등식을 알고, 다양한 상황을 이용하여 방정식과 그 해의 의미를 이해한다.

등식이란 무엇인가?

탐구 활동 **사과의 개수를 x개라고 할 때, 다음 물음에 답하여 보자.**

1 사과와 배의 개수의 합이 30일 때, 배의 개수를 x를 사용한 식으로 나타내어 보자.

2 배의 개수가 사과의 개수보다 2개 많을 때, 배의 개수를 x를 사용한 식으로 나타내어 보자.

3 **1**, **2**에서 구한 배의 개수가 서로 같을 때, 이를 식으로 나타내어 보자.



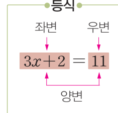
탐구 활동 1에서 구한 배의 개수는 $30-x$, 탐구 활동 2에서 구한 배의 개수는 $x+2$이고, 그 값이 같을 때 이를 등호를 사용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$30-x=x+2$$

이와 같이 등호 =를 사용하여 두 수 또는 두 식이 같음을 나타낸 식을 **등식**이라고 한다.

❶ $2\times(3+4)=2\times3+2\times4$는 등식이다.
$3x+2=11$은 등식이다.
$-1<4$는 등식이 아니다.

(참고) 등식에서 등호의 왼쪽 부분을 좌변, 오른쪽 부분을 우변이라 하고, 좌변과 우변을 통틀어 양변이라고 한다.



문제 다음을 등식으로 나타내어라.

(1) 어떤 수 x의 2배에 4를 더하면 12이다.
(2) 어떤 수 x를 5로 나눈 수에서 2를 뺀 것은 6이다.
(3) 한 자루에 x원 하는 연필 3자루의 값은 1500원이다.
(4) 사탕 100개를 x개씩 포장했더니 6묶음이 되고 10개가 남았다.

새로 나온 용어와 기호

- 등식(等式, equality)
- 방정식(方程式, equation)
- 미지수(未知數, unknown)
- 해(解, solution)
- 근(根, root)
- 항등식(恒等式, identity)

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 문자가 들어간 식을 등호를 사용하여 나타내어 봄으로써 등식을 알게 하려는 것이다.

1. (사과의 개수)+(배의 개수)=30이므로 배의 개수는 $\mathbf{30-x}$

2. 사과의 개수가 x개이므로 배의 개수는 $\mathbf{x+2}$

3. $\mathbf{30-x=x+2}$

2-1 방정식과 항등식

소단원 지도 목표

① 등식을 알고, 다양한 상황을 이용하여 방정식과 그 해의 의미를 이해하게 한다.
② 방정식과 항등식의 차이를 알게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 구체적인 예를 통하여 문제 상황을 등식으로 나타내는 과정을 충분히 연습하게 한다. 이때 좌변, 우변, 양변 용어는 교수 학습 상황에서 다루어질 수 있다.

2. 방정식의 의미는 다양한 상황을 통해 도입한다. 주변에서 생기는 문제를 방정식으로 나타내고 이를 해결함으로써 방정식이 우리 생활과 밀접한 관계가 있음을 깨닫게 한다.

본문 해설

❶ 수나 식의 참, 거짓에 관계없이 등호 =를 사용하여 나타낸 식은 모두 등식이다. 이때 구체적인 예를 통하여 등식을 이해하도록 한다.

목표| 주어진 문장을 등식으로 나타낼 수 있게 한다.

풀이| (1) 어떤 수 x에 2배를 하면 $2x$, 여기에 4를 더하면 $2x+4$이고 그 값이 12이므로 $\mathbf{2x+4=12}$

(2) 어떤 수 x를 5로 나누면 $\frac{x}{5}$, 여기에서 2를 빼면 $\frac{x}{5}-2$이고 그 값이 6이므로 $\mathbf{\frac{x}{5}-2=6}$

(3) 한 자루에 x원 하는 연필 3자루의 값은 $3x$원이고 그 값이 1500원이므로 $\mathbf{3x=1500}$

(4) 사탕을 x개씩 6묶음을 포장하면 $6x$개이고, 10개가 남았으므로 사탕은 $(6x+10)$개이다. 이때 사탕은 모두 100개이므로 $\mathbf{6x+10=100}$

창의력 기르기 참/고/자/료

“린드 파피루스”는 1858년 스코틀랜드의 고고학자 헨리 린드가 이집트 룩소르 시장에서 낡은 파피루스 한 장을 구입하면서 발견되었다. 파피루스는 람세스 2세의 장제전에서 도굴된 것이었는데 수년 뒤 고대 이집트 어가 해독되면서 여기에 담긴 내용이 밝혀졌다. 파피루스에는 피라미드 높이를 정하는 법, 토지 측량, 노동자에게 급료를 나누어 주는 방법 등 84개의 문항이 적혀 있다. 또 서문에는 다음과 같이 쓰여 있다.

‘수학은 세상의 모든 지식의 문으로 들어가는 열쇠이다.’

탐구 활동의 이해

활동 목표 • “린드 파피루스”에 나온 문제를 이용하여 방정식을 만들고, 방정식의 해의 개념을 알게 하려는 것이다.

1. (아하)$\times 3+2=11$

2. (아하)$+$(아하)$\times\frac{1}{7}=24$에서 ‘아하’를 자연수라고 생각하면 ‘아하’는 7의 배수이다.

(아하)$=7$이면 $7+7\times\frac{1}{7}=8\neq 24$

(아하)$=14$이면 $14+14\times\frac{1}{7}=16\neq 24$

(아하)$=21$이면 $21+21\times\frac{1}{7}=24$

따라서 ‘아하’는 **21**이다.

교과서 94 쪽

방정식이란 무엇인가?

창의력 기르기

린드 파피루스

“린드 파피루스”는 기원전 1650년경에 만들어진 것으로 추정되는 세계에서 가장 오래된 수학 책이다. 이 책에 실린 85개의 수학 문제 중에는 알지 못하는 값인 ‘아하’를 구하는 ‘아하 문제’가 포함되어 있다.





탐구 활동

다음 물음에 답하여 보자.

1 다음을 식으로 나타내어 보자.

‘아하’의 3배에 2를 더하면 11이다.

2 다음은 “린드 파피루스”에 실려 있는 문제이다. 이때 ‘아하’에 여러 가지 수를 대입하여 ‘아하’를 구하여 보자.

‘아하’와 ‘아하’의 $\frac{1}{7}$의 합은 24이다.



미지수를 x로 처음 나타낸 사람은 프랑스의 데카르트(Descartes, R.: 1596~1650)이다.

❶ [illegible] 활동 1에서 ‘아하’를 x라고 하면 등식 $3x+2=11$은 [illegible]이면 참이 되고, $x=2$이면 거짓이 된다.

$3x+2=11$ (미지수: x)

이와 같이 x의 값에 따라 참이 되기도 하고, 거짓이 되기도 하는 등식을 x에 대한 **방정식**이라고 한다. 이때 문자 x를 **미지수**라 하고, 방정식을 참이 되게 하는 미지수 x의 값을 그 방정식의 **해** 또는 **근**이라고 한다. 또 방정식의 해를 구하는 것을 방정식을 푼다고 한다.

문제 2 다음 방정식 중에서 해가 2인 것을 찾아라.

㉠ $x+3=6$　㉡ $3x=9$

㉢ $2x-3=1$　㉣ $3x+1=5$

본문 해설

❶ 등식에는 참인 등식과 거짓인 등식, 참 · 거짓을 말할 수 없는 등식이 있다. 좌변과 우변의 값이 같을 때에는 참이고, 다를 때에는 거짓이다. 반면 미지수 x의 값에 따라 좌변과 우변의 값이 같을 때도 있고 다를 때도 있으면 참과 거짓을 말할 수 없다. 이러한 등식을 x에 대한 방정식이라고 한다.

예를 들어 $3x+2=11$은 $x=3$일 때만 참이고, 그 외의 모든 수에 대해서는 거짓이다.

방정식을 푼다는 것은 그 방정식을 참이 되게 하는 미지수를 구한다는 뜻이다.

2

목표 | 미지수 x에 2를 대입하여 참이 되는 방정식을 찾을 수 있게 한다.

풀이 | x에 2를 대입하면

㉠ $2+3\neq 6$이므로　거짓

㉡ $3\times 2\neq 9$이므로　거짓

㉢ $2\times 2-3=1$이므로　참

㉣ $3\times 2+1\neq 5$이므로　거짓

따라서 해가 2인 방정식은 ㉢이다.

교과서 95 쪽

예 제 1 $-1,\ 0,\ 1$ 중에서 방정식 $3x-2=1$의 해가 되는 것을 찾아라.

풀이 $x=-1$일 때 $3\times(-1)-2=-5\neq1$

$x=0$일 때 $3\times0-2=-2\neq1$

$x=1$일 때 $3\times1-2=1=1$

따라서 방정식 $3x-2=1$은 $x=1$일 때 참이 되므로 이 방정식의 해는 1이다.

답 ● 1

참고 $3x-2=1$의 해가 1인 것을 '$x=1$'로 나타낸다.

문제 3 $-1,\ 0,\ 1,\ 2$ 중에서 다음 방정식의 해가 되는 것을 찾아라.

(1) $4x+1=9$　　(2) $-x+3=x+5$

이 $x+2x=3x$는 x에 어떤 값을 대입하여도 항상 참이 된다.

❶ 같이 x가 어떤 값을 가지더라도 항상 참이 되는 등식을 x에 대한 **항등식** 이라고 한다.

어떤 식이 항등식임을 확인할 때에는 등식의 좌변 또는 우변을 간단히 정리하여 양변의 식이 같은지를 확인한다.

문제 4 다음 등식 중에서 x에 대한 항등식을 모두 찾아라.

㉠ $3x+2=8$	㉡ $4-x=5x$
㉢ $1-(-x)=4+x-3$	㉣ $x-2=2(x-1)-x$



문제 5 문제 4와 같이 항등식을 찾는 문제를 만들고, 풀어 보아라.

본문 해설

❶ 항등식은 등식 중에서 미지수 x에 어떤 수를 대입하여도 항상 참이 되는 식이다. 항등식의 좌변과 우변을 정리하여 비교하면 같은 식임을 알 수 있다.

4

목표| 항등식을 모두 찾을 수 있게 한다.

풀이| ㉢ 좌변: $1-(-x)=1+x$

우변: $4+x-3=1+x$

양변의 식이 같으므로 항등식이다.

㉣ 좌변: $x-2$

우변: $2(x-1)-x=2x-2-x$

$=2x-x-2$

$=x-2$

양변의 식이 같으므로 항등식이다.

따라서 항등식인 것은 ㉢, ㉣이다.

3

목표| 방정식의 미지수에 주어진 값을 대입하여 해를 찾을 수 있게 한다.

풀이| (1) $x=-1$일 때 $4\times(-1)+1=-3\neq9$

$x=0$일 때 $4\times0+1=1\neq9$

$x=1$일 때 $4\times1+1=5\neq9$

$x=2$일 때 $4\times2+1=9=9$

따라서 방정식 $4x+1=9$의 해는 $\boldsymbol{x=2}$이다.

(2) $x=-1$일 때 $-(-1)+3=-1+5$

$x=0$일 때 $-0+3\neq0+5$

$x=1$일 때 $-1+3\neq1+5$

$x=2$일 때 $-2+3\neq2+5$

따라서 방정식 $-x+3=x+5$의 해는 $\boldsymbol{x=-1}$이다.

5

|출제 의도| 항등식을 찾는 문제를 만들고 풀어 봄으로써 항등식에 대한 이해를 돕기 위한 문제이다.

예시| 다음 등식 중에서 x에 대한 항등식을 찾아라.

㉠ $x-x=5-7$

㉡ $-(3x-1)=-3x-1$

㉢ $2(9x-4)=-8+7x$

㉣ $6-3x=x-4x+6$

풀이| ㉠ 좌변: $x-x=0$

우변: $5-7=-2$

㉡ 좌변: $-(3x-1)=-3x+1$

우변: $-3x-1$

㉢ 좌변: $2(9x-4)=18x-8$

우변: $-8+7x=7x-8$

㉣ 좌변: $6-3x=-3x+6$

우변: $x-4x+6=-3x+6$

따라서 항등식인 것은 좌변과 우변이 같은 ㉣이다.

2-2 일차방정식의 풀이

소단원 지도 목표

① 등식의 성질을 이해하고, 이를 이용하여 방정식을 풀 수 있게 한다.
② 일차방정식의 뜻을 알게 한다.
③ 이항의 뜻을 알고, 이를 이용하여 방정식을 풀 수 있게 한다.
④ 계수가 소수나 분수인 일차방정식을 풀 수 있게 한다.
⑤ 일차방정식을 활용하여 다양한 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 등식의 양변에 같은 수를 더하거나 양변에서 같은 수를 빼거나 양변에 같은 수를 곱하거나 양변을 0이 아닌 같은 수로 나누어도 등식이 성립함을 이해하게 한다. 또 이 성질을 활용하여 방정식의 해를 구할 수 있게 한다.

2. 방정식의 해가 문제의 의도에 맞는지 확인하게 한다. 그리고 방정식에서 자신의 풀이 방법을 설명할 수 있게 한다.

교과서 96 쪽

2-2 일차방정식의 풀이

- 등식의 성질을 이해하고, 일차방정식을 풀 수 있다.
- 일차방정식을 활용하여 다양한 실생활 문제를 해결할 수 있다.

등식의 성질이란 무엇인가?

창의력 기르기

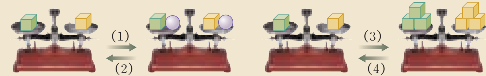
정의의 여신상

그리스 신화에 나오는 정의의 여신 디케(Dike)는 왼손에는 저울을, 오른손에는 칼을 들고 있다. 저울은 법의 형평성을 나타내며, 칼은 그 법을 엄정하게 집행하겠다는 의미이다. 우리나라의 대법원에도 대법정 출입문 위에 정의의 여신상이 있는데 오른손에는 저울을, 왼손에는 법전을 들고 앉아 있다. 또한 우리나라의 전통 의복을 입어 한국적인 모습을 보여 준다.



탐구 활동

다음 각각의 그림에서 접시저울의 양쪽 접시에 같은 무게의 물체를 올려놓았더니 평형을 이루었다. 물음에 답하여 보자.



1 (1), (2), (3), (4)의 실험에서 무엇을 알 수 있는지 말하여 보자.

탐구 활동에서 수평을 이루는 접시저울의 양쪽 접시에 같은 무게의 물체를 더 올려놓거나 내려놓아도 양쪽의 무게는 다시 같아진다. 접시저울이 수평을 이루는 것은 양쪽의 무게가 같다는 것이므로 양변이 같음을 나타내는 등식에서도 이와 같은 성질이 성립한다.

즉, 등식의 양변에 같은 수를 더하거나 등식의 양변에서 같은 수를 빼어도, 또 등식의 양변에 같은 수를 곱하거나 등식의 양변을 0이 아닌 같은 수로 나누어도 등식은 성립한다.

새로 나온 용어와 기호

- 이항(移項, transposition)
- 일차방정식(一次方程式, linear equation)

창의력 기르기 참 / 고 / 자 / 료

그리스 어로 '정의' 또는 '정도(正道)'를 의미하는 정의의 여신 디케는 아스트라이아와 동일시되기도 한다. 로마 신화의 유스티티아(Justitia) 또한 정의의 여신을 뜻하는데 오늘날 영어에서 '정의'를 의미하는 justice는 여기서 유래하였다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 접시저울을 이용하여 등식의 성질을 알게 하고, 이를 이용하여 방정식의 해를 구하는 방법을 이해하게 하려는 것이다.

1. (1) 접시저울의 양쪽 접시에 같은 무게의 물체를 더 올려놓아도 양쪽의 무게는 다시 같아진다.
(2) 접시저울의 양쪽 접시에서 같은 무게의 물체를 내려놓아도 양쪽의 무게는 다시 같아진다.
(3) 접시저울의 양쪽 접시의 무게를 3배로 늘려도 양쪽의 무게는 다시 같아진다.
(4) 접시저울의 양쪽 접시의 무게를 $\frac{1}{3}$로 줄여도 양쪽의 무게는 다시 같아진다.

일반적으로 등식에는 다음과 같은 성질이 있다.

❶ 의 성질

이면

(1) $a+c=b+c$: 등식의 양변에 같은 수를 더하여도 등식은 성립한다.

(2) $a-c=b-c$: 등식의 양변에서 같은 수를 빼어도 등식은 성립한다.

(3) $ac=bc$: 등식의 양변에 같은 수를 곱하여도 등식은 성립한다.

(4) $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}$ (단, $c\neq0$): 등식의 양변을 0이 아닌 같은 수로 나누어도 등식은 성립한다.

방정식을 풀 때에는 등식의 성질을 이용하여 주어진 방정식을

$$x=(수)$$

의 꼴로 만들어 해를 구한다.

예제 1

등식의 성질을 이용하여 다음 방정식을 풀어라.

(1) $2x-4=2$　　(2) $\frac{5}{2}x=2x+3$

❷ (1) 양변에 4를 더하면

$$2x-4+4=2+4 \quad \cdots\cdots \text{ 등식의 성질 (1)}$$

$$2x=6$$

양변을 2로 나누면

$$\frac{2x}{2}=\frac{6}{2} \quad \cdots\cdots \text{ 등식의 성질 (4)}$$

따라서 $x=3$이다.

(2) 양변에 2를 곱하면

$$\frac{5}{2}x\times2=(2x+3)\times2 \quad \cdots\cdots \text{ 등식의 성질 (3)}$$

$$5x=4x+6$$

양변에서 $4x$를 빼면

$$5x-4x=4x+6-4x \quad \cdots\cdots \text{ 등식의 성질 (2)}$$

따라서 $x=6$이다.

답 ● (1) $x=3$　(2) $x=6$

본문 해설

❶ 등식의 양변에서 c를 빼는 것은 양변에 $-c$를 더하는 것과 같으므로 등식의 성질 (1), (2)는 같은 경우로 생각할 수 있다.

또 등식의 양변을 0이 아닌 c로 나누는 것은 양변에 $\frac{1}{c}$을 곱하는 것과 같으므로 등식의 성질 (3), (4)도 같은 경우로 생각할 수 있다.

❷ 주어진 방정식이

$$x=(수)$$

의 꼴이 되도록, 즉 x의 계수가 1이 되도록 등식의 성질을 반복적으로 사용하여 해를 구한다.

지/도/자/료

등식의 성질을 설명할 때 접시저울을 많이 이용하고 있는데, 디지털 저울이나 용수철저울로는 등식의 성질을 발견하기 어렵기 때문이다. 접시저울은 중심으로부터 물건이나 추를 올려놓는 접시까지의 거리가 같다. 이때 같은 무게를 가진 물건을 양쪽에 올려놓거나 양쪽에서 내려놓으면 저울은 수평을 유지한다. 이러한 특성 때문에 접시저울을 이용하여 등식의 성질을 설명할 수 있는 것이다.

읽/기/자/료

문자의 사용

(1) 미지수: $2x-3=7$의 x와 같이 방정식에서 사용하는 문자를 말한다.

(2) 변수: $y=3x$에서와 같이 x가 변함에 따라 y도 변할 때, 변하는 수들을 대신한 문자를 말한다.

(3) 상수: 변수가 아닌 정해진 수, 일정한 수라는 뜻이다. $y=ax$에서 a를 비례상수라고도 부른다.

기/초/력 향상 문제

등식의 성질을 이용하여 다음 방정식을 풀어라.

1 $4x=-12$

2 $-3x=-9$

3 $\frac{3}{4}x=6$

4 $2x+4=-x-2$

답 **1** $x=-3$　**2** $x=3$　**3** $x=8$　**4** $x=-2$

1

목표| 등식의 성질을 이용하여 방정식을 풀 수 있게 한다.

풀이| (1) $3x-5=-2$에서

양변에 5를 더하면

$3x-5+5=-2+5$ … 등식의 성질 (1)

$3x=3$

양변을 3으로 나누면

$\frac{3x}{3}=\frac{3}{3}$ … 등식의 성질 (4)

따라서 $\boldsymbol{x=1}$이다.

(2) $\frac{3}{5}x+1=x-1$에서

양변에 5를 곱하면

$5\left(\frac{3}{5}x+1\right)=5(x-1)$ … 등식의 성질 (3)

$3x+5=5x-5$

양변에서 5를 빼면

$3x+5-5=5x-5-5$ … 등식의 성질 (2)

$3x=5x-10$

양변에서 $5x$를 빼면

$3x-5x=5x-10-5x$ … 등식의 성질 (2)

$-2x=-10$

양변을 -2로 나누면

$\frac{-2x}{-2}=\frac{-10}{-2}$ … 등식의 성질 (4)

따라서 $\boldsymbol{x=5}$이다.

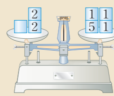
교과서 98 쪽

문제 1 등식의 성질을 이용하여 다음 방정식을 풀어라.

(1) $3x-5=-2$ (2) $\frac{3}{5}x+1=x-1$

일차방정식이란 무엇인가?

탐구 활동 크기와 모양이 같은 추가 각각 여러 개씩 있다. 그런데 어떤 하나의 추는 그 추에 표시된 g의 값이 지워져 몇 g짜리인지 알 수 없다. 접시저울의 양쪽 접시 위에 1 g, 2 g, 5 g짜리의 추들과 무게를 모르는 추 하나를 오른쪽 그림과 같이 올려놓았더니, 접시저울은 수평이 되었다. 다음 물음에 답하여 보자.



1 접시저울을 보고, 알맞은 등식을 세워 보자.

2 무게를 모르는 추는 몇 g짜리인가?



탐구 활동에서 무게를 모르는 추를 x g짜리라고 하면

$x+4=8$ …… ①

이다. 이 식을 풀기 위하여 식 ①의 양변에서 4를 빼면

$x+4-4=8-4$

$x=8-4$ …… ②

가 된다. 이때 두 등식 ①과 ②를 비교하면 ①의 좌변에 있던 4가 우변으로 옮겨 [illegible]서 -4가 되었음을 알 수 있다.

❶ [illegible] 같이 등식의 성질을 이용하여 등식의 한 변에 있는 항을 [illegible]을 바꾸어 다른 변으로 옮기는 것을 **이항**이라고 한다.

$x+4=8$
이항
$x=8-4$

문제 2 다음 등식에서 ●로 표시한 항을 이항하여라.

(1) $2x-1=4$ (2) $7x+15=17$

(3) $-3x=x+20$ (4) $5x+3=4x-6$

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 일차방정식을 만들고, 방정식의 풀이는 미지수의 값을 구하는 것임을 알게 하려는 것이다.

1. 무게를 모르는 추의 무게를 x g이라고 하면 $x+2+2=5+1+1+1$이므로 등식은 $\boldsymbol{x+4=8}$이다.

2. **1**에서 $x=4$이므로 무게를 모르는 추는 **4 g짜리**이다.

본문 해설

❶ 이항은 등식의 성질 (1), (2)를 이용하였음을 알 수 있다.

실제로 항이 이동한 것은 아니지만 이동한 것처럼 보이므로 이항이라 부르고, 필요에 따라 이항할 수 있음을 이해하도록 한다.

한편 상수항뿐만 아니라 x를 포함하는 항도 이항할 수 있다.

예) $2x=4+x$ → 이항 → $2x-x=4$ | $2x-4=x+2$ → 이항 → $2x-x=2+4$

2

목표| 방정식에서 표시된 항을 이항할 수 있게 한다.

풀이| 색으로 표시된 항의 부호를 바꾸어 다른 변으로 옮기면 다음과 같다.

(1) $2x-1=4$ ⇨ $\boldsymbol{2x=4+1}$

(2) $7x+15=17$ ⇨ $\boldsymbol{7x=17-15}$

(3) $-3x=x+20$ ⇨ $\boldsymbol{-3x-x=20}$

(4) $5x+3=4x-6$ ⇨ $\boldsymbol{5x-4x=-6-3}$

방정식 $5x-4=-2x+10$의 우변에 있는 항 $-2x$, 10을 모두 좌변으로 이항하여 동류항끼리 모아서 정리하면 $7x-14=0$이 된다.

이와 같이 방정식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 식이

(일차식)$=0$

의 꼴이 되는 방정식을 미지수가 1개인 **일차방정식**이라고 한다.

문제 3 다음 중에서 일차방정식을 모두 찾아라.

㉠ $3x-4=x+5$ ㉡ $2x+6=2(x+3)$ ㉢ $x^2-3=x$ ㉣ $x=-2x+7$

일차방정식을 어떻게 푸는가?

탐구 활동

●준비물
대수 타일
활동지 3

수현이는 일차방정식 $2x+1=5$의 해를 아래와 같이 대수 타일을 이용하여 계산하였다.

다음 물음에 답하여 보자.

1 위의 각 단계에 이용한 등식의 성질을 말하여 보자.

2 대수 타일을 이용하여 $3x-2=7$의 해를 구하여 보자.

❶ [illegible]의 성질을 이용하여 등식을 변형해도 해는 같으므로 주어진 방정식에서 미[illegible] x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하여 일차방정식의 해를 구할 수 있다.

3

목표| 일차방정식을 모두 찾을 수 있게 한다.

풀이| 방정식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리하면 다음과 같다.

㉠ $3x-4=x+5 \Rightarrow 3x-4-x-5=0$
$\Rightarrow 2x-9=0$

㉡ $2x+6=2(x+3) \Rightarrow 2x+6=2x+6$
$\Rightarrow 2x+6-2x-6=0$
$\Rightarrow 0=0$

㉢ $x^2-3=x \Rightarrow x^2-3-x=0 \Rightarrow x^2-x-3=0$

㉣ $x=-2x+7 \Rightarrow x+2x-7=0 \Rightarrow 3x-7=0$

따라서 일차방정식인 것은 (일차식)$=0$의 꼴로 변형되는 식인 ㉠, ㉣이다.

주의| 등식을 정리하지 않고, 일차방정식인지 판단하지 않도록 한다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 등식의 성질을 이용하여 주어진 방정식의 해를 구하는 방법을 대수 타일을 이용하여 이해하게 하려는 것이다.

준비물 • 대수 타일

1. $2x+1=5 \Rightarrow 2x=4$

: **등식의 양변에서 같은 수를 빼어도 등식은 성립한다.**

$2x=4 \Rightarrow x=2$

: **등식의 양변을 0이 아닌 같은 수로 나누어도 등식은 성립한다.**

2.

$\Rightarrow$ 등식의 양변에 같은 수를 더하여도 등식은 성립한다.

$\Rightarrow$ 등식의 양변을 0이 아닌 같은 수로 나누어도 등식은 성립한다.

따라서 $3x-2=7$의 해는 $x=3$이다.

본문 해설

❶ 방정식을 푼다는 것은 주어진 방정식과 같은 방정식으로서 가장 간단한 식 $x=$(수)를 얻는 것과 같다. 즉, 항을 각각 이항한 후 정리하여 x의 계수가 1이 되도록 양변을 x의 계수로 나눈다.

4

목표| 이항과 등식의 성질을 이용하여 일차방정식을 풀 수 있게 한다.

풀이| (1) $2x+1=4x-7$

$2x-4x=-7-1$

$-2x=-8$

따라서 $x=4$이다.

(2) $x+10=-2x+1$

$x+2x=1-10$

$3x=-9$

따라서 $x=-3$이다.

교과서 100 쪽

예 제 2 일차방정식 $3x+8=x-4$를 풀어라.

● 풀이 주어진 식에서 x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하면

$$3x-x=-4-8$$

양변을 간단히 하면

$$2x=-12$$

x의 계수 2로 양변을 나누면

$$x=-6$$

답 ● $x=-6$

주어진 방정식에 $x=-6$을 대입하면 $3\times(-6)+8=-6-4$ 이므로 해는 $x=-6$이다.

문 제 4 다음 일차방정식을 풀어라.

(1) $2x+1=4x-7$ (2) $x+10=-2x+1$

❶ 가 있는 방정식을 풀 때에는 분배법칙을 이용하여 먼저 괄호를 푼다.

예 제 3 일차방정식 $3(x+4)=5(x-2)$를 풀어라.

● 풀이 주어진 식에서 좌변과 우변의 괄호를 각각 풀면

$$3x+12=5x-10$$

x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하면

$$3x-5x=-10-12$$

양변을 간단히 하면

$$-2x=-22$$

x의 계수 -2로 양변을 나누면

$$x=11$$

답 ● $x=11$

분배법칙 $a(b+c)=ab+ac$

❷ 방정식에 $x=11$ 면 $3\times(11+4)=5\times(11-2)$ 이므로 해는 $x=11$이다.

본문 해설

❶ 괄호가 있는 일차방정식은 분배법칙을 이용하여 괄호를 풀고 동류항을 정리하여 문자가 있는 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하여 푼다.

❷ 일차방정식을 푼 다음, 구한 해를 주어진 식의 양변에 대입하여 등식이 성립함을 확인함으로써 구한 해가 주어진 방정식의 해인지 검토하도록 한다.

읽/기/자/료 아인슈타인의 사랑 방정식

어느 날 한 학생이 아인슈타인에게 질문하였다.

“박사님은 모든 물체 사이에 작용하는 상대성 이론을 발견하였고, 또 그것을 수식화하셨습니다. 그렇다면 사람들 사이에 오가는 사랑도 방정식으로 표현하실 수 있습니까?”

엉뚱한 질문에 아인슈타인은 잠시 생각하더니 칠판에 다음과 같은 사랑 방정식을 썼다.

Love=2□+2△+2∨+8<

그리고 “가지 않으면 안 될 길을 마지못해 떠나가며 못내 아쉬워 뒤돌아보는 그 마음! 갈 수 없는 길인데도 따라가지 않을 수 없는 안타까운 마음! 그 마음이 사랑인 것이다.”라고 설명하였다.



5

목표| 분배법칙을 이용하여 괄호를 풀고, 이항과 등식의 성질을 이용하여 일차방정식을 풀 수 있게 한다.

풀이| (1) $3(x+1)=4x-2$

$3x+3=4x-2$

$3x-4x=-2-3$

$-x=-5$

따라서 $x=5$이다.

문제 5 다음 일차방정식을 풀어라.

(1) $3(x+1)=4x-2$　　(2) $5x+3(12-x)=50$

❶ …ㅏ 소수인 일차방정식은 양변에 10, 100, 1000, … 중에서 알맞은 수를 곱
…ㅓ 계수를 정수로 고쳐서 풀면 편리하다.

예제 4 일차방정식 $0.6x-1.5=0.4x-0.3$을 풀어라.

● 풀이 주어진 식의 양변에 10을 곱하면

$$6x-15=4x-3$$

x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하면

$$6x-4x=-3+15$$

양변을 간단히 하면

$$2x=12$$

x의 계수 2로 양변을 나누면

$$x=6$$

답 ● $x=6$

주어진 방정식에 $x=6$을 대입하면 $0.6\times6-1.5=0.4\times6-0.3$이므로 해는 $x=6$이다.

문제 6 다음 일차방정식을 풀어라.

(1) $0.5x-0.2=0.4(x-1)$　　(2) $0.21x-1.8=0.16x+0.2$

문제해결 수영이는 일차방정식 $14-0.4x=0.3x$를 오른쪽과 같이 풀었다. 잘못된 부분을 찾고, 올바른 해를 구하여 보자.

(2) $5x+3(12-x)=50$
$5x+36-3x=50$
$2x=50-36$
$2x=14$
따라서 $x=7$이다.

본문 해설

❶ 계수가 소수인 방정식은 10의 거듭제곱의 수를 양변에 곱하여 계수를 정수로 고쳐서 풀도록 한다. 등식의 성질을 이용하여 방정식의 계수를 정수로 고쳐서 푸는 것은 계산을 간편하게 하기 위한 것이다.
이때 양변에 알맞은 수를 곱할 때, 상수항이나 계수가 정수인 항에도 같은 수를 곱해야 함을 주의한다.

6

목표| 계수를 정수로 고쳐서 일차방정식을 풀 수 있게 한다.

풀이| (1) $0.5x-0.2=0.4(x-1)$에서
양변에 10을 곱하면
$5x-2=4(x-1)$
$5x-2=4x-4$
$5x-4x=-4+2$
따라서 $x=-2$이다.

(2) $0.21x-1.8=0.16x+0.2$에서
양변에 100을 곱하면
$21x-180=16x+20$
$21x-16x=20+180$
$5x=200$
따라서 $x=40$이다.

문/제/해/결

|출제 의도| 등식의 성질을 이용하여 계수가 소수인 방정식을 푸는 방법에 대한 이해를 돕기 위한 문제이다.

풀이| 수영이는 10을 소수인 계수에만 곱하고, 상수항에는 곱하지 않았다.
따라서 바르게 풀면 다음과 같다.
$14-0.4x=0.3x$에서
양변에 10을 곱하면
$140-4x=3x$
140과 $3x$를 각각 이항하면
$-4x-3x=-140$
$-7x=-140$
양변을 -7로 나누면
$x=20$

읽/기/자/료 옛 문서에서 발견된 방정식

동양 최고의 수학 고전인 “구장산술”에서 방정식에 관한 문제를 볼 수 있는데, 우리가 사용하는 ‘방정식’의 어원은 이 책의 제8장인 방정(方程) 장에서 유래한 것이다.

본문 해설

❶ 계수가 소수인 방정식의 풀이에서와 마찬가지로 계수가 분수인 방정식도 등식의 성질을 이용하여 계수를 정수로 고쳐서 풀면 계산이 편리하다.

교과서 102 쪽

❶ 가 분수인 일차방정식은 양변에 분모의 최소공배수를 곱하여 계수를 정수 고쳐서 풀면 편리하다.

예 제 5 일차방정식 $\frac{1}{4}x-2=\frac{x-7}{6}$ 을 풀어라.

주어진 방정식에 $x=10$을 대입하면 $\frac{1}{4}\times10-2=\frac{10-7}{6}$ 이므로 해는 $x=10$이다.

풀이 주어진 식의 양변에 분모 4와 6의 최소공배수인 12를 곱하면

$$3x-24=2x-14$$

x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하면

$$3x-2x=-14+24,\ x=10$$

답 $x=10$

문 제 7 다음 일차방정식을 풀어라.

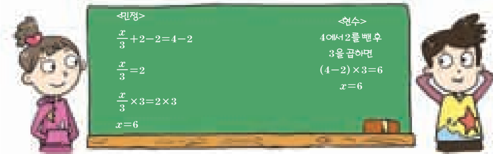
(1) $\frac{1}{2}x-7=8-x$　　(2) $\frac{1}{3}x-6=\frac{3}{2}x+1$

이상에서 배운 일차방정식의 풀이 방법을 정리하면 다음과 같다.

일차방정식의 풀이 방법

❶ 계수에 소수나 분수가 있으면 양변에 적당한 수를 곱하여 계수를 정수로 고친다.
❷ 괄호가 있으면 괄호를 푼다.
❸ 미지수 x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항한다.
❹ 양변을 간단히 하여 $ax=b(a\neq0)$의 꼴로 고친다.
❺ x의 계수로 양변을 나눈다.

의사소통 민정이와 현수는 일차방정식 $\frac{x}{3}+2=4$를 다음과 같이 풀었다. 두 사람의 풀이 과정에 대해 토의하여 보자.



7

목표| 계수를 정수로 고쳐서 일차방정식을 풀 수 있게 한다.

풀이| (1) $\frac{1}{2}x-7=8-x$에서

양변에 2를 곱하면

$x-14=16-2x$

$x+2x=16+14$

$3x=30$

따라서 $\boldsymbol{x=10}$이다.

(2) $\frac{1}{3}x-6=\frac{3}{2}x+1$에서

양변에 6을 곱하면

$2x-36=9x+6$

$2x-9x=6+36$

$-7x=42$

따라서 $\boldsymbol{x=-6}$이다.

의/사/소/통

|출제 의도| 같은 방정식을 푸는 데도 여러 가지 방식이 있음을 이해하도록 하기 위한 문제이다.

풀이| 민정이는 등식의 성질을 이용하여 풀었다.

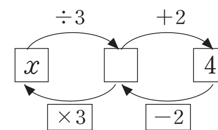
$\frac{x}{3}+2-2=4-2$: 양변에서 같은 수 2를 뺀다.

$\frac{x}{3}=2$

$3\times\frac{x}{3}=3\times2$: 양변에 같은 수 3을 곱한다.

따라서 $x=6$이다.

현수는 초등학교 때 배운 거꾸로 풀기를 이용하여 풀었다.



따라서 $x=6$이다.

지/도/자/료

1. 일차방정식의 풀이 방법은 반드시 ❶ → ❺의 순서로 푸는 것은 아니고, 순서가 바뀔 수도 있음을 예를 들어 지도한다.
2. 계수가 소수나 분수인 일차방정식을 풀 때, 주어진 계수를 그대로 계산하는 경우와 계수를 정수로 고친 다음 계산하는 경우를 비교하여 어느 방법이 더 쉽고 간편해지는지 알게 한다.

일차방정식을 어떻게 활용하는가?

탐구 활동 다음 그림을 보고 물음에 답하여 보자.



1 도현이의 몸무게를 x kg으로 놓고, 방정식을 세워서 몸무게를 구하여 보자.

탐구 활동에서 도현이의 몸무게는 다음과 같은 순서로 방정식을 세워서 풀면 구할 수 있다.

도현이의 몸무게를 x kg으로 놓는다. ← ❶ 구하고자 하는 것을 미지수 x로 놓는다.

도현이의 몸무게의 2배에서 6 kg을 빼면 100 kg이므로

$$2x-6=100$$ ← ❷ 문제의 뜻에 알맞게 방정식을 세운다.

이다.

$$2x=106,\ x=53$$ ← ❸ 방정식을 푼다.

한편 도현이의 몸무게의 2배에서 6 kg을 빼면

$$53\times2-6=100(\text{kg})$$ ← ❹ 구한 해가 문제의 뜻에 맞는지 확인한다.

이므로 문제의 뜻에 맞는다.

따라서 도현이의 몸무게는 53 kg이다.

일반적으로 일차방정식을 활용하여 문제를 풀 때에는 다음과 같은 순서로 푼다.

❶ 방정식을 활용한 문제 풀이
- 문제의 뜻을 파악하고, 구하고자 하는 것을 미지수 x로 놓는다.
- ❷ 문제의 뜻에 알맞게 방정식을 세운다.
- ❸ 방정식을 푼다.
- ❹ 구한 해가 문제의 뜻에 맞는지 확인한다.

본문 해설

❶ 주어진 문제의 뜻을 이해하고 관계를 살펴본 다음, 미지수를 정하여 방정식을 세운 후, 그 해를 구한다. 또 구한 해가 문제의 뜻에 맞는지 확인하도록 한다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 일차방정식을 활용하여 다양한 실생활 문제를 해결할 수 있음을 알게 하려는 것이다.

1. 도현이의 몸무게를 x kg이라 하고 방정식을 세우면

$2x-6=100$

이 방정식을 풀면

$2x=106,\ x=53$

따라서 도현이의 몸무게는 **53 kg**이다.

읽/기/자/료 역사 속 일차방정식 문제

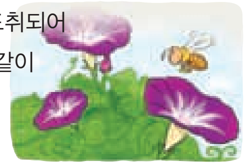
1. 산법통종(중국의 수학자 정대위)

> 갑이 한 무리의 양을 초원으로 몰아가고 있었고, 그 뒤를 을이 살찐 양 한 마리를 몰고 따라가고 있었다.
> 을이 갑에게 물었다.
> "사형, 양은 백 마리쯤 됩니까?"
> 갑이 대답하였다.
> "이 양 떼에다 원래의 1배를 더하고, 거기에 또 원래의 절반을 더해 주고, 거기에 또 원래의 $\frac{1}{4}$을 더해 주고, 당신이 끌고 온 양까지 더해 주어야 겨우 100마리가 될 걸세."
> 갑이 몰고 가는 양은 몇 마리일까?

답 36마리

2. 릴라바티(인도의 수학자 바스카라)

> 벌 떼의 5분의 1은 목련꽃으로,
> 3분의 1은 나팔꽃으로,
> 그들의 차의 3배의 벌들은 협죽도꽃으로 날아갔다네.
> 남겨진 한 마리의 벌은
> 케디카의 향기와 재스민 향기에 도취되어
> 두 여인에게 마음을 뺏긴 남자와 같이
> 허공을 헤매고 있었다네!
> 벌 떼는 어느 만큼인가?



답 15마리

3. 이수신편(조선 후기의 실학자 황윤석)

> 만두 100개와 스님 100명이 있다. 큰 스님에게는 만두를 각각 세 개씩 나누어 드리고, 작은 스님에게는 세 사람당 한 개씩 나누어 드리면 딱 떨어진다.
> 이때 큰 스님은 모두 몇 명일까?

답 25명

8

목표| 문제의 뜻에 맞는 방정식을 세우고 풀어서 답을 구할 수 있게 한다.

풀이| A 지점에서 B 지점까지의 거리를 x km라고 하면

갈 때 걸린 시간은 $\frac{x}{320}$시간

올 때 걸린 시간은 $\frac{x}{80}$시간

A, B 두 지점을 왕복하는 데 3시간이 걸렸으므로

$\frac{x}{320}+\frac{x}{80}=3$, $x+4x=960$

$5x=960$, $x=192$

따라서 A 지점에서 B 지점까지의 거리는 **192 km**이다.

갈 때 걸린 시간은 $\frac{192}{320}=\frac{3}{5}$(시간)이고

올 때 걸린 시간은 $\frac{192}{80}=\frac{12}{5}$(시간)으로 총 $\frac{3}{5}+\frac{12}{5}=\frac{15}{5}=3$(시간)이 걸렸으므로 문제의 뜻에 맞는다.

교과서 104 쪽

예제 6 영수가 집에서 박물관까지 가는데 시속 18 km로 자전거를 타고 가면 같은 길을 시속 3 km로 걸어서 가는 것보다 20분 빨리 도착한다고 한다. 집에서 박물관까지의 거리를 구하여라.



(거리)=(속력)×(시간)

(시간)=$\frac{(거리)}{(속력)}$

속력은 평균 속력을 의미한다.

풀이 집에서 박물관까지의 거리를 x km라고 하면 자전거를 타고 갈 때 걸린 시간은 $\frac{x}{18}$시간, 걸어서 갈 때 걸린 시간은 $\frac{x}{3}$시간이다.

이때 걸어서 가는 것이 자전거를 타고 가는 것보다 20분이 더 걸리고, 20분은 $\frac{20}{60}=\frac{1}{3}$(시간)이므로

$$\frac{x}{3}-\frac{x}{18}=\frac{1}{3}$$

$$6x-x=6,\ 5x=6$$

$$x=\frac{6}{5}=1.2$$

따라서 집에서 박물관까지의 거리는 1.2 km이다.

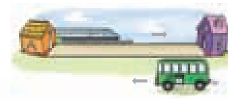
답 1.2 km

집에서 박물관까지의 거리가 1.2 km이면 걸어서 가는 것이 자전거를 타고 가는 것보다

$\frac{1.2}{3}-\frac{1.2}{18}=\frac{1}{3}$(시간)

더 걸리므로 문제의 뜻에 맞는다.

문제 8 A, B 두 지점을 왕복하는데 갈 때는 시속 320 km로 가는 기차를 탔고, 올 때는 시속 80 km로 가는 버스를 타서 총 3시간이 걸렸다고 한다. A 지점에서 B 지점까지의 거리를 구하여라.





문제 9 총 9곡의 연주 음악이 수록되어 있는 CD 한 장이 있다. 이 CD 안에는 한 곡의 연주 시간이 5분, 6분, 8분인 것이 있는데 그중에서 5분인 것은 한 곡밖에 없다. 곡과 곡 사이에는 15초씩 쉬고, 첫 곡이 시작되어 마지막 곡이 끝날 때까지는 총 57분이 소요된다고 할 때, 이 CD에 수록된 음악 중에서 6분인 것과 8분인 것은 각각 몇 곡씩인지 구하여라.



9

목표| 문제의 뜻에 맞는 방정식을 세우고 풀어서 답을 구할 수 있게 한다.

풀이| 연주 시간이 6분인 것이 x곡 있다고 하면 연주 시간이 8분인 것은 $(8-x)$곡이 있다.

곡과 곡 사이에 15초씩 쉬므로 쉬는 시간은

$15\times8=120$(초), 즉 2분이다.

9곡이 끝날 때까지 총 57분이 소요되므로

$5+6x+8(8-x)+2=57$

$5+6x+64-8x+2=57$

$-2x=-14$, $x=7$

따라서 CD에 수록된 음악 중에서 6분인 것은 **7곡**, 8분인 것은 **1곡**이다.

6분인 것이 7곡이면 8분인 것이 1곡이고 총 연주 시간은 $6\times7+8\times1+5+2=57$(분)이므로 문제의 뜻에 맞는다.

읽/기/자/료 동양의 수학 책

중국과 우리나라 등 동양 수학의 기본이 되는 수학 책은 주나라 때 만들어진 "구장산술"이라고 할 수 있다. 구장산술은 특히 관리들이 실무적인 일을 처리하는 데 부딪치는 문제들을 포함하여 여러 가지 수학 지식을 집대성한 책이다. 이 책은 방전, 속미, 쇠분, 소광, 상공, 균수, 영부족, 방정, 구고 장과 같이 모두 9장 246문제로 되어 있는데, 문제가 나오면 곧바로 답이 나오고 그다음에 계산법을 기록하고 있다.

명나라 때에는 서민 수학이 융성해져서 초등 수학 책이 여러 권 출판되었다. 그중 대표적인 것으로 산법통종이라 불리는 "신편직지산법통종"은 수학자 정대위가 1593년 저술하였으며 총 17권이다. 이 책은 중국의 수판셈을 비롯하여 이슬람 수학의 계산법을 소개하고 있다.

한편 조선 후기의 실학자 황윤석이 지은 수학 책인 "이수신편"이 있다. 이것은 목판본으로 총 23권이고, 현대 수학의 정리론에 해당하는 사칙산법(四則算法) · 삼각측량법(三角測量法) 등 여러 분야에 걸친 내용이 담겨 있어 수학의 발달사를 연구하는 데 좋은 자료가 된다.

교과서 105 쪽

중/단/원 기초

수나 식이 서로 같음을 등호를 사용하여 나타낸 식을 등식이라고 한다.

1 다음 중에서 등식을 모두 찾아라.

㉠ $2+x-7$	㉡ $7+14=7\times3$
㉢ $5x+3=8$	㉣ $2\times8<3\times8$

2 다음 등식 중에서 x에 대한 항등식을 모두 찾아라.

㉠ $x+4=x+4$	㉡ $-2x=2x-3$
㉢ $4x=4$	㉣ $3x+6=3(x+2)$

방정식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 식이 (일차식)=0의 꼴로 변형되는 방정식을 일차방정식이라고 한다.

3 다음 중에서 일차방정식을 찾아라.

㉠ $3x+1=5$	㉡ $2x-1=4+2x$
㉢ $7x-1$	㉣ $x^2+2=6x-8$

4 다음 방정식을 풀어라.

(1) $2x-9=3$ (2) $x+6=-2x$

(3) $\frac{x}{4}=2$ (4) $5x-4=x+2$

5 한 개에 300원 하는 연필과 한 개에 500원 하는 지우개를 합하여 10개를 사고 4000원을 지불하였다. 연필과 지우개를 각각 몇 개씩 샀는지 다음 순서에 따라 구하여라.

(1) 문제의 뜻에 맞는 방정식을 세워라.
(2) (1)의 방정식을 풀어라.
(3) 연필과 지우개를 각각 몇 개씩 샀는가?

중/단/원 기초

1

목표| 등식의 의미를 알고, 등식을 찾을 수 있게 한다.

풀이| 등호(=)가 있는 식이 등식이므로 등식인 것은 ㉡, ㉢이다.

2

목표| 항등식을 모두 찾을 수 있게 한다.

풀이| ㉠ 좌변과 우변이 같으므로 항등식이다.
㉡ 좌변과 우변이 다르므로 항등식이 아니다.
㉢ 좌변과 우변이 다르므로 항등식이 아니다.
㉣ 우변의 괄호를 풀면 $3x+6$
즉, 좌변과 우변이 같으므로 항등식이다.
따라서 항등식인 것은 ㉠, ㉣이다.

3

목표| 일차방정식을 찾을 수 있게 한다.

풀이| ㉠ $3x+1=5$의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리하면 $3x-4=0$
㉡ $2x-1=4+2x$의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리하면 $-5=0$
㉢ $7x-1$은 일차식이다.
㉣ $x^2+2=6x-8$의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리하면 $x^2-6x+10=0$
따라서 일차방정식인 것은 ㉠이다.

4

목표| 일차방정식을 풀 수 있게 한다.

풀이| (1) $2x-9=3$, $2x=3+9$
$2x=12$
따라서 $\boldsymbol{x=6}$이다.
(2) $x+6=-2x$, $x+2x=-6$
$3x=-6$
따라서 $\boldsymbol{x=-2}$이다.
(3) $\frac{x}{4}=2$
따라서 $\boldsymbol{x=8}$이다.
(4) $5x-4=x+2$, $5x-x=2+4$
$4x=6$
따라서 $\boldsymbol{x=\frac{3}{2}}$이다.

5

목표| 일차방정식을 활용하여 문제를 푸는 방법을 알게 한다.

풀이| (1) 연필을 x개 샀다고 하면 지우개는 $(10-x)$개를 산 것이므로 구하는 방정식은
$\boldsymbol{300x+500(10-x)=4000}$
(2) $300x+5000-500x=4000$
$300x-500x=4000-5000$
$-200x=-1000$
따라서 $\boldsymbol{x=5}$이다.
(3) 연필 x개와 지우개 $(10-x)$개를 샀고, $x=5$이므로 연필과 지우개 모두 **5개씩** 샀다.

중/단/원 기본

1

목표| 주어진 x의 값 중에서 방정식의 해를 찾을 수 있게 한다.

풀이| (1) $x=-1$일 때 $3\times(-1)+2\neq5$

$x=0$일 때 $3\times0+2\neq5$

$x=1$일 때 $3\times1+2=5$

$x=2$일 때 $3\times2+2\neq5$

따라서 구하는 해는 $\boldsymbol{x=1}$이다.

(2) $x=-1$일 때 $2\times(-1)-2\neq-1-2$

$x=0$일 때 $2\times0-2=0-2$

$x=1$일 때 $2\times1-2\neq1-2$

$x=2$일 때 $2\times2-2\neq2-2$

따라서 구하는 해는 $\boldsymbol{x=0}$이다.

2

목표| 괄호가 있거나 계수가 정수가 아닌 일차방정식을 풀 수 있게 한다.

풀이| (1) 괄호를 풀면 $5x-5=8x+4$

$5x-8x=4+5$, $-3x=9$, $\boldsymbol{x=-3}$

(2) 괄호를 풀면 $12x-18=24x-6$

$12x-24x=-6+18$, $-12x=12$

$\boldsymbol{x=-1}$

(3) 양변에 10을 곱하면 $3x-14=2x-10$

$3x-2x=-10+14$, $\boldsymbol{x=4}$

(4) 양변에 100을 곱하면 $12x+260=x+40$

$12x-x=40-260$, $11x=-220$, $\boldsymbol{x=-20}$

3

목표| 계수가 분수인 일차방정식을 풀 수 있게 한다.

풀이| (1) 양변에 분모의 최소공배수인 10을 곱하면

$2(6-x)-(2x-3)=-5$

$12-2x-2x+3=-5$

$-4x=-20$, $\boldsymbol{x=5}$

(2) 양변에 분모의 최소공배수인 6을 곱하면

$2(-2x-1)+3=6-3(x+5)$

$-4x-2+3=6-3x-15$

$-x=-10$, $\boldsymbol{x=10}$

교과서 106 쪽

중/단/원 기본

방정식의 해

1 -1, 0, 1, 2 중에서 다음 방정식의 해가 되는 것을 찾아라.

(1) $3x+2=5$ (2) $2x-2=x-2$

일차방정식의 풀이

2 다음 일차방정식을 풀어라.

(1) $5(x-1)=4(2x+1)$ (2) $2(6x-9)=3(8x-2)$

(3) $0.3x-1.4=0.2x-1$ (4) $0.12x+2.6=0.01x+0.4$

일차방정식의 풀이

3 다음 일차방정식을 풀어라.

(1) $\dfrac{6-x}{5}-\dfrac{2x-3}{10}=-\dfrac{1}{2}$

(2) $\dfrac{-2x-1}{3}+\dfrac{1}{2}=1-\dfrac{x+5}{2}$

일차방정식의 활용

4 지은이는 11000원을, 승재는 9000원을 가지고 있다. 지은이와 승재가 값이 같은 책을 한 권씩 샀더니 지은이의 남은 돈은 승재의 남은 돈의 2배가 되었다. 이때 지은이와 승재가 산 책 한 권의 값을 구하여라.



일차방정식의 활용

5 집에서 도서관까지 가는데 민재는 시속 4 km의 속력으로 걸어서 가고, 동생은 민재와 동시에 출발하여 시속 8 km의 속력으로 자전거를 타고 갔다. 동생이 민재보다 15분 먼저 도착하였을 때, 집에서 도서관까지의 거리를 구하여라.

4

목표| 문제의 뜻에 맞는 방정식을 세우고 풀어서 답을 구할 수 있게 한다.

풀이| 책 한 권의 값을 x원이라고 하면

지은이가 책을 사고 남은 돈은 $(11000-x)$원

승재가 책을 사고 남은 돈은 $(9000-x)$원

지은이의 남은 돈은 승재의 남은 돈의 2배이므로

$11000-x=2(9000-x)$, $11000-x=18000-2x$

$-x+2x=18000-11000$, $x=7000$

따라서 책 한 권의 값은 **7000원**이다.

5

목표| 문제의 뜻에 맞는 방정식을 세우고 풀어서 답을 구할 수 있게 한다.

풀이| 집에서 도서관까지의 거리를 x km라고 하면

민재는 $\dfrac{x}{4}$시간, 동생은 $\dfrac{x}{8}$시간 걸렸다.

교과서 107 쪽

중/단/원 실력

1 오른쪽 표에서 가로, 세로에 있는 수나 식의 합이 모두 같아지도록 빈칸을 채워라.

$x+2$	-3	
	$2x-1$	$-2x+3$
	$4x+1$	

2 방정식 $\frac{1}{2}x-0.7x=-\frac{x+a}{6}$의 해가 $x=5$일 때, a의 값을 구하여라.

• 계수가 분수인 일차방정식은 양변에 분모의 최소공배수를 곱하여 정수인 계수로 고쳐서 풀면 편리하다.

3 두 방정식 $\frac{1}{2}x-\frac{4}{3}=\frac{x-3}{3}$, $2(x+a)=5x-a$의 해가 같을 때, 상수 a의 값을 구하여라.



4 지희는 가지고 있던 구슬의 $\frac{1}{2}$보다 15개 적은 구슬을 성원이에게 주거나 가지고 있던 구슬의 $\frac{3}{4}$보다 10개 많은 구슬을 효진이에게 주려고 한다. 이때 효진이가 받게 되는 구슬은 성원이가 받게 되는 구슬의 2배가 된다고 할 때, 지희가 처음에 가지고 있던 구슬의 개수를 구하여라.

• (정가)=(원가)+(이익)

5 혜수네 옷 가게에서는 상품의 원가에 20 %의 이익을 붙여서 정가를 정하는데, 정가에서 600원을 할인하여 팔았더니 10 %의 이익을 얻었다. 이 상품의 원가를 구하여라.

동생이 민재보다 15분, 즉 $\frac{1}{4}$시간 먼저 도착하였으므로

$\frac{x}{4}-\frac{x}{8}=\frac{1}{4}$, $2x-x=2$, $x=2$

따라서 집에서 도서관까지의 거리는 **2 km**이다.

중/단/원 실력

1

목표| 가로와 세로에 있는 수나 식의 합이 같아지도록 빈칸을 채울 수 있게 한다.

풀이| $(-3)+(2x-1)+(4x+1)=6x-3$이므로 가로, 세로의 합이 $6x-3$이 되도록 하면 다음과 같다.

$x+2$	-3	$\mathbf{5x-2}$
$\mathbf{6x-5}$	$2x-1$	$-2x+3$
$\mathbf{-x}$	$4x+1$	$\mathbf{3x-4}$

2

목표| 해를 대입하여 a의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| 주어진 방정식에 $x=5$를 대입하면

$\frac{5}{2}-3.5=-\frac{5+a}{6}$

양변에 분모의 최소공배수인 6을 곱하면

$15-21=-(5+a)$, $a=\mathbf{1}$

3

목표| 두 방정식의 해가 같을 때, a의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| $\frac{1}{2}x-\frac{4}{3}=\frac{x-3}{3}$에서

$3x-8=2(x-3)$이므로 $x=2$이다.

$x=2$를 $2(x+a)=5x-a$에 대입하면

$2(2+a)=10-a$이므로 $a=\mathbf{2}$이다.

4

목표| 문제의 뜻에 맞는 방정식을 세우고 풀어서 답을 구할 수 있게 한다.

풀이| 지희가 처음에 가지고 있던 구슬의 개수를 x개라고 하면 성원이가 받게 되는 구슬은 $\left(\frac{1}{2}x-15\right)$개이고, 효진이가 받게 되는 구슬은 $\left(\frac{3}{4}x+10\right)$개이므로

$\frac{3}{4}x+10=2\left(\frac{1}{2}x-15\right)$, $\frac{3}{4}x+10=x-30$, $x=160$

따라서 구하는 구슬의 개수는 **160개**이다.

5

목표| 문제의 뜻에 맞는 방정식을 세우고 풀어서 답을 구할 수 있게 한다.

풀이| 이 상품의 원가를 x원이라고 하면

(정가)=(원가)+(이익)$=x+0.2x=1.2x$(원)

정가에서 600원을 할인하여 팔았더니 10 %의 이익을 얻었고, (판매가)−(원가)=(이익)이므로

$(1.2x-600)-x=0.1x$, $0.1x=600$, $x=6000$

따라서 원가는 **6000원**이다.

수행 과제

● 수행 과제 의도

이 수행 과제는 문제의 답이 날짜와 같도록 달력을 만들어 봄으로써 일차식의 계산 및 일차방정식의 풀이에 익숙해질 수 있도록 연습하기 위한 것이다.

교과서 108 쪽

수행 과제

달력 만들기

○ 준비물 활동지 4

● 다음은 문제의 답이 날짜와 같도록 하여 만든 달력이다. 이와 같은 방법으로 이번 달의 달력을 만들어 보자.

일 SUN	월 MON	화 TUE	수 WED	목 THU	금 FRI	토 SAT
					1 다항식 $5x+1$은 x에 대한 몇 차식인가?	2
3	4 다음은 등식의 성질을 이용하여 $2x-4=4$의 해를 구하는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 구하여라. $2x-4+\square=4+\square$ $2x=8$, $x=4$	5	6 $(2x+5)+(4x-7)$을 계산하여 일차항의 계수를 구하여라.	7	8	9 효도하는 날~~*
10 영화 보는 날	11	12	13 올해 아버지의 나이가 43세일 때, 2년 후에 아버지의 나이는 아들 나이의 3배가 된다. 올해 아들의 나이를 구하여라.	14	15	16
17	18 $\frac{4}{7}a=8$, $\frac{1}{2}b=2$ 위의 두 식에서 $a+b$의 값을 구하여라.	19 사슴이 한 번에 2 m씩 뛸 때, 노루는 한 번에 3 m씩 뛴다고 한다. 만일 사슴이 노루보다 19 m 앞에서 출발하여 둘이 같은 횟수만큼 뛴다고 할 때, 처음 둘이 만나려면 몇 번을 뛰어야 하는가?	20	21	22 x에 관한 일차방정식 $ax+5=2(x+1)$의 해가 -3일 때, 식 a^2+3a+4의 값을 구하여라.	23
24 독서하는 날	25	26	27	28	29	30 두 지점 A, B 사이를 자전거를 타고 왕복하는데, 갈 때는 시속 15 km, 올 때는 시속 20 km로 달려서 3시간 30분이 걸렸다. 두 지점 A, B 사이의 거리를 구하여라.
31						

예시

일 SUN	월 MON	화 TUE	수 WED	목 THU	금 FRI	토 SAT
	1	2	3 다항식 $-x+2y-3$의 항의 개수를 구하여라.	4	5	6
7 서점 가기	8	9	10 일차방정식 $0.4(2-0.05x)=0.6$을 풀어라.	11	12 $a=2$, $b=-3$, $c=-\frac{3}{4}$일 때, $\frac{3a-b}{-c}$의 값을 구하여라.	13 가족 대화의 날
14 영화 보기	15 형이 매분 50 m, 동생은 매분 30 m의 속력으로 걸을 때, 형이 동생보다 10분 늦게 출발한다면 형은 출발한 지 몇 분 후에 동생을 따라잡는가?	16	17 연속한 세 자연수의 합이 48일 때, 가장 큰 수를 구하여라.	18	19	20
21	22	23 형과 동생의 나이 차는 11살이고, 나이의 합은 35살일 때, 형의 나이를 구하여라.	24	25 삼각형의 밑변의 길이가 8 cm이고 넓이가 100 cm^2일 때, 높이를 구하여라.	26	27 가족과 등산 가기
28	29	30 학생들에게 토마토를 나누어 주는데 한 사람에게 3개씩 나누어 주면 3개가 남고 4개씩 나누어 주면 6개가 모자란다고 한다. 이때 토마토의 개수를 구하여라.				

교과서 109 쪽

학습에 대한 자/기/평/가

이름: ____________

점검 항목				
학습 내용	문자를 사용하여 식을 간단히 나타내고, 식의 값을 구할 수 있는가?			
	일차식의 덧셈과 뺄셈을 계산할 수 있는가?			
	등식과 방정식의 의미를 이해하였는가?			
	일차방정식과 그 해의 의미를 이해하고, 방정식을 풀 수 있는가?			
	일차방정식을 활용하여 다양한 실생활 문제를 해결할 수 있는가?			
학습 태도	학습 준비물을 잘 준비하였는가?			
	수업 시간에 적극적으로 참여하였는가?			
	문제를 풀 때 끈기 있게 도전하였는가?			
	복습과 예습을 꼼꼼히 하였는가?			

재미있었거나 어려웠던 내용 적어 보기

더 알고 싶거나 궁금한 점 적어 보기

스스로 평가하기



선생님 의견

교과서 110 쪽

대단원 핵심 한눈에 보기

① 문자의 사용

문자를 사용한 식	문자를 사용하면 여러 가지 수량 사이의 관계를 식으로 간단히 나타낼 수 있다.
식을 간단히 나타내는 방법	(1) 곱셈 기호 × 의 생략 • 수와 문자의 곱: 수를 문자 앞에 쓴다. • 문자와 문자의 곱: 알파벳 순서로 쓴다. • 같은 문자의 곱: 거듭제곱의 꼴로 나타낸다. (2) 나눗셈 기호 ÷를 생략하고, 분수의 꼴로 나타낸다.

② 식의 값

대입	문자를 포함한 식에서 문자 대신에 수를 넣는 것
식의 값	문자에 수를 대입하여 얻은 값

③ 일차식의 계산

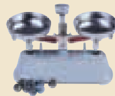
다항식과 단항식	(1) 다항식: 하나 이상의 항의 합으로 이루어진 식 계수 상수항 $2x^2+3x+4$ 항 (2) 단항식: 다항식 중에서 하나의 항으로만 이루어진 식
일차식	(1) 항의 차수: 항에 포함되어 있는 문자의 곱해진 개수 (2) 일차식: 차수가 1인 다항식
일차식의 계산	(1) 동류항: 문자와 차수가 같은 항 (2) 일차식의 덧셈과 뺄셈: 괄호가 있으면 분배법칙을 이용하여 괄호를 풀고, 동류항끼리 모아서 간단히 한다.

④ 일차방정식

방정식과 항등식	(1) 등식: 등호 =를 사용하여 나타낸 식 (2) 방정식: 미지수의 값에 따라 참이 되기도 하고 거짓이 되기도 하는 등식 (3) 미지수: 방정식에 들어 있는 문자 (4) 방정식의 해(근): 방정식을 참이 되게 하는 미지수의 값 (5) 항등식: 미지수가 어떤 값을 가지더라도 항상 참이 되는 등식
등식의 성질	$a=b$이면 (1) $a+c=b+c$ (2) $a-c=b-c$ (3) $a\times c=b\times c$ (4) $a\div c=b\div c$ $(c\neq 0)$
일차방정식	(1) 이항: 등식의 한 변에 있는 항을 부호를 바꾸어 다른 변으로 옮기는 것 (2) 일차방정식: 방정식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 식이 (일차식)=0의 꼴로 변형되는 방정식

⑤ 일차방정식의 풀이

일차방정식의 풀이	❶ 계수에 소수나 분수가 있으면 양변에 적당한 수를 곱하여 계수를 정수로 고친다. ❷ 괄호가 있으면 괄호를 풀고 정리한다. ❸ 미지수 x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항한다. ❹ 양변을 간단히 하여 $ax=b(a\neq 0)$의 꼴로 고친다. ❺ x의 계수로 양변을 나눈다.
일차방정식을 활용한 문제 풀이	❶ 문제의 뜻을 파악하고, 구하고자 하는 것을 미지수 x로 놓는다. ❷ 문제의 뜻에 알맞게 방정식을 세운다. ❸ 방정식을 푼다. ❹ 구한 해가 문제의 뜻에 맞는지 확인한다.



이번 단원에서 배운 용어와 기호

• 대입, 항, 다항식, 상수항, 계수, 단항식, 차수, 일차식, 동류항, 등식, 방정식, 미지수, 해, 근, 항등식, 이항, 일차방정식

지도 내용

1. 문자를 사용하여 식을 표현하고, 문자에 수를 대입하여 식의 값을 구할 수 있도록 한다. 일차식의 뜻을 알고, 일차식의 계산을 할 수 있도록 한다.

2. 등식의 뜻을 알고, 방정식과 항등식을 구별할 수 있도록 한다. 등식의 성질과 이항을 알고, 일차방정식을 풀 수 있도록 한다.

교과서 111 쪽

어떻게 알았을까?



생각 키/우/기 | 마술사가 마술을 보인 방법을 식으로 표현하여 보자.

만화로 보는 수학 이야기

만화에서 마술사가 숫자를 맞힐 수 있었던 것은 속임수 같지만 사실은 방정식을 풀어서 맞힌 것이다. 이번 단원에서는 이와 같이 방정식을 세워서 문제를 푸는 방법에 대하여 지도하였다.

생각 키/우/기

관객이 처음 고른 숫자를 x라고 하자. 여기에 2를 곱한 후 3을 뺐으므로 $2x-3$이다. 다시 여기에 3을 곱한 것이 33이라고 하였으므로 이것을 방정식으로 나타내면

$3(2x-3)=33$

이다. 이 방정식을 풀면

$6x-9=33$, $6x=33+9$, $6x=42$

따라서 $x=7$이다.

대/단/원 평가 문제

1

목표| 기호 ×, ÷를 바르게 생략할 수 있게 한다.

풀이| ① $a\div(b\times c)=a\times\frac{1}{bc}=\frac{a}{bc}$

② $a\times(b-c)=a\times b-a\times c=ab-ac$

③ $x\times x\times x\times x\times x=x^5$

④ $a+b\div y=a+b\times\frac{1}{y}=a+\frac{b}{y}$

⑤ $a\div(x\div y)\div 5=a\div\frac{x}{y}\div 5$

$=a\times\frac{y}{x}\times\frac{1}{5}$

$=\frac{ay}{5x}$

답 ③

2

목표| 식의 문자에 수를 대입하여 식의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| $\frac{2}{a}+\frac{3}{b}-\frac{9}{c}=\frac{2}{4}+\frac{3}{-1}-\frac{9}{6}$

$=\frac{1}{2}-3-\frac{3}{2}$

$=-4$

답 ①

3

목표| 항등식의 의미를 알게 한다.

풀이| ① 좌변과 우변이 다르므로 항등식이 아니다.

② 좌변과 우변이 다르므로 항등식이 아니다.

③ $0=8$, 즉 좌변과 우변이 다르므로 항등식이 아니다.

④ 좌변과 우변이 다르므로 항등식이 아니다.

⑤ 우변을 정리하면

$x-2(x-1)=x-2x+2=-x+2$

따라서 좌변과 우변이 같으므로 항등식이다.

답 ⑤

교과서 112 쪽

대/단/원 평가 문제

선/택/형

1 다음 중에서 옳지 않은 것은?

① $a\div(b\times c)=\frac{a}{bc}$

② $a\times(b-c)=ab-ac$

③ $x\times x\times x\times x\times x=5x$

④ $a+b\div y=a+\frac{b}{y}$

⑤ $a\div(x\div y)\div 5=\frac{ay}{5x}$

2 $a=4$, $b=-1$, $c=6$일 때, 다음 식의 값은?

$$\frac{2}{a}+\frac{3}{b}-\frac{9}{c}$$

① -4 ② -3 ③ -2
④ -1 ⑤ 0

3 다음 등식 중에서 x에 대한 항등식은?

① $5x-2=x+2$ ② $0.2x=3x-0.7$
③ $0\times x=8$ ④ $2x=0$
⑤ $2-x=x-2(x-1)$

4 다음 중에서 일차방정식인 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $2x=x-1$ ② $3+2x=2x-3$
③ $x^2+2x+1=0$ ④ $3x-4$
⑤ $3(x-2)=2x-4$

5 다음 중에서 다항식 x^2-3x-5에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① x의 계수는 -3이다.
② 항은 x^2, $3x$, 5의 3개이다.
③ 상수항은 -5이다.
④ x^2의 차수는 2이다.
⑤ 다항식의 차수는 2이다.

6 다음 중에서 이항이 옳게 된 것은?

① $2x-3=5 \rightarrow 2x=5-3$
② $2-3x=-4x \rightarrow -3x-4x=2$
③ $4-x=-16 \rightarrow x=-16-4$
④ $5x=15-2x \rightarrow 5x+2x=15$
⑤ $2x-7=3x+5 \rightarrow 2x-7+3x+5=0$

7 x에 대한 두 방정식 $5x-3=3x+1$과 $a(2x-1)=8$의 해가 서로 같을 때, a의 값은?

① $\frac{8}{3}$ ② 3 ③ $\frac{10}{3}$
④ $\frac{11}{3}$ ⑤ 4

8 방정식 $\frac{1}{3}x-0.2x=\frac{2x-3}{5}$을 풀면?

① $x=3$ ② $x=\frac{9}{4}$ ③ $x=\frac{3}{2}$
④ $x=\frac{3}{4}$ ⑤ $x=0$

4

목표| 일차방정식의 의미를 알게 한다.

풀이| ① $2x=x-1$에서 $2x-x+1=0$

$x+1=0$ (일차방정식)

② $3+2x=2x-3$에서 $3+2x-2x+3=0$

$6=0$

⑤ $3(x-2)=2x-4$에서 $3x-6=2x-4$

$3x-6-2x+4=0$

$x-2=0$ (일차방정식)

답 ①, ⑤

5

목표| 다항식에 관한 용어의 뜻을 알게 한다.

풀이| ② $x^2-3x-5=x^2+(-3x)+(-5)$

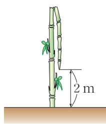
따라서 항은 x^2, $-3x$, -5의 3개이다.

답 ②

교과서 113 쪽

II. 방정식

9 지면에서의 높이가 8 m인 대나무가 부러져서 그 끝이 지면으로부터 2 m인 곳에 닿았다. 이때 대나무의 부러진 윗부분의 길이는?



① 1 m ② 2 m ③ 3 m
④ 4 m ⑤ 5 m

10 2013년에 아버지의 나이는 45세, 아들의 나이는 15세이다. 아버지의 나이가 아들의 나이의 두 배가 되는 해는 언제인가?

① 2020년 ② 2022년 ③ 2024년
④ 2026년 ⑤ 2028년

11 한강의 두 지점 A, B 사이를 유람선으로 왕복하는데 갈 때는 시속 30 km로, 올 때는 시속 50 km로 운항하여 2시간이 걸렸다. 다음 중에서 갈 때 걸린 시간과 두 지점 A, B 사이의 거리를 바르게 짝지은 것은?

① 120분, 90 km ② 40분, 37.5 km
③ 75분, 37.5 km ④ 40분, 26.7 km
⑤ 75분, 26.7 km

서/답/형

12 다음을 문자를 사용하여 식으로 나타내어라.

> 수학 성적이 a점, 영어 성적이 b점일 때, 두 과목 성적의 평균

13 $x+[2x-\{3-(2x-1)\}]+7$을 간단히 하여라.

14 일차방정식 $8-2(5+x)=-4x$를 풀어라.

|서술형|

15 다음 방정식의 해가 $x=2$일 때, a의 값을 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라.

$$\frac{2x-1}{4}-\frac{ax+5}{2}=a$$

|서술형|

16 십의 자리 숫자가 7인 두 자리의 자연수가 있다. 십의 자리 숫자와 일의 자리 숫자를 바꾼 수는 처음 수보다 27이 작다고 한다. 처음 수를 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라.

6

목표 | 이항이 옳게 된 것을 찾을 수 있게 한다.

풀이 | ① $2x-3=5 \longrightarrow 2x=5+3$

② $2-3x=-4x \longrightarrow -3x+4x=-2$

③ $4-x=-16 \longrightarrow -x=-16-4$

⑤ $2x-7=3x+5 \longrightarrow 2x-7-3x-5=0$

답 ④

7

목표 | 두 방정식의 해가 서로 같을 때, a의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이 | $5x-3=3x+1$에서 $5x-3x=1+3$, $2x=4$

$x=2$

$x=2$를 $a(2x-1)=8$에 대입하면 성립하므로

$a(2\times2-1)=8$, $3a=8$

따라서 $a=\frac{8}{3}$이다.

답 ①

8

목표 | 계수가 정수가 아닌 일차방정식을 풀 수 있게 한다.

풀이 | $\frac{1}{3}x-0.2x=\frac{2x-3}{5}$의 양변에 15를 곱하면

$5x-3x=3(2x-3)$

$5x-3x=6x-9$

$-4x=-9$

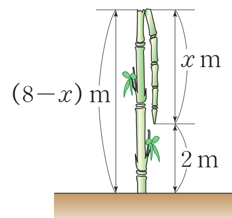
따라서 $x=\frac{9}{4}$이다.

답 ②

9

목표 | 문제의 뜻에 맞는 방정식을 세우고 풀어서 답을 구할 수 있게 한다.

풀이 | 대나무의 부러진 윗부분의 길이를 x m라고 하면 오른쪽 그림에 의하여



$8-x=x+2$

$-2x=-6$

$x=3$

따라서 구하는 길이는 3 m이다.

답 ③

10

목표 | 문제의 뜻에 맞는 방정식을 세우고 풀어서 답을 구할 수 있게 한다.

풀이 | x년 후에 아버지의 나이가 아들의 나이의 두 배가 된다고 하면

$45+x=2(15+x)$

$45+x=30+2x$

$-x=-15$, $x=15$

따라서 구하는 해는 2013년의 15년 후이므로

$2013+15=2028$(년)

답 ⑤

11

목표 | 문제의 뜻에 맞는 방정식을 세우고 풀어서 답을 구할 수 있게 한다.

풀이 | 두 지점 사이의 거리를 x km라고 하면

$\frac{x}{30}+\frac{x}{50}=2$

양변에 150을 곱하면

$5x+3x=300$, $8x=300$

$x=\frac{300}{8}=37.5$

따라서 갈 때 걸린 시간은

$\frac{300}{8}\div30=\frac{10}{8}=\frac{5}{4}$(시간)

즉, 75분이 걸렸다.

답 ③

12

목표 | 문장을 문자를 사용한 식으로 나타낼 수 있게 한다.

풀이 | (평균)$=\frac{(\text{수학 성적})+(\text{영어 성적})}{2}$

$=\frac{a+b}{2}$(점)

답 $\frac{a+b}{2}$점

13

목표 | 식을 간단히 할 수 있게 한다.

풀이 | $x+[2x-\{3-(2x-1)\}]+7$

$=x+\{2x-(3-2x+1)\}+7$

$=x+\{2x-(-2x+4)\}+7$

$=x+(2x+2x-4)+7$

$=x+4x-4+7$

$=5x+3$

답 $5x+3$

14

목표 | 괄호가 있는 일차방정식을 풀 수 있게 한다.

풀이 | $8-2(5+x)=-4x$에서

$8-10-2x=-4x$

$-2x+4x=2$

$2x=2$

따라서 $x=1$이다.

답 $x=1$

15

목표 | 해를 대입하여 a의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이 | 방정식 $\frac{2x-1}{4}-\frac{ax+5}{2}=a$에 $x=2$를 대입하면

$\frac{2\times2-1}{4}-\frac{2a+5}{2}=a$ …㉠

$\frac{3}{4}-\frac{2a+5}{2}=a$

양변에 4를 곱하면

$3-2(2a+5)=4a$

$3-4a-10=4a$

$-8a=7$

따라서 $a=-\frac{7}{8}$이다. …㉡

답 $-\frac{7}{8}$

채점 기준

영역 \ 요소	채점 요소		배점
해결 과정	해를 방정식에 대입하기	㉠	40%
답 구하기	a의 값 구하기	㉡	60%

16

목표 | 문제의 뜻에 맞는 방정식을 세우고 풀어서 답을 구할 수 있게 한다.

풀이 | 일의 자리 숫자를 a라고 하자. …㉠

처음 수는 십의 자리 숫자가 7이므로 $7\times10+a$이다.

십의 자리 숫자와 일의 자리 숫자를 바꾼 수는

$a\times10+7$이므로

$10a+7=(70+a)-27$ …㉡

$10a+7=a+43$

$9a=36$, $a=4$ …㉢

따라서 처음 수는 $7\times10+4=74$ …㉣

답 74

채점 기준

영역 \ 요소	채점 요소		배점
해결 과정	미지수 정하기	㉠	20%
	방정식 만들기	㉡	40%
	방정식 풀기	㉢	20%
답 구하기	처음 수 구하기	㉣	20%

수학 산책



수학 기호의 역사

우리가 현재 사용하고 있는 숫자나 기호의 역사는 그리 오래되지 않았다. 특히 기원전 500년경에 중앙 인도에서 처음 사용된 것으로 추정되는 인도-아라비아 숫자는 1450년경 인쇄술의 발달로 거의 오늘날과 같은 모양을 띠게 되었다.

976년	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
1150년	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
1303년	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1442년	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1508년	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1522년	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0

이탈리아의 수학자들은 1400년대 후반부터 1500년대 초에 수학에서 기호를 사용하기 시작하였다.

먼저 1494년에 "수학대전"을 쓴 파촐리(Pacioli, L.: 1445~1517)는 덧셈 기호를 '더 많은'을 뜻하는 'pin'으로부터 p로, 뺄셈 기호를 '더 적은'을 뜻하는 'meno'로부터 m으로 표시하였다.

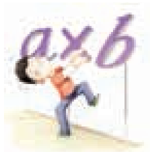
그 후에 "지혜의 숫돌"이라는 책을 쓴 레코드(Recorde, R.: 1510~1558)는 그 책에서 등호 =를 소개하고 있다.



현재와 같은 덧셈 기호 +와 뺄셈 기호 −는 '계산의 왕'이라는 별명을 가지고 있는 독일의 비트만(Widmann, J.: 1462~1498)이 1489년에 출판한 수학 책에 나타나 있다. 그러나 비트만은 이 책에서 +와 −를 연산의 기호로 사용한 것이 아니라 단순히 '과잉'과 '부족'을 나타내는 데 사용했다.

사실 덧셈 기호인 +는 'and'에 해당하는 라틴어의 'et'를 빨리 쓴 것이고, 뺄셈 기호 −는 빼기를 뜻하는 'minus'의 첫 글자인 m이 변한 것이라고 한다.

et → e → +　　m → ~ → —



곱셈 기호인 ×는 영국의 오트레드(Oughtred, W.: 1574~1660)의 책 "수학의 열쇠"에서 처음 소개되었으며, 나눗셈 기호 ÷는 1659년에 출판된 수학 책 "게르만 대수"의 저자인 스위스의 란(Rahn)이 처음 사용하였는데, 원래는 비를 나타내는 기호인 ':' 으로부터 왔다고 전해진다.

부등호 <, >는 영국의 수학자 해리엇(Harriot, T.: 1560~1621)이 죽은 지 10년이 지난 후에 출판된 그의 저서 "해석술 연습"에 나타나 있고, ≤, ≥는 1세기 후인 1700년대에 부게(Bouguer)에 의하여 처음 사용되었다.

프랑스의 수학자 비에타(Viéta, F.: 1540~1603)는 기지수와 미지수를 구분하기 위하여 기지수는 알파벳의 자음인 B, C, D, …를 썼고, 미지수는 모음인 A, E, I, …를 썼다.

오늘날과 같이 알파벳의 앞쪽인 a, b, c, …를 기지수로, 뒤쪽인 x, y, z, …를 미지수로 사용하게 된 것은 데카르트(Descartes, R.: 1596~1650)가 쓰기 시작한 이후부터이다.



선/택/형

1 다항식 x^2-4x-9에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개) [6점]

① 일차식이다.
② 상수항은 -9이다.
③ x^2의 차수는 1이다.
④ 항은 x^2, $4x$, 9이다.
⑤ x^2의 계수는 1이다.

2 문자를 사용하여 다음을 식으로 바르게 나타낸 것은? [6점]

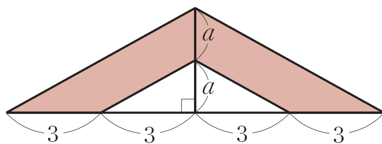
10개에 y원인 아이스크림 b개의 값

① $10by$ ② $by+10$ ③ $\frac{by}{10}$
④ $\frac{10y}{b}$ ⑤ $10y-b$

3 $x=2$, $y=-6$일 때, 식 $\frac{3x-y}{x+y}$의 값은? [6점]

① 5 ② 3 ③ 1
④ -1 ⑤ -3

4 다음 도형에서 색칠한 부분의 넓이를 식으로 바르게 나타낸 것은? [6점]



① $3a$ ② $5a$ ③ $7a$
④ $9a$ ⑤ $11a$

5 다음 등식 중에서 x에 대한 항등식은? [6점]

① $3x=6$ ② $3x=4x-x$
③ $\frac{1}{4}x-3=-5$ ④ $2(x-2)-3x=x$
⑤ $2x+4=-x$

6 다음 중에서 해가 $x=-3$인 방정식은? [6점]

① $x=4x+9$ ② $x+3=-6$
③ $-7=-5x-21$ ④ $2x-7=3x+4$
⑤ $2(3-x)=8-5x$

7 다음 중에서 방정식 $4x+6=14$를 등식의 성질을 이용하여 변형한 것으로 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면? (정답 2개) [6점]

① $14=4x+6$ ② $4x=14+6$
③ $-4x-6=14$ ④ $2x+3=7$
⑤ $4x+6-6=14-6$

8 다음 방정식의 해가 $x=-4$일 때, 상수 a의 값은? [6점]

$\frac{x-a}{2}=\frac{1+x}{6}+a$

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

9 연속한 세 수의 합이 147일 때, 이 세 수를 구하면? [7점]

① 40, 41, 42 ② 42, 43, 44
③ 44, 45, 46 ④ 46, 47, 48
⑤ 48, 49, 50

10 십의 자리 숫자가 6인 두 자리의 자연수가 있다. 이 수는 각 자리 숫자의 합의 7배라고 할 때, 이 자연수를 구하면? [7점]

① 61 ② 63 ③ 65
④ 67 ⑤ 69

서/답/형

11 다음 방정식을 풀어라. [7점]

$$0.2(x+6)=0.4-x$$

12 $5x-4$의 값이 $6-x$의 값의 3배일 때, x의 값을 구하여라. [7점]

13 한 변의 길이가 20 cm인 정사각형의 가로의 길이를 x cm 늘이고 세로의 길이를 $3x$ cm 줄였더니 둘레의 길이가 68 cm인 직사각형이 되었다. x의 값을 구하여라. [8점]

| 서술형 |

14 집에서 도서관까지 시속 3 km로 걸어서 가면 시속 15 km인 자전거로 갈 때보다 20분이 더 걸린다고 한다. 집에서 도서관까지의 거리를 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라. [8점]

| 서술형 |

15 인터넷을 이용하여 두 파일 A, B를 전송하는 데 17분이 걸렸다. 파일 A를 전송하는 데 걸린 시간은 파일 B를 전송하는 데 걸린 시간의 2배보다 5분이 더 걸렸다고 한다. 파일 A와 파일 B의 전송 시간을 각각 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라. [8점]

60점 미만이면 **하 · 수준** 문제를, 60점 이상 80점 미만이면 **중 · 수준** 문제를, 80점 이상이면 **상 · 수준** 문제를 풀어 보세요.

단 / 원 / 종 / 합 / 평 / 가

하 · 수준

1 $a=4$, $b=-2$, $c=3$일 때, 식 $2a-3bc$의 값을 구하여라.

2 다항식 $-x+2y-3$에서 다음을 구하여라.

(1) 항
(2) x의 계수
(3) y의 차수
(4) 상수항

3 -1, 0, 1, 2, 3 중에서 다음 방정식의 해가 되는 것을 찾아라.

(1) $2x=x+1$
(2) $\frac{x}{3}-1=0$

4 다음에 밑줄 친 항을 이항하여라.

(1) $3x\underline{-2}=5$
(2) $4x\underline{+3}=-1$
(3) $5x=3\underline{+2x}$
(4) $\underline{7}+x=\underline{-2x}-2$

5 다음 방정식을 풀어라.

(1) $2x-1=-3$
(2) $2(x+1)=4$
(3) $\frac{1}{2}x-2=-4$
(4) $1.2x-0.4=3.2$

중·수준

1 $x=-1$일 때, 다음 식의 값 중에서 나머지 넷과 다른 하나는?

① $-x^2$　② $1-2x^2$　③ $-(-x^3)$　④ $\frac{1}{x^2}$　⑤ x^5

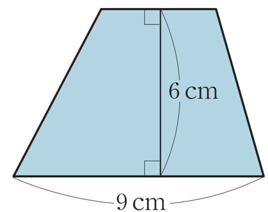
2 x에 관한 어떤 일차식에 $-2x+5$를 더해야 할 것을 잘못하여 빼었더니 $3x-8$이 되었다. 옳게 계산한 식을 구하여라.

3 다음 일차방정식을 풀어라.

(1) $\frac{x}{6}=\frac{x}{4}-\frac{1}{3}$　(2) $\frac{2x-14}{4}-5x=1$

(3) $4(x-6)=3(2-x)-2$　(4) $0.7x+0.14=0.1x-0.16$

4 오른쪽 그림과 같이 아랫변의 길이가 9 cm이고 높이가 6 cm인 사다리꼴의 넓이가 39 cm^2일 때, 이 사다리꼴의 윗변의 길이를 구하여라.



5 희준이는 학교에서 정보도서관까지 가는데 시속 4 km로 걸을 때보다 시속 6 km로 뛰어갈 때 15분 일찍 도착한다고 한다. 학교에서 정보도서관까지의 거리를 구하여라.

상·수준

1 $A=(a+2)x^2-5x+3$, $B=3x^2-x+2$에 대하여 $3A-4B$를 간단히 하였더니 x에 관한 일차식이 되었다. 이때 상수 a의 값을 구하여라.

2 다음 일차방정식을 풀어라.

(1) $\frac{3}{2}x+0.9=0.6(x+1)$

(2) $\frac{1}{5}(x-0.5)=x-1.3$

(3) $\frac{4}{3}(x-1)=\frac{3}{4}(1-x)$

(4) $0.5(0.2x-1)=\frac{1}{4}x+\frac{2}{5}$

3 x에 대한 두 일차방정식

$$6x-\frac{1}{2}=1 \quad \cdots\cdots ㉠, \quad ax+3b=2 \quad \cdots\cdots ㉡$$

에서 ㉡의 해가 ㉠의 해의 4배일 때, 상수 a, b에 대하여 $a+3b$의 값을 구하여라.

4 어떤 일을 하는 데 형은 20일, 동생은 30일이 걸린다고 한다. 형과 동생이 함께 일을 한다면, 일을 마치는 데 며칠이 걸리는지 구하여라.

5 어느 기차가 일정한 속력으로 길이가 1300 m인 터널에 진입해서 완전히 빠져나가는 데 75초가 걸렸고, 같은 속력으로 길이가 400 m인 철교에 진입해서 완전히 빠져나가는 데 25초가 걸렸다. 이 기차의 길이를 구하여라.

1 목표| 다항식에 관한 용어의 뜻을 알게 한다.

풀이| ① 차수가 가장 큰 항의 차수가 2이므로 일차식이 아니다.
③ x^2의 차수는 2이다.
④ 항은 x^2, $-4x$, -9이다.

답 ②, ⑤

2 목표| 문자를 사용하여 식을 나타낼 수 있게 한다.

풀이| $y\div 10\times b=\frac{by}{10}$

답 ③

3 목표| 식의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| $\frac{3x-y}{x+y}=\frac{3\times 2-(-6)}{2+(-6)}=\frac{12}{-4}=-3$

답 ⑤

4 목표| 도형에서 색칠한 부분의 넓이를 식으로 나타내고, 일차식의 계산을 할 수 있게 한다.

풀이| 큰 삼각형의 넓이에서 작은 삼각형의 넓이를 뺀 것이므로
$12\times 2a\div 2-6\times a\div 2=12a-3a=9a$

답 ④

5 목표| 항등식을 찾을 수 있게 한다.

풀이| ② 우변을 정리하면 $4x-x=3x$
따라서 좌변과 우변이 같으므로 항등식이다.
④ 좌변을 정리하면
$2(x-2)-3x=2x-4-3x=-x-4$
따라서 좌변과 우변이 다르므로 항등식이 아니다.

답 ②

6 목표| 방정식의 해의 의미를 이해하게 한다.

풀이| ① $x=4x+9$ → $-3=4\times(-3)+9$

답 ①

7 목표| 등식의 성질을 이용하여 방정식을 푸는 과정을 이해하게 한다.

풀이| ② 좌변은 6을 빼고 우변은 6을 더하였다.
③ 좌변에만 -1을 곱하였다.

답 ②, ③

8 목표| 해를 대입하여 a의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| $\frac{-4-a}{2}=\frac{1+(-4)}{6}+a$
$-12-3a=-3+6a$
따라서 $a=-1$이다.

답 ②

9 목표| 문제의 뜻에 맞는 방정식을 세우고 풀어서 답을 구할 수 있게 한다.

풀이| 연속한 세 수를 $x-1$, x, $x+1$이라고 하면
$(x-1)+x+(x+1)=147$, $x=49$
따라서 연속한 세 수는 48, 49, 50이다.

답 ⑤

10 목표| 문제의 뜻에 맞는 방정식을 세우고 풀어서 답을 구할 수 있게 한다.

풀이| 일의 자리 숫자를 x라고 하면 이 자연수는 $60+x$이고, 각 자리 숫자의 합은 $6+x$이므로
$60+x=7(6+x)$, $-6x=-18$, $x=3$
따라서 구하는 자연수는 63이다.

답 ②

11 목표| 계수가 소수인 방정식을 풀 수 있게 한다.

풀이| $2(x+6)=4-10x$, $12x=-8$
따라서 $x=-\frac{2}{3}$이다.

답 $x=-\frac{2}{3}$

12 목표| 주어진 조건을 방정식으로 나타내고, 미지수 x의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| $5x-4=3(6-x)$, $8x=22$
따라서 $x=\frac{11}{4}$이다.

답 $\frac{11}{4}$

13 목표| 문제의 뜻에 맞는 방정식을 세우고 풀어서 답을 구할 수 있게 한다.

풀이| 직사각형의 가로의 길이는 $(20+x)$ cm, 세로의 길이는 $(20-3x)$ cm이므로
$(20+x)+(20-3x)=34$, $x=3$

답 3

14 목표| 문제의 뜻에 맞는 방정식을 세우고 풀어서 답을 구할 수 있게 한다.

풀이| 집에서 도서관까지의 거리를 x km라고 하면 …㉠

$\frac{x}{3}-\frac{x}{15}=\frac{20}{60}$ …㉡

$5x-x=5$, $4x=5$, $x=1.25$ …㉢

따라서 집에서 도서관까지의 거리는 1.25 km이다. …㉣

답 1.25 km

채점 기준

영역 \ 요소	채점 요소		배점
해결 과정	미지수 정하기	㉠	2점
	방정식 만들기	㉡	2점
	방정식 풀기	㉢	2점
답 구하기	거리 구하기	㉣	2점

15 목표| 문제의 뜻에 맞는 방정식을 세우고 풀어서 답을 구할 수 있게 한다.

풀이| 파일 B의 전송 시간을 x분이라고 하면 …㉠
파일 A의 전송 시간은 $(2x+5)$분이므로
$(2x+5)+x=17$ …㉡
$2x+x=17-5$, $3x=12$, $x=4$ …㉢
따라서 파일 A의 전송 시간은 13분이고, 파일 B의 전송 시간은 4분이다. …㉣

답 A: 13분, B: 4분

채점 기준

영역 \ 요소	채점 요소		배점
해결 과정	미지수 정하기	㉠	2점
	방정식 만들기	㉡	2점
	방정식 풀기	㉢	2점
답 구하기	각각의 전송 시간 구하기	㉣	2점

하·수준

1 목표| 식의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| $2a-3bc=2\times4-3\times(-2)\times3=26$

답 26

2 목표| 다항식에서 항, 계수, 차수, 상수항의 뜻을 알게 한다.

풀이| (1) $-x$, $2y$, -3 (2) -1
(3) 1 (4) -3

답 풀이 참조

3 목표| 방정식의 미지수에 주어진 값을 대입하여 해를 찾을 수 있게 한다.

풀이| (1) $x=1$일 때 $2\times1=1+1$
(2) $x=3$일 때 $\frac{3}{3}-1=0$

답 (1) $x=1$ (2) $x=3$

4 목표| 방정식에서 표시된 항을 이항할 수 있게 한다.

풀이| (1) $3x=5+2$ (2) $4x=-1-3$
(3) $5x-2x=3$ (4) $x+2x=-2-7$

답 풀이 참조

5 목표| 주어진 방정식을 풀 수 있게 한다.

풀이| (1) $2x=-2$, $x=-1$
(2) $2x+2=4$, $2x=2$, $x=1$
(3) $\frac{1}{2}x=-2$, $x=-4$
(4) $12x-4=32$, $12x=36$, $x=3$

답 (1) $x=-1$ (2) $x=1$ (3) $x=-4$ (4) $x=3$

중·수준

1 목표| 식의 값을 구하여 나머지 넷과 다른 하나를 구할 수 있게 한다.

풀이| ①, ②, ③, ⑤ -1
④ $\frac{1}{x^2}=\frac{1}{(-1)^2}=\frac{1}{1}=1$

답 ④

2 목표| 문제의 뜻에 맞는 방정식을 세우고 풀어서 답을 구할 수 있게 한다.

풀이| 어떤 식을 □라고 하면

□$-(-2x+5)=3x-8$

□$=(3x-8)+(-2x+5)=x-3$

따라서 옳게 계산한 식은

$(x-3)+(-2x+5)=-x+2$ 　답 $-x+2$

3 목표| 주어진 일차방정식을 풀 수 있게 한다.

풀이| (1) $2x=3x-4$, $-x=-4$, $x=4$

(2) $2x-14-20x=4$, $-18x=18$, $x=-1$

(3) $4x-24=6-3x-2$, $7x=28$, $x=4$

(4) $70x+14=10x-16$, $60x=-30$, $x=-\frac{1}{2}$

답 (1) $x=4$ (2) $x=-1$ (3) $x=4$ (4) $x=-\frac{1}{2}$

4 목표| 문제의 뜻에 맞는 방정식을 세우고 풀어서 답을 구할 수 있게 한다.

풀이| 사다리꼴의 윗변의 길이를 x cm라고 하면

$(x+9)\times 6\div 2=39$, $(x+9)\times 6\times \frac{1}{2}=39$

$x+9=13$, $x=4$ 　답 4 cm

5 목표| 문제의 뜻에 맞는 방정식을 세우고 풀어서 답을 구할 수 있게 한다.

풀이| 학교에서 정보도서관까지의 거리를 x km라고 하면

$\frac{x}{4}-\frac{x}{6}=\frac{15}{60}$, $3x-2x=3$, $x=3$

답 3 km

상·수준

1 목표| 일차식에 대한 개념을 이해하게 한다.

풀이| $3A-4B$

$=3\{(a+2)x^2-5x+3\}-4(3x^2-x+2)$

$=(3a-6)x^2-11x+1$

이 식이 x에 관한 일차식이 되려면

$3a-6=0$, $a=2$ 　답 2

2 목표| 복잡한 일차방정식을 풀 수 있게 한다.

풀이| (1) $15x+9=6x+6$, $9x=-3$, $x=-\frac{1}{3}$

(2) $2x-1=10x-13$, $-8x=-12$, $x=\frac{3}{2}$

(3) $16x-16=9-9x$, $25x=25$, $x=1$

(4) $10(0.2x-1)=5x+8$, $2x-10=5x+8$

$-3x=18$, $x=-6$

답 (1) $x=-\frac{1}{3}$ (2) $x=\frac{3}{2}$ (3) $x=1$ (4) $x=-6$

3 목표| 두 일차방정식의 해의 관계를 이용하여 $a+3b$의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| ㉠에서 $6x=\frac{3}{2}$, $x=\frac{1}{4}$

㉡의 해는 ㉠의 해의 4배이므로 $x=4\times\frac{1}{4}=1$

$x=1$을 ㉡에 대입하면 $a+3b=2$

답 2

4 목표| 문제의 뜻에 맞는 방정식을 세우고 풀어서 답을 구할 수 있게 한다.

풀이| 형과 동생이 하루에 할 수 있는 일의 양은 각각 $\frac{1}{20}$, $\frac{1}{30}$이다.

형과 동생이 함께 일한 기간을 x일이라고 하면

$\frac{x}{20}+\frac{x}{30}=1$, $3x+2x=60$, $x=12$

답 12일

5 목표| 문제의 뜻에 맞는 방정식을 세우고 풀어서 답을 구할 수 있게 한다.

풀이| 기차의 길이를 x m라고 하면

$\frac{1300+x}{75}=\frac{400+x}{25}$, $x=50$

답 50 m

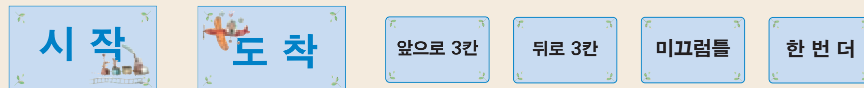
방정식 카드 놀이

방정식 카드를 사용하여 다음과 같은 게임을 해 보아라.

준비물

게임 말, 주사위 1개, 게임 카드 6장, 방정식 카드 48장

〈게임 카드〉



게임 규칙

① 시작 카드와 도착 카드를 잇는 길을 카드로 적당히 배열하여 만든다.

② 게임 순서를 정하고 차례로 주사위를 던져 나온 눈의 수만큼 말을 이동한다. 그리고 말이 위치한 카드의 방정식을 풀어 카드 뒤에 적힌 답을 확인한다. 이때 정답을 맞히면 그 자리에 있고, 틀리면 주사위를 던지기 전의 위치로 돌아간다.

③ 만일 '미끄럼틀' 카드가 있는 곳에 도착하면 주사위를 한 번 더 던져 나온 눈의 수만큼 뒤로 이동한다. 그러나 '한 번 더' 카드가 나오면 주사위를 한 번 더 던져 나온 눈의 수만큼 앞으로 이동한다.

④ 방정식 카드로 만든 길을 모두 통과하여 가장 먼저 도착한 사람이 이긴다.



일자천금(一字千金)과 “원론”, “구장산술”

일자천금(一字千金)이란 한 글자에 천금의 가치가 있다는 뜻으로 아주 빼어난 글자나 시문을 비유하여 이르는 말이다.

전국 시대 말엽 제(齊)나라 맹상군(孟嘗君)과 조(趙)나라 평원군(平原君)은 천 명이 넘는 학식 있는 식객들을 거느리고 있었고, 초(楚)나라 춘신군(春申君)과 위(魏)나라 신릉군(信陵君)은 각각 3000여 명의 식객을 거느리고 저마다 유능한 인물이 많음을 자랑하고 있었다.

한편 이들에게 질세라 식객을 모은 사람이 있었으니, 일개 상인 출신으로 당시 최강국인 진(秦)나라의 재상이 되어 13세의 어린 왕 정(政, 훗날의 시황제)으로부터 중부(仲父)라 불리며 위세를 떨친 문신후(文信侯) 여불위(呂不韋)가 바로 그 사람이다. 그는 막대한 사재를 풀어 3000여 명의 식객을 모아들였다.

이 무렵 각국에서는 많은 책을 펴내고 있었는데 특히 순자(荀子)가 수만 자로 되어 있는 책을 편찬했다는 소식을 듣자 여불위는 당장 식객들을 시켜 30여 만 자에 이르는 대작을 만들었다. 이 책은 모두 26권으로 천지만물, 고금(古今)의 일이 두루 적혀 있는 오늘날의 백과사전과 같은 것이었다.

“이런 대작을 나 말고 누가 감히 만들 수 있단 말인가!”

의기양양해진 여불위는 이 책을 자기가 편찬한 양 “여씨춘추(呂氏春秋)”라고 이름을 지었다. 여불위는 이 책을 진나라 도읍인 함양(咸陽)에 사는 모든 사람들이 두루 읽을 수 있게 전시하면서 그 위에 천금을 매달아 놓고 방문(榜文)을 써 붙였다.

“누구든지 이 책에서 한 자라도 덧붙이거나 빼는 사람에게는 천금을 주리라.”

그러나 그것이 국상의 책이기 때문에 천금이 아니라 만금을 준다고 해도 누가 감히 글자 하나 고칠 수 있었겠는가?

그렇다면 수학에서도 여씨춘추와 같은 책이 있을까? 물론 있다. 서양에는 유클리드의 “원론”이 있고, 동양에는 “구장산술(九章算術)”이 있다.

원론은 지구 상에서 성경 다음으로 많은 사람들에게 읽힌 책으로 ‘수학의 성서’라고 불린다. 원론은 모두 13권(Ⅰ~ⅩⅢ)으로 이루어져 있으며 1482년에 초판이 인쇄된 이후 지금까지 1천 판이 넘을 정도로 인쇄되었으며 2천 년 이상 기하학의 교과서로 군림해 왔다. 사실 우리가 중학교와 고등학교에서 배우는 수학은 주로 원론의 Ⅰ, Ⅲ, Ⅳ, Ⅵ, Ⅺ, ⅩⅡ권 가운데에서 발췌한 것이다. 그러니까 중학교 이상의 수학 교육을 받았다면 이미 유클리드의 원론은 비록 부분적이긴 하지만 읽어 본 셈이다.

유럽에 유클리드의 “원론”이라는 뛰어난 수학 책이 있어서 학문 발전의 밑거름이 되었다면 동양에는 “구장산술”이 그러했다. 이 책은 동양 최고의 수학 책으로 중국뿐만 아니라 우리나라에서도 신성한 책으로 받아들여졌다. 특히 조선 말기의 수학자인 남병길은 조선의 사정에 맞게 해설을 붙여 “구장술해(九章術解)”라는 수학 책을 펴냈다.

서양의 원론과 동양의 구장산술은 그 내용과 형식에서 차이점이 있지만 수학만을 다루는 전문적인 책이라는 공통점이 있다. 즉, 동양에서나 서양에서나 모두 수학이 중요한 분야이고 수학을 발전시켜야 문명이 발전할 수 있다는 것을 알고 있었다는 것이다.

일자천금(一字千金) 一(한 일), 字(글자 자), 千(일천 천), 金(쇠 금)

Ⅲ 함수

이 단원의 학습목표

1. 다양한 상황을 표와 식으로 나타내고, 함수의 개념을 이해한다.
2. 순서쌍과 좌표를 이해한다.
3. 함수를 그래프로 나타낼 수 있다.
4. 함수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.

1. 함수와 그래프



우리나라의 댐들 중에서 강원도에 있는 다목적 댐인 소양강 댐은 높이가 123 m이고 제방의 길이가 530 m이며, 총 저수량이 29억 톤에 달한다. 특히 비가 많이 오는 장마철에는 1초에 최대 5500톤의 물을 방류할 수 있는 장비를 갖추고 있으며 1초에 2000톤씩을 방류할 경우, 방류한 물이 서울 한강에 다다르는 데 빠르면 17시간이 걸리는 초대형 댐이다. 소양강 댐은 경기도와 수도권 일대의 홍수를 조절하고, 생활용수를 공급하는 매우 중요한 기능을 수행한다.

댐 하류에 홍수가 나지 않게 하기 위하여 1초에 몇 톤의 물을 방류할 것인가 하는 문제는 물의 양을 조절하는 데 있어서 매우 중요한 요소라고 할 수 있다. 이와 같이 변하는 두 양이 대응되는 관계는 실생활에서 매우 유용하다.

단원을 시작하기 전에

우리 주변에는 물을 끓일 때의 시간과 물의 온도, 몸무게에 따른 저울 눈금의 변화, 산의 높이에 따른 온도의 변화, 자동차의 속력과 움직인 거리, 정사각형의 한 변의 길이와 넓이 사이의 관계 등 변하는 두 양 사이에 적당한 관계가 있는 것이 매우 많다. 따라서 이 단원에서는 이렇게 변하는 두 양 사이에는 어떤 관계가 있는지, 그리고 이것을 식으로 나타내는 방법에 대하여 지도한다. 또 식으로 나타낼 수 있는 관계는 순서쌍을 사용하여 좌표평면 위에 나타낼 수 있음을 알게 한다.

단원의 지도 목표

1. 함수와 그래프

① 다양한 상황을 표와 식으로 나타내고, 함수의 개념을 이해하게 한다.
② 순서쌍과 좌표를 이해하게 한다.
③ 함수를 그래프로 나타낼 수 있게 한다.
④ 함수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

① 함수를 도입할 때 정비례와 반비례 이외의 상황을 다룰 수 있다.
② 함수의 개념은 다양한 상황에서 한 양이 변함에 따라 다른 양이 하나씩 정해지는 두 양 사이의 대응 관계를 이용하여 도입한다.
③ 다양한 상황을 표, 식, 그래프로 나타내고, 설명하게 한다.
④ 공학적 도구를 활용하여 함수의 그래프를 그리고 다양한 상황을 해석할 수 있게 한다.

교수 · 학습의 계열



단원의 차시별 지도 계획

중단원	소단원	차시	교과서(쪽)	지도 내용	용어와 기호
단원의 개관			116~117	• 단원의 개관	
1. 함수와 그래프	준비 학습		118	• 규칙 찾기 • 규칙과 대응 • 정비례 • 반비례	
	1-1 함수	1~3	119~123	• 함수의 뜻 • 함숫값의 뜻	변수, 함수, 함숫값, $y=f(x)$, $f(x)$
	1-2 순서쌍과 좌표	4~7	124~129	• 수직선 위의 점을 나타내기 • 좌표평면 위의 점을 나타내기	좌표, 순서쌍, x축, y축, 좌표축, 원점, x좌표, y좌표, 좌표평면, 제1사분면, 제2사분면, 제3사분면, 제4사분면
	1-3 함수의 그래프	8~12	130~138	• 함수의 그래프의 뜻 • 함수 $y=ax(a\neq0)$의 그래프 그리기 • 함수 $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$의 그래프 그리기	함수의 그래프
	1-4 함수의 활용	13~14	139~142	• 함수를 여러 가지 문제에 활용하기	
	수준별 학습	15	143~145	• 중단원 확인 학습 문제	
단원 마무리		16~17	146~153	• 수행 과제 • 학습에 대한 자기 평가 • 대단원 핵심 한눈에 보기 • 만화로 보는 수학 이야기 • 대단원 평가 문제 • 계산기의 활용 • 수학 산책	

학습 지도 계획 수립 시 차시별 지도 계획을 바탕으로 학교의 실정이나 학생들의 학습 속도에 따라 적절히 조정할 수 있다.

단원의 이론적 배경

1. 함수

고대 수학을 살펴보면 아라비아에서는 운동에 관한 수학적 연구가 없었으며, 그리스에서는 속도의 개념조차 없었다. 기원전 5세기경 바빌로니아 사람들은 천문학을 연구하면서 천체 위치의 주기성을 발견하고 관측 자료를 바탕으로 천체 운동의 경로를 추정하여 이를 수표로 나타내었다. 그 후 갈릴레이(Galilei, G.: 1564~1642) 등 과학자들이 역학에서 두 변량 사이의 관계를 연구하는 과정에서 함수의 개념이 생겨나게 되었다.

함수의 창시자로 데카르트(Descartes, R.: 1596~1650)를 꼽는 사람이 많은데, 이는 그가 함수의 본질이라고 할 수 있는 '두 변량 사이의 대응 관계'를 최초로 생각해 내고 강조하였기 때문이다.

오늘날의 함수의 개념을 도입한 사람은 'function(함수)'이라는 용어를 처음으로 사용한 라이프니츠(Leibniz, G. W.: 1646~1716)이다. 그는 함수와 관련해서 좌표를 사용하였으며, 임의의 함수를 주고 이것을 만족하는 곡선을 구하도록 하였다.

이러한 개념은 그의 제자인 베르누이 형제에게로 이어졌으며, 베르누이의 제자인 오일러(Euler, L.: 1707~1783)에 의하여 더욱 발전되었다.

오일러는 그의 저서 "무한소 해석 입문"에서 '1개의 변수를 가진 함수란 그 변수와 몇 개의 상수로 이루어진 해석적인 식'이라고 하여 곡선과 함수의 개념을 분리시키려고 하였다. 그는 테일러(Taylor) 급수를 이용하여 해석 함수를 연구하였는데, 변량과 상수에 유한번의 사칙연산을 시행하여 얻어지는 대수함수와 무한번 시행하여 얻어지는 초월함수를 구별하였다. 대수함수에는 다항함수, 유리함수, 무리함수 등이 있고, 초월함수에는 로그함수, 지수함수, 삼각함수 등이 있다. 그러나 오일러는 함수가 식에서 얻어져야 한다는 제한에서 벗어나지는 못하였다.

18세기 후반 해석학의 눈부신 발전과 더불어 함수의 개념도 발달되었다. 달랑베르(d' Alembert, J. L. R.: 1717~1783)는 함수를 형식적인 식에서 벗어나게 하고자 했다. 그리고 푸리에(Fourier, J. B. J.: 1768~1830)가 임의의 함수는 삼각함수로 전개 가능하다는 주장을 하면서, 함수는 하나의 해석적 표현만 가능하다는 전통 관념에 변화가 일어났다.

코시(Cauchy, A. L.: 1789~1857)는 "해석학 강의"에서 독립변수와 종속변수를 정의하고, 변수 사이의 관계로 함수를 정의하였다. 이러한 정의는 함수의 개념을 각 x의 값에 대하여 y의 값이 정해지는 하나의 규칙으로 파악하는 동기가 되었다.


디리클레

또한 디리클레(Dirichlet, J. P. G. L.: 1805~1859)는 함수를 '어느 구간 내의 어떤 변량 x의 각각의 값에 대하여 y의 값이 각각 정해질 때, y를 x의 함수라고 한다.'라고 정의하였으며, 이때 y는 전 구간에서 x의 하나의 법칙에 따를 필요가 없고 또 종속변수가 수학적 연산에 의하여 나타내어질 필요도 없다고 하였다. 즉, 디리클레의 함수의 정의는 한 변수가 다른 변수에 종속되거나 대수식으로 표현되지 않아도 두 변수 사이에 어떤 대응만 있으면 함수가 된다는 것으로 임의의 대응으로 함수를 정의한 것이다.

그 후 함수의 개념은 칸토어(Cantor, G.: 1845~1918), 바이어슈트라스(Weierstrass, K. T. W.: 1815~1897), 데데킨트(Dedekind, J. W. R.: 1831~1916)의 영향을 받아 오늘날과 같은 함수의 이론으로 발전하게 되었다.

함수를 좌표평면 위에 그래프로 나타낼 수 있게 된 것은 데카르트가 좌표의 개념을 도입하면서부터이다. 좌표는 대수학과 기하학을 통합하여 기하학적 도형을 식으로 나타낼 수 있게 한다. 또 함수의 식을 그래프로 나타내면 함수의 특징을 직관적으로 파악할 수 있다. 중학교 수학 교과서에서 함수의 그래프는 $y=f(x)$를 만족시키는 모든 순서쌍 $(x,\ y)$를 좌표평면 위에 나타낸 것으로 정의한다.

한 변수 x에 대한 함수는 $f(x)$로 나타내고 몇 개의 변수에 대한 함수인 다변수함수는 $f(x, y, z, \cdots)$로 나타낸다.

한편 함수를 표현하는 데는 라틴 문자나 그리스 문자가 쓰인다. 예를 들면 f, F, g, G, h, H, φ, ψ 등이 주로 사용된다.

2. 함수의 지도

오늘날 추상적이고 현대적인 함수의 개념은 오랜 역사 발생적 과정을 거쳐 수학화되어 오는 동안에 원래의 함수적 사고에서 중요시된 여러 측면이 함축되고 추상화, 형식화된 것이다.

고전적 의미의 함수가 역동적이고 변화 현상과의 관련성을 강조한 반면, 현대적 의미의 함수는 정적이고 추상적이다. 이 때문에 학생들은 함수가 지닌 구체적인 의미를 이해하기 어려워한다.

함수를 지도함에 있어서 중요한 것은 학생들로 하여금 변화의 관계로서 진정한 함수의 개념을 파악하도록 하는 것이다. 나아가 형식화, 추상화 등 수학화의 과정을 경험하게 하여야 한다. 학생들에게 자연과 사회에서 경험하는 온도, 가격의 변화 등 다양한 현상의 함수 관계에 대해 구체적인 예를 찾아 제시하고, 생활 속에서 함수적인 요소를 찾아 두 변량 사이의 관계로 관찰하는 것을 통하여, 함수 개념의 본질이 형성되고 함수적 사고가 발달할 수 있도록 지도해야 한다.

한편 함수의 그래프는 함수를 시각화한 것이다. 따라서 함수의 성질은 그래프를 그려서 살펴보는 것이 효과적이다. 이때 컴퓨터를 활용하여 시각화하고, 다양한 그림을 제공함으로써 학생들의 흥미와 관심을 높일 수 있다.

교수 · 학습 과정안 (기초)

대단원		Ⅲ. 함수	쪽수	교과서 138쪽
소단원		1. 함수와 그래프　1-3 함수의 그래프	차시	12/17
학습 목표		함수 $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$의 그래프를 이해한다.		
단계	학습 과정	교수 · 학습 활동		교수 · 학습상의 유의점
도입	선수 학습 확인 동기 유발 학습 목표 제시	◆ 이전에 학습한 내용을 간단히 확인, 점검한다. ◆ 함수 $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$의 그래프의 특징에 대하여 질문한다. ◆ 학습 목표를 제시한다. • 함수 $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$의 그래프를 이해한다.		모둠 학습을 위한 소집단을 사전에 편성한다.
전개	개념 학습 문제 해결	◆ 학습 내용 설명 **함수 $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$의 그래프** x값의 범위가 0을 제외한 수 전체일 때, 함수 $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$의 그래프는 원점에 대하여 대칭인 한 쌍의 곡선이다. $a>0$일 때, 그래프는 제1사분면과 제3사분면을 지난다. $a<0$일 때, 그래프는 제2사분면과 제4사분면을 지난다. **함수 $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$의 식 구하기** 함수 $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$의 그래프가 지나는 점의 좌표를 알면 a의 값을 구할 수 있다. ㉹ 함수 $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$의 그래프가 점 $(2,\ 2)$를 지날 때, 함수의 식 구하기 ◆ 문제 7, 8을 풀게 한다. 정답을 확인하고, 보충 설명을 한다.		
정리 및 평가	학습 내용 정리 형성 평가 수준별 과제 차시 예고	◆ 본시의 학습 내용을 정리한다. ◆ 형성 평가 문제를 제시하여 성취 수준을 파악한다. ● 함수 $y=\frac{a}{x}$의 그래프가 다음 점을 지날 때, 함수의 식을 구하여라. (1) $(-1,\ 6)$　　　　(2) $(-4,\ -3)$ 답 (1) $y=-\frac{6}{x}$　(2) $y=\frac{12}{x}$ ◆ 형성 평가 결과에 따라 수준별 학습지(기초, 기본)를 과제로 선택하도록 한다. ◆ 다음 차시를 예고한다. • 함수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.		

수준별 학습지 (기초)

대단원	Ⅲ. 함수	쪽수	교과서 138쪽
소단원	1. 함수와 그래프　1-3 함수의 그래프	차시	12/17
(　　)학년 (　　)반 (　　)번　이름:			

1 다음 함수의 그래프 중에서 제2사분면과 제4사분면을 지나는 것을 모두 찾으면? (정답 2개)

① $y=-2x$　② $y=\frac{1}{3}x$　③ $y=-\frac{10}{x}$

④ $y=\frac{3}{x}$　⑤ $xy=8$

답 ①, ③

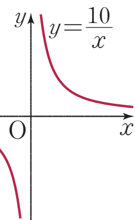
2 다음 중 함수 $y=-\frac{4}{x}$의 그래프 위의 점이 아닌 것은?

① $(2,\ -2)$　② $(-2,\ 2)$　③ $(-1,\ 4)$

④ $(1,\ -4)$　⑤ $(-4,\ -1)$

답 ⑤

3 함수 $y=\frac{10}{x}$의 그래프가 오른쪽 그림과 같다. 이 그래프에 대한 다음 설명 중 옳은 것에 ○, 틀린 것에 ×를 하여라.



(1) 원점을 지나지 않는다.　(　　)

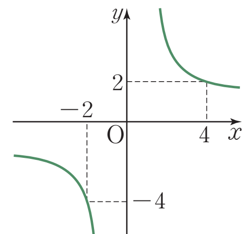
(2) 점 $(-5,\ 2)$를 지난다.　(　　)

(3) 점 $(2,\ 5)$를 지난다.　(　　)

(4) 제2사분면과 제4사분면을 지난다.　(　　)

답 (1) ○　(2) ×　(3) ○　(4) ×

4 함수 $y=\frac{a}{x}$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 상수 a의 값을 구하여라.



답 8

교수 · 학습 과정안 (기본)

대단원	Ⅲ. 함수	쪽수	교과서 138쪽
소단원	1. 함수와 그래프　1-3 함수의 그래프	차시	12/17
학습 목표	함수 $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$의 그래프를 이해한다.		

단계	학습 과정	교수 · 학습 활동	교수 · 학습상의 유의점
도입	선수 학습 확인 동기 유발 학습 목표 제시	◯ 이전에 학습한 내용을 간단히 확인, 점검한다. ◯ 함수 $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$의 그래프의 특징에 대하여 질문한다. ◯ 학습 목표를 제시한다. • 함수 $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$의 그래프를 이해한다.	모둠 학습을 위한 소집단을 사전에 편성한다.
전개	개념 학습 문제 해결	◯ 학습 내용 설명 **함수 $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$의 그래프** x값의 범위가 0을 제외한 수 전체일 때, 함수 $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$의 그래프는 원점에 대하여 대칭인 한 쌍의 곡선이다. $a>0$일 때, 그래프는 제1사분면과 제3사분면을 지난다. $a<0$일 때, 그래프는 제2사분면과 제4사분면을 지난다. **함수 $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$의 식 구하기** 함수 $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$의 그래프가 지나는 점의 좌표를 알면 a의 값을 구할 수 있다. ㉮ 함수 $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$의 그래프가 점 $(2,\ 2)$를 지날 때, 함수의 식 구하기 ◯ 문제 7, 8을 풀게 한다. 정답을 확인하고, 보충 설명을 한다.	
정리 및 평가	학습 내용 정리 형성 평가 수준별 과제 차시 예고	◯ 본시의 학습 내용을 정리한다. ◯ 형성 평가 문제를 제시하여 성취 수준을 파악한다. ● 오른쪽 그림은 함수 $y=\frac{a}{x}$의 그래프이다. 이때 점 A의 y좌표를 구하여라. 답 -6 ◯ 형성 평가 결과에 따라 수준별 학습지(기초, 기본, 실력)를 과제로 선택하도록 한다. ◯ 다음 차시를 예고한다. • 함수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.	

수준별 학습지 (기본)

대단원	Ⅲ. 함수	쪽수	교과서 138쪽
소단원	1. 함수와 그래프　1-3 함수의 그래프	차시	12/17
(　　)학년 (　　)반 (　　)번　이름:			

1 다음 함수의 그래프 중에서 원점에서 가장 먼 것은?

① $y=\frac{4}{x}$　② $y=\frac{2}{x}$　③ $y=-\frac{1}{x}$

④ $y=-\frac{6}{x}$　⑤ $y=-\frac{8}{x}$

답 ⑤

2 함수 $f(x)=\frac{a}{x}$에 대하여 $f(2)=-4$일 때, $f(-8)$의 값을 구하여라. (단, a는 상수이다.)

답 1

3 오른쪽 그래프가 나타내는 함수의 식을 구하여라.

답 $y=-\frac{4}{x}$

4 함수 $y=\frac{a}{x}$의 그래프가 두 점 $(-4,\ 3)$, $(b,\ 2)$를 지날 때, $a-b$의 값을 구하여라. (단, a는 상수이다.)

답 -6

교수 · 학습 과정안 (실력)

<table>
<tr><td colspan="2">대단원</td><td>Ⅲ. 함수</td><td>쪽수</td><td>교과서 138쪽</td></tr>
<tr><td colspan="2">소단원</td><td>1. 함수와 그래프 1-3 함수의 그래프</td><td>차시</td><td>12/17</td></tr>
<tr><td colspan="2">학습 목표</td><td colspan="3">함수 $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$의 그래프를 이해한다.</td></tr>
<tr><td>단계</td><td>학습 과정</td><td colspan="2">교수 · 학습 활동</td><td>교수 · 학습상의 유의점</td></tr>
<tr><td>도입</td><td>선수 학습 확인
동기 유발
학습 목표 제시</td><td colspan="2">이전에 학습한 내용을 간단히 확인, 점검한다.
함수 $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$의 그래프의 특징에 대하여 질문한다.
학습 목표를 제시한다.
• 함수 $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$의 그래프를 이해한다.</td><td>모둠 학습을 위한 소집단을 사전에 편성한다.</td></tr>
<tr><td>전개</td><td>개념 학습

문제 해결</td><td colspan="2">학습 내용 설명
함수 $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$의 그래프
x값의 범위가 0을 제외한 수 전체일 때, 함수 $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$의 그래프는 원점에 대하여 대칭인 한 쌍의 곡선이다.
$a>0$일 때, 그래프는 제1사분면과 제3사분면을 지난다.
$a<0$일 때, 그래프는 제2사분면과 제4사분면을 지난다.
함수 $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$의 식 구하기
함수 $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$의 그래프가 지나는 점의 좌표를 알면 a의 값을 구할 수 있다.
예 함수 $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$의 그래프가 점 $(2,\ 2)$를 지날 때, 함수의 식 구하기
문제 7, 8을 풀게 한다.
정답을 확인하고, 보충 설명을 한다.</td><td></td></tr>
<tr><td>정리 및 평가</td><td>학습 내용 정리
형성 평가

수준별 과제
차시 예고</td><td colspan="2">본시의 학습 내용을 정리한다.
형성 평가 문제를 제시하여 성취 수준을 파악한다.
● 두 함수 $y=2x$와 $y=\frac{a}{x}$의 그래프가 점 $(-2,\ b)$에서 만날 때, 상수 a, b의 값을 각각 구하여라.
답 $a=8$, $b=-4$
형성 평가 결과에 따라 수준별 학습지(기본, 실력)를 과제로 선택하도록 한다.
다음 차시를 예고한다.
• 함수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.</td><td></td></tr>
</table>

수준별 학습지 (실력)

대단원	Ⅲ. 함수	쪽수	교과서 138쪽
소단원	1. 함수와 그래프 　1-3 함수의 그래프	차시	12/17
(　　)학년 (　　)반 (　　)번 　이름:			

1 오른쪽 그림은 함수 $y=\frac{a}{x}$의 그래프이다. 두 점 P와 Q의 y좌표의 차가 3일 때, 점 P의 좌표를 구하여라.

y
P
Q
$y=\frac{a}{x}$
O
2 3
x

답 P(2, 9)

2 함수 $y=ax$의 그래프와 함수 $y=\frac{b}{x}$의 그래프가 만나는 두 점의 좌표가 $(-2, c)$, $(2, -4)$일 때, 상수 a, b, c의 값을 각각 구하여라.

답 $a=-2$, $b=-8$, $c=4$

3 오른쪽 그림과 같이 두 함수 $y=\frac{2}{3}x$와 $y=\frac{a}{x}$의 그래프는 점 P에서 만난다. 점 P의 x좌표가 6일 때, 상수 a의 값을 구하여라.

y
$y=\frac{2}{3}x$
P
$y=\frac{a}{x}$
O
6
x

답 24

4 오른쪽 그림은 함수 $y=\frac{16}{x}$ $(x>0)$의 그래프이다. 두 점 P, Q가 이 그래프 위의 점이고, 직사각형 ABCP의 넓이가 10일 때, 직사각형 CDEQ의 넓이를 구하여라.

y
A
P
C
Q
B
O
D
E
x

답 10

1 함수와 그래프

중단원을 시작하며

이번 중단원에서는 다음 내용을 지도한다.

① 다양한 상황을 표와 식으로 나타내고, 함수의 개념을 이해하게 한다.
② 순서쌍과 좌표를 이해하게 한다.
③ 함수를 그래프로 나타낼 수 있게 한다.
④ 함수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있게 한다.

중단원의 구성

소단원명	지도 내용
1-1 함수	함수의 뜻
	함숫값의 뜻
1-2 순서쌍과 좌표	수직선 위의 점을 나타내기
	좌표평면 위의 점을 나타내기
1-3 함수의 그래프	함수의 그래프의 뜻
	$y=ax(a\neq0)$의 그래프 그리기
	$y=\dfrac{a}{x}(a\neq0)$의 그래프 그리기
1-4 함수의 활용	함수를 여러 가지 문제에 활용하기
수준별 학습	중단원 확인 학습 문제

교과서 118 쪽

1 함수와 그래프



준 | 비 | 학 | 습

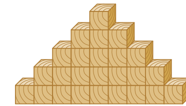
규칙 찾기
물체나 무늬의 다양한 변화 규칙을 찾아 설명할 수 있다.

규칙과 대응
대응 관계를 나타낸 표에서 규칙을 찾아 설명하고, 그 규칙을 □, △를 사용하여 식으로 나타낼 수 있다.

정비례
두 양 x, y에서 x가 2배, 3배, 4배, …로 됨에 따라 y도 2배, 3배, 4배, …로 될 때, y는 x에 정비례한다고 한다.

반비례
두 양 x, y에서 x가 2배, 3배, 4배, …로 됨에 따라 y가 $\frac{1}{2}$배, $\frac{1}{3}$배, $\frac{1}{4}$배, …로 될 때, y는 x에 반비례한다고 한다.

1 오른쪽 그림과 같이 쌓기 나무로 만든 모양을 보고 어떤 규칙에 따라 쌓았는지 말하여라.



2 다음 표는 한 개에 500원 하는 빵을 살 때 빵의 개수와 지불해야 하는 금액 사이의 관계를 나타낸 것이다. 빵을 □개 사고 지불해야 하는 금액을 △원이라고 할 때, □와 △ 사이의 관계식을 구하여라.

빵의 수(개)	1	2	3	4	5
지불 금액(원)	500	1000	1500	2000	2500

3 $y=3x$일 때, 다음 표를 완성하여라.

x	1	2	3	4	5
y					

4 $y=\frac{6}{x}$일 때, 다음 표를 완성하여라.

x	1	2	3	4	5
y					

준비 학습의 해설

1

목표| 쌓기 나무로 만든 모양을 보고, 규칙을 찾을 수 있게 한다.

풀이| 한 층씩 올라갈 때마다 쌓기 나무가 2개씩 줄어들면서 엇갈리지 않게 쌓았다.

2

목표| 두 양 사이의 대응 관계를 나타낸 표에서 규칙을 찾고, 식으로 나타낼 수 있게 한다.

풀이| 빵의 개수 □개에 해당하는 금액이 △원이므로 □와 △ 사이의 관계식은 **△=500×□**

3

목표| 정비례 관계를 알게 한다.

풀이|

x	1	2	3	4	5
y	**3**	**6**	**9**	**12**	**15**

4

목표| 반비례 관계를 알게 한다.

풀이|

x	1	2	3	4	5
y	**6**	**3**	**2**	$\mathbf{\frac{3}{2}}$	$\mathbf{\frac{6}{5}}$

교과서 119 쪽

1-1 함수

● 다양한 상황을 표와 식으로 나타내고, 함수의 개념을 이해한다.

함수란 무엇인가?

창의력 기르기 **분당 엔진 회전수(rpm)**

●rpm(revolutions per minute)

자동차의 계기판에는 엔진 회전수를 나타내는 회전계가 있다. 이는 엔진의 주축인 크랭크축이 1분에 몇 번 회전하는가를 나타낸다. 즉, 1분당 1000번을 회전하면 1000 rpm, 1500번을 회전하면 1500 rpm이다.



탐구 활동 다음 물음에 답하여 보자.

1 다음 표는 1분당 엔진이 1000번 회전할 때, 5분 동안의 엔진 회전수를 나타낸 것이다. 이 표를 완성하여 보자.

시간(분)	1	2	3	4	5
엔진 회전수(번)					

2 1의 표를 이용하여 10분 동안의 엔진 회전수를 추측하여 보자.

탐구 활동에서 시간을 x분, 그 시간 동안의 엔진 회전수를 y번이라고 하자.
이때 하나의 x의 값이 정해지면 꼭 하나의 y의 값이 다음과 같이 정해진다.

$$x=1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ \cdots$$
$$\downarrow\ \downarrow\ \downarrow\ \downarrow\ \downarrow$$
$$y=1000,\ 2000,\ 3000,\ 4000,\ 5000,\ \cdots$$

여기에서 x와 y 사이에 $y=1000x$라는 관계식을 세울 수 있다.
관계식 $y=1000x$에서 x는 1, 2, 3, 4, 5, …와 같이 여러 가지 값을 가질 수 있고, y도 x의 값이 변함에 따라 여러 가지 값을 가지게 된다. 이러한 x, y와 같이 ❶ 여러 가지 값을 가지는 문자를 **변수**라고 한다.

● 변수와 달리 일정한 값을 가지는 수나 문자를 상수라고 한다.

1-1 함수

소단원 지도 목표

① 함수의 개념을 이해하고, 간단한 함수의 식을 구할 수 있게 한다.

② 변수 x의 값이 변함에 따라 함숫값이 변하는 것을 이해하게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 함수의 개념은 다양한 상황에서 한 양이 변함에 따라 다른 양이 하나씩 정해지는 두 양 사이의 대응 관계를 이용하여 도입한다. 이때 대응의 의미는 직관적인 수준에서만 다루고 구체적인 예를 통하여 함수를 이해하도록 한다.

2. 함수를 도입할 때 정비례와 반비례 이외의 상황을 다룰 수 있으며, 다양한 상황을 표와 식으로 나타내고 설명하게 한다.

새로 나온 용어와 기호

- 변수(變數, variable)
- 함수(函數, function)
- 함숫값(value of function)
- $y=f(x)$, $f(x)$

창의력 기르기 참/고/자/료

분당 회전수를 뜻하는 rpm(revolutions per minute)은 자동차의 엔진, 컴퓨터의 하드디스크에 쓰이는 데이터를 기록하는 플래터 등 회전하는 모든 물체의 회전수를 나타낼 때 사용하는 단위이다. rpm이 높아지면 자동차의 출력과 속도에 영향을 주는데 rpm과 자동차의 속도가 정확히 비례하는 것은 아니다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 1분에 1000번 회전하는 엔진의 회전수가 시간이 변함에 따라 변한다는 사실을 이용하여 함수의 개념을 알게 하려는 것이다.

1. 엔진의 주축인 크랭크축이 1분에 1000번 회전하므로 표를 완성하면 다음과 같다.

시간(분)	1	2	3	4	5
엔진 회전수(번)	**1000**	**2000**	**3000**	**4000**	**5000**

2. 1분당 엔진이 1000번 회전하므로 10분 동안의 엔진 회전수는 **10000번**이다.

본문 해설

❶ 탐구 활동으로부터 초등학교에서 배운 정비례를 x와 y라는 변수를 사용하여 나타낼 수 있음을 알 수 있다. 마찬가지로 반비례도 변수를 사용하여 나타낼 수 있다.

본문 해설

❶ '변수(變數)'는 '변하는 수'라는 뜻으로 두 변수 x, y에 대하여 '함수'의 정의를 정확히 이해하여야 한다.
y가 x의 함수임을 나타내는 기호 $y=f(x)$를 최초로 사용한 사람은 오일러(Euler, L.: 1707～1783)로 알려져 있다.

교과서 120 쪽

❶ 두 변수 x, y에 대하여 x의 값이 정해지면 y의 값도 단 하나로 정해지는 관계가 있을 때, y는 x의 **함수**라고 하며, 이것을 기호로

$$y=f(x)$$

와 같이 나타낸다.

따라서 함수 $y=1000x$는 $f(x)=1000x$로 나타낼 수 있다.

● 함수 $y=f(x)$에서 f는 '함수'라는 뜻의 영어 단어인 function의 첫 글자를 기호화한 것이다.

예제 1 소비 전력이 40 W인 전구가 있다. 이 전구 x개를 켤 때, 소비 전력의 총합을 y W라고 하자. 다음 물음에 답하여라.

(1) x의 값이 변함에 따라 정해지는 y의 값을 나타낸 다음 표를 완성하여라.

x(개)	1	2	3	4	5
y(W)					

(2) y는 x의 함수인지 말하여라.

● 풀이 (1)

x(개)	1	2	3	4	5
y(W)	40	80	120	160	200

(2) x의 값이 1, 2, 3, ⋯으로 변함에 따라 y의 값은 차례로 40, 80, 120, ⋯과 같이 오직 하나씩 정해진다.
따라서 소비 전력의 총합 y는 전구의 개수 x의 함수이다.

답 ● (1) 40, 80, 120, 160, 200 (2) 함수이다.

문제 1 한 개에 700원 하는 아이스크림이 있다. 이 아이스크림을 x개 살 때, 금액을 y원이라고 하자. 다음 물음에 답하여라.

(1) x의 값이 변함에 따라 정해지는 y의 값을 나타낸 다음 표를 완성하여라.

x(개)	1	2	3	4	5
y(원)					

(2) y는 x의 함수인지 말하여라.

목표| 변하는 두 양에 대하여 한 값이 정해지면 다른 값도 단 하나로 정해지는 실생활 문제를 통하여 함수의 개념을 이해하게 한다.

풀이| (1)

x(개)	1	2	3	4	5
y(원)	**700**	**1400**	**2100**	**2800**	**3500**

(2) x의 값이 1, 2, 3, ⋯으로 변함에 따라 y의 값은 차례로 700, 1400, 2100, ⋯과 같이 오직 하나씩 정해진다.
따라서 아이스크림의 금액 y는 아이스크림의 개수 x의 **함수이다.**

참고| 우리 주변에서 변하는 두 양을 조사하면 다양한 함수 관계를 찾을 수 있다. 특히 초등학교에서 배운 정비례와 반비례는 모두 함수이다.

지/도/자/료

1. x의 값 하나에 y의 값이 단 하나만 정해져야 함수이다. 정해지지 않거나 두 개 이상 정해지면 함수가 아님을 알게 한다.
또한 함수 관계가 성립하는 예와 성립하지 않는 예를 들어 함수의 뜻을 분명히 이해하게 한다.

읽/기/자/료 라이프니츠



독일의 수학자이자 철학자인 라이프니츠(Leibniz, G. W.: 1646～1716)는 운동하거나 변화하는 구체적인 현상을 표현하려는 데에서 발생한 함수(function) 개념을 처음으로 용어화하였다.
그는 변수 x의 값에 따라서 다른 변수 y가 정해지면 y를 함수라고 정의하였고, 특히 곡선의 방정식이 곧 함수라고 생각하였다. 그 후 오일러가 함수의 개념을 더욱 확실하게 정의하였고, 함수의 기호인 $f(x)$를 처음 사용하였다.

예 제 2

한 개에 x원 하는 과자 2개를 사려고 5000원을 내었을 때, 받은 거스름돈은 y원이다. 다음 물음에 답하여라.

(1) y는 x의 함수인지 말하여라.

(2) x와 y 사이의 관계식을 구하여라.

● 풀이 두 변수 x, y 사이의 관계를 표로 나타내면 다음과 같다.

x(원)	100	200	300	…	2500
y(원)	4800	4600	4400	…	0

(1) 위의 표에서 x의 값이 100, 200, …으로 변함에 따라 y의 값은 차례로 4800, 4600, …과 같이 오직 하나씩 정해지므로 y는 x의 함수이다.

(2) 거스름돈 y원은 5000원에서 한 개에 x원 하는 과자 2개의 값 $2x$원을 뺀 것과 같으므로 $y=5000-2x$이다.

답 ● (1) 함수이다. (2) $y=5000-2x$

문제 2 다음 함수에 대하여 x와 y 사이의 관계식을 구하여라.

(1) 한 사람의 입장료가 6000원인 수영장에 x명이 입장할 때, 총 입장료는 y원이다.

(2) 반지름의 길이가 x cm인 원의 둘레의 길이는 y cm이다.

(3) 한 시간에 60 km를 갈 수 있는 자동차로 x시간 동안 갈 수 있는 거리는 y km이다.



문제해결 일정한 보폭으로 걸을 때, 걸음 수와 이동한 거리가 함수 관계인지 설명하여 보자.



문/제/해/결

|출제 의도| 변하는 두 양에 대하여 한 값이 정해지면 다른 값도 단 하나로 정해지는 실생활 문제를 통하여 함수가 무엇인지 이해할 수 있도록 하기 위한 것이다.

풀이| 사람은 평소에 걸을 때 각자 일정한 보폭으로 걷는다. 그래서 걸음 수를 알면 얼마만큼 이동했는지를 알 수 있다.

이를테면 보폭이 30 cm인 사람이 20걸음을 걸었다면 이 사람은 $30\times20=600$(cm)를 이동했다. 즉, 보폭을 30 cm, 걸음 수를 x걸음이라고 할 때, 이동한 거리를 y cm라고 하면 $y=30x$인 관계가 있다.

따라서 걸음 수와 이동한 거리는 함수 관계이다.

2

목표| 주어진 함수에 대하여 x와 y 사이의 관계식을 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) 한 사람의 입장료가 6000원이므로 x와 y 사이의 관계를 표로 나타내면 다음과 같다.

x(명)	1	2	3	4	5
y(원)	6000	12000	18000	24000	30000

위의 표에 의하여 x와 y 사이의 관계식은 $y=6000\times x$, 즉 $\boldsymbol{y=6000x}$이다.

(2) (원의 둘레의 길이)$=2\times3.14\times$(반지름의 길이)이므로 x와 y 사이의 관계식은 $y=2\times3.14\times x$, 즉 $\boldsymbol{y=6.28x}$이다.

(3) (거리)$=$(시간)$\times$(속력)이므로 x와 y 사이의 관계식은 $y=x\times60$, 즉 $\boldsymbol{y=60x}$이다.

읽/기/자/료 습도와 불쾌지수

여름철에 자주 사용되는 용어인 불쾌지수(discomfort index)는 습도와 기온을 따져 더위의 체감 정도를 수치로 나타낸 것으로 다음과 같이 계산한다.

(불쾌지수)$=0.72\times$(기온$+$습구 온도)$+40.6$

이때 불쾌지수는 온도보다 습도의 영향을 크게 받는다고 한다. 습도가 높으면 땀이 잘 증발하지 않아 체온을 떨어뜨리지 못하고, 체온 조절을 위해 땀은 많이 나지만 수분과 전해질만 잃게 된다. 또 혈액량이 줄어 근육으로의 에너지 공급 효율이 떨어지기 때문에 쉽게 피로를 느끼게 된다고 한다. 결국 습도와 불쾌지수 사이에는 비례 관계가 성립하는 것이다.

창의력 기르기 참/고/자/료

북반구에 사는 흰긴수염고래는 몸길이가 약 25 m이고 몸무게가 약 125톤이다. 또 남반구에 사는 것은 최대 몸길이가 약 33 m이고 몸무게가 약 179톤이다. 이 고래는 하루에 크릴새우 4톤을 먹는 대식가로 지구 상에 현존하는 가장 큰 동물이다.
태평양에 분포하며 일본 근해에 표류하고 있는데 우리나라에서는 단 한 번 동해안에서 보고되었을 뿐이다. 현재까지 세계적으로 100개체 미만이 생존하는 것으로 알려져 있다.
흰긴수염고래에 관한 여러 가지 자료는 국제 환경단체인 고래와 돌고래 보존협회(WDCS) 홈페이지(http://www.wdcs.org)에서 찾을 수 있다.

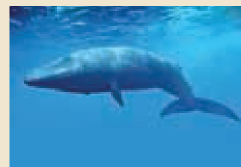
교과서 122 쪽

함숫값이란 무엇인가?

창의력 기르기

흰긴수염고래

지구에서 가장 큰 동물은 흰긴수염고래이다. 특히 남반구에 사는 흰긴수염고래는 다 자란 경우 몸무게가 150톤 이상이며 몸길이는 무려 30 m 이상이라고 한다. 이 고래는 보통 90년 정도 사는데, 간혹 100년 이상 사는 것도 있다.



탐구 활동

시속 20 km로 헤엄치는 흰긴수염고래가 x시간 동안 헤엄친 거리를 y km라고 할 때, 다음 물음에 답하여 보자.

1 일정한 시간 동안 흰긴수염고래가 헤엄친 거리를 나타낸 다음 표를 완성하여 보자.

x(시간)	1	2	3	4	5
y(km)					

2 **1**의 표를 이용하여 x와 y 사이의 관계식을 구하여 보자.

3 **2**에서 구한 관계식을 이용하여 x의 값이 6, 7, 8로 변할 때, 그 각각에 대하여 y의 값을 구하여 보자.

탐구 활동에서 얻은 함수 $y=20x$에서 $f(x)=20x$이므로 x에 1, 2, 3을 각각 대입하면

$$f(1)=20\times1=20,\ f(2)=20\times2=40,\ f(3)=20\times3=60$$

❶ $f(1), f(2), f(3)$의 값을 각각 $x=1, 2, 3$에서의 함수 $f(x)=20x$의 **함숫값**...고 한다.

일반적으로 x의 값에 대응하는 함숫값을 기호로

$$f(x)$$

와 같이 나타낸다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 변수 x의 값이 정해지면 그에 따라 y의 값이 정해진다는 것을 이해하여 x의 값에 따른 함숫값을 알게 하려는 것이다.

1. 시속 20 km로 헤엄치므로 다음과 같은 표를 얻을 수 있다.

x(시간)	1	2	3	4	5
y(km)	**20**	**40**	**60**	**80**	**100**

2. **1**의 표에 의하여 x와 y 사이의 관계식은 $y=20\times x$, 즉 $\boldsymbol{y=20x}$이다.

3. $x=6$일 때, $y=20\times6=\mathbf{120}$
$x=7$일 때, $y=20\times7=\mathbf{140}$
$x=8$일 때, $y=20\times8=\mathbf{160}$

참고| 어떤 바다거북은 647일 동안 최고 20558 km를 헤엄쳤다고 알려져 있다. 이 바다거북이 하루에 이동할 수 있는 거리를 약 31 km라 하고 일정한 기간 동안 바다거북이 헤엄친 거리를 나타낸 표를 만들 수도 있다.

본문 해설

❶ 함수 $y=f(x)$에서 x에 a를 대입한 $f(a)$를 a에서의 함숫값이라고 한다.

기/초/력 향상 문제

1 $f(x)=7x$일 때, $f(-2)$의 값을 구하여라.

2 $f(x)=\dfrac{4}{x}$일 때, $f(2)$의 값을 구하여라.

답 **1** -14 **2** 2

교과서 123 쪽

예 제 3 함수 $f(x)=2x$에 대하여 다음 함숫값을 구하여라.

(1) $f(-1)$ (2) $f(0)$ (3) $f(1)$

풀이 (1) $f(-1)=2\times(-1)=-2$
(2) $f(0)=2\times0=0$
(3) $f(1)=2\times1=2$

답 (1) -2 (2) 0 (3) 2

문제 3 함수 $f(x)=1-3x$에 대하여 다음 함숫값을 구하여라.

(1) $f(-2)$ (2) $f(-1)$

(3) $f(0)$ (4) $f\left(\frac{1}{3}\right)$



문제 4 오른쪽 표는 다른 지역으로 보내는 물건의 무게에 따른 택배 요금을 나타낸 것이다. 물건의 무게가 x kg일 때, 택배 요금을 y원이라고 하자. x의 값이 30 이하일 때, 함수 $y=f(x)$에 대하여 다음을 구하여라.

(1) $f(1)$ (2) $f(5.5)$ (3) $f(20)$

무게(kg)	요금(원)
0초과 ~ 2이하	5000
2 ~ 5	6000
5 ~ 10	7000
10 ~ 20	8000
20 ~ 30	9000

창의 UP

오른쪽 그림과 같은 방법으로 똑같은 크기의 종이컵을 포갤 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) 종이컵 한 개의 높이는 73 mm이고, 종이컵 2개, 3개를 포개어 놓았을 때의 높이는 각각 79 mm, 85 mm일 때, 종이컵의 개수와 포개어 놓은 종이컵의 높이 사이의 관계식을 구하여라.

(2) 종이컵 10개를 포개어 놓았을 때의 높이를 구하여라.



4

목표| 실생활에서 함수인 관계를 찾을 수 있음을 알고, 함숫값을 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) 물건의 무게가 1 kg이면 요금은 0 kg 초과 2 kg 이하에 해당하는 5000원이다.
따라서 $f(1)=\mathbf{5000}$이다.

(2) 물건의 무게가 5.5 kg이면 요금은 5 kg 초과 10 kg 이하에 해당하는 7000원이다.
따라서 $f(5.5)=\mathbf{7000}$이다.

(3) 물건의 무게가 20 kg이면 요금은 10 kg 초과 20 kg 이하에 해당하는 8000원이다.
따라서 $f(20)=\mathbf{8000}$이다.

참고| x와 y 사이의 관계를 식으로 나타낼 수는 없지만 물건의 무게가 정해지면 택배 요금도 단 하나로 정해지므로 y는 x의 함수이다.

3

목표| 주어진 함수에 대한 함숫값을 구할 수 있게 한다.

풀이| $f(x)=1-3x$에서

(1) $f(-2)=1-3\times(-2)=\mathbf{7}$

(2) $f(-1)=1-3\times(-1)=\mathbf{4}$

(3) $f(0)=1-3\times0=\mathbf{1}$

(4) $f\left(\frac{1}{3}\right)=1-3\times\frac{1}{3}=\mathbf{0}$

창의 UP

|출제 의도| 종이컵을 포개어 놓은 개수에 따라 종이컵의 높이가 변한다는 사실을 이용하여 함수의 개념을 알고, 함숫값을 구할 수 있게 하려는 것이다.

풀이| (1) 종이컵 1개의 높이는 73 mm이고, 2개를 포개어 놓았을 때의 높이는 79 mm, 3개를 포개어 놓았을 때의 높이는 85 mm이므로 종이컵의 개수가 1개씩 늘어날 때마다 높이는 6 mm씩 높아진다. 즉,

$6\times(2-1)+73=79$

$6\times(3-1)+73=85$

⋮

따라서 종이컵의 개수를 x개, 포개어 놓았을 때의 높이를 y mm라고 하면 x와 y 사이의 관계식은 다음과 같다.

$\boldsymbol{y=6(x-1)+73}$ 또는 $\boldsymbol{y=6x+67}$

(2) (1)의 관계식에 $x=10$을 대입하면 $y=127$이므로 종이컵 10개를 포개어 놓았을 때의 높이는 **127 mm**이다.

1-2 순서쌍과 좌표

소단원 지도 목표

① 좌표, 순서쌍, 좌표축, 좌표평면의 뜻을 알게 한다.
② 평면 위에서의 점의 위치를 좌표로 나타낼 수 있게 한다.
③ 좌표를 좌표평면 위의 점으로 나타낼 수 있게 한다.
④ 좌표평면에서 사분면의 뜻을 이해하고, 사분면 위의 점의 성질을 알게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 좌표를 나타낼 때 x좌표와 y좌표의 순서를 바꾸지 않도록 주의시킨다. 즉, 순서쌍 $(a,\ b)$와 $(b,\ a)$는 서로 다른 점을 나타낸다는 것을 알게 한다.

2. 좌표평면에서 x축과 y축 위의 점은 어떤 사분면에도 속하지 않음을 알게 한다.

교과서 124 쪽

1-2 순서쌍과 좌표

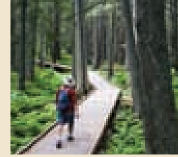
● 순서쌍과 좌표를 이해한다.

수직선 위의 점은 어떻게 나타내는가?

창의력 기르기

휴양림

나무가 울창한 숲에 가면 마음이 편안하고 상쾌해진다. 이는 나무가 뿜어내는 피톤치드라는 물질이 스트레스 해소는 물론 심폐 기능과 면역력을 높여 피로에 지친 심신의 활력을 되찾는 데 도움을 주기 때문이다. 그래서 사람들은 나무가 무성한 휴양림을 많이 찾는다.



탐구 활동

준서네 가족은 가까운 휴양림으로 소풍을 갔다. 휴양림의 안내도에는 다음과 같이 관리 사무소를 기준으로 동쪽으로는 분수대와 야영장, 서쪽으로는 쉼터와 연못이 표시되어 있었다. 물음에 답하여 보자.



1 관리 사무소로부터 안내도에 표시된 각 지점까지의 거리를 말하여 보자.
2 관리 사무소로부터 같은 거리에 있는 쉼터와 분수대의 위치를 구별하여 나타내는 방법을 말하여 보자.

탐구 활동에서 연못, 쉼터, 관리 사무소, 분수대, 야영장을 각각 점 A, B, O, C, D라 하고, 점 O를 기준으로 동쪽을 $+$, 서쪽을 $-$로 하여 이 점들을 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



여기서 수직선 위의 네 점 A, B, C, D에 대응하는 수는 각각 -300, -100, 100, 250임을 알 수 있다.

새로 나온 용어와 기호

• 좌표(座標, coordinates)
• 순서쌍(順序雙, ordered pair)
• x축, y축
• 좌표축(座標軸, coordinate axis)
• 원점(原點, origin)
• x좌표, y좌표
• 좌표평면(座標平面, coordinate plane)
• 제1사분면, 제2사분면, 제3사분면, 제4사분면

창의력 기르기 참/고/자/료

산림청에서 운영하는 국립자연휴양림관리소 홈페이지(http://www.huyang.go.kr)에서는 지역별 자연휴양림을 소개하고 온라인 예약 서비스 등을 제공하고 있다.

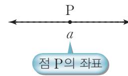
탐구 활동의 이해

활동 목표 • 수직선 위의 점을 좌표로 나타내는 방법을 알게 하려는 것이다.

1. 연못: 300 m, 쉼터: 100 m
분수대: 100 m, 야영장: 250 m

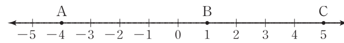
2. 쉼터는 관리 사무소로부터 서쪽으로 100 m 거리에 있고, 분수대는 동쪽으로 100 m 거리에 있다. 따라서 쉼터와 분수대는 각각 다음과 같이 나타낼 수 있다.
쉼터: 서쪽으로 100 m
분수대: 동쪽으로 100 m

❶ …와 같이 수직선 위의 점에 대응하는 수를 그 점의 …고 하며, 좌표가 a인 점 P를 기호로 P(a)와 같이 …낸다.



예 앞의 수직선에서 네 점 A, B, C, D의 좌표를 각각 기호로 나타내면
A(-300), B(-100), C(100), D(250)

문제 | 다음 수직선 위의 세 점 A, B, C의 좌표를 각각 기호로 나타내어라.



좌표평면 위의 점은 어떻게 나타내는가?

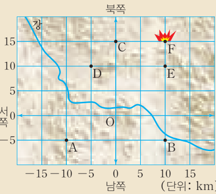
창의력 기르기

국립 공원

우리나라의 한라산과 지리산, 미국의 그랜드 캐니언, 일본의 후지 산, 중국의 장자제 등 세계 각지에는 경관이 좋은 곳들이 많다. 각 나라에서는 이들을 국립 공원으로 지정하여 고유의 자연환경은 물론 그곳에 사는 야생 동물들을 보호하고, 관광지로 이용함으로써 경제적인 이익도 취하고 있다.

탐구 활동

오른쪽 그림은 어느 국립 공원의 지도이다. 이 지도에서 O는 관리 사무소를 나타내고, A, B, C, D, E는 산불 감시소를 나타내며, F는 산불이 발생한 지점을 나타낸다. 또 지도에 표시된 수는 관리 사무소를 기준으로 동쪽과 북쪽은 양수로, 서쪽과 남쪽은 음수로 나타낸 거리이다. 다음 물음에 답하여 보자.



1 O를 기준으로 동쪽으로 10, 북쪽으로 10인 위치에 있는 산불 감시소는 어디인가?

2 O를 기준으로 C의 위치를 말하여 보자.

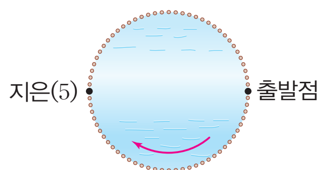
3 F에서 산불이 난 것을 E에서 발견하고 관리 사무소에 연락하려고 한다. 이때 O를 기준으로 F의 위치를 어떻게 말하면 좋겠는가?

본문 해설

❶ 좌표는 점의 위치를 나타내는 수이다. 따라서 좌표와 수를 구별하기 위하여 좌표에는 소괄호 (　)를 사용한다. 한편 직선 위에서 점이 움직일 수 있는 방법은 앞뒤밖에 없으므로 점의 위치는 1개의 수로만 나타낼 수 있다.

참고| 위치를 수 하나로 나타낼 수 있는 여러 가지 상황을 생각해 볼 수 있다.

예 지은이가 호수 둘레를 도는데 출발점으로부터 시계 방향으로 5 km인 지점을 지나고 있다면 지은이의 위치를 지은(5)로 나타낼 수 있다.



목표| 수직선 위의 점의 좌표를 기호로 나타낼 수 있게 한다.

풀이| 수직선 위의 세 점 A, B, C에 대응하는 수는 각각 -4, 1, 5이므로 이들의 좌표는 각각 **A(-4), B(1), C(5)**이다.

창의력 기르기 참/고/자/료

우리나라에는 한라산, 지리산을 비롯한 많은 국립 공원이 있다. 국립공원관리공단 홈페이지(http://main.knps.or.kr)를 통해 자기가 살고 있는 지역의 국립 공원을 알아볼 수 있다.



탐구 활동의 이해

활동 목표 • 관리 사무소의 위치 O를 기준으로 하여 각 지점을 나타내는 방법을 찾으며, 순서쌍의 뜻을 알고 어떻게 나타내는지 알게 하려는 것이다.

1. O를 기준으로 동쪽으로 10, 북쪽으로 10인 위치에 있는 산불 감시소는 **E**이다.

2. C는 O를 기준으로 **북쪽으로 15인 위치**에 있다.

3. **O를 기준으로 동쪽으로 10, 북쪽으로 15인 위치**에 F가 있다.

교과서 126 쪽

❶ …구 활동에서 관리 사무소 O를 기준으로 하여 산불이 난 지점 F의 위치를 …의 위치, 남·북의 위치)로 표현하면 (10, 15)와 같은 두 수의 쌍으로 나타 … 있다. 같은 방법으로 산불 감시소 A의 위치는 $(-10,\ -5)$로 나타낼 수 있다.

한편 수의 쌍 $(10,\ -5)$는 관리 사무소 O를 기준으로 동쪽으로 10 km, 남쪽으로 5 km 지점인 산불 감시소 B의 위치를 나타내지만, 수의 쌍 $(-5,\ 10)$은 서쪽으 …km, 북쪽으로 10 km 지점인 산불 감시소 D의 위치를 나타낸다.

❷ …의 쌍 $(10,\ -5)$와 $(-5,\ 10)$은 서로 다른 위치를 나타낸다.

…과 같이 순서를 정하여 나타낸 두 수의 쌍을 **순서쌍**이라고 한다.

순서쌍으로 나타낼 때에는 순서에 주의한다.

예제 1 a의 값은 1 또는 2, b의 값은 5 또는 6인 두 수 a, b에 대하여 순서쌍 $(a,\ b)$를 모두 구하여라.

❸ …a의 값은 1 또는 2, b의 값은 5 또는 6이므로 순서쌍 $(a,\ b)$를 모두 구하면

$(1,\ 5)$, $(1,\ 6)$, $(2,\ 5)$, $(2,\ 6)$

답 ● $(1,\ 5)$, $(1,\ 6)$, $(2,\ 5)$, $(2,\ 6)$

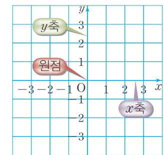
문제 2 x의 값은 a, b 또는 c이고, y의 값은 1 또는 3일 때, 다음 순서쌍을 모두 구하여라.

(1) $(x,\ y)$ (2) $(y,\ x)$

이제 평면 위의 점의 위치를 순서쌍을 사용하여 나타내는 방법에 대하여 알아보자.

오른쪽 그림과 같이 두 수직선을 점 O에서 서로 수직으로 만나게 그린다.

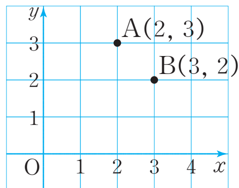
이때 가로의 수직선을 **x축**, 세로의 수직선을 **y축**이 …고, 두 축을 통틀어 **좌표축**이라고 한다. 또 두 좌 ❹ …만나는 점 O를 **원점**이라고 한다.



본문 해설

❶ 수직선에서는 움직일 수 있는 방법이 앞뒤밖에 없지만 평면 위에서는 앞뒤뿐만 아니라 위와 아래로도 움직일 수 있다. 따라서 점의 위치를 나타낼 때에는 2개의 좌표가 필요하다. 이때 O를 기준으로 하여 오른쪽과 위쪽은 양수로 표시하고, 왼쪽과 아래쪽은 음수로 표시한다.

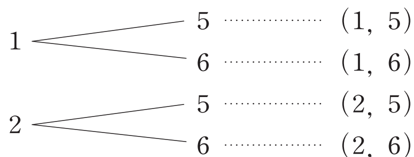
❷ 순서쌍은 순서를 생각하여 두 수를 짝지은 것이므로 예를 들어 $A(2,\ 3)$과 $B(3,\ 2)$는 모두 2와 3으로 이루어져 있지만 서로 다른 것이다.



❸ a의 값과 b의 값을 이용하여 순서쌍을 만들 때, 가능한 순서쌍의 개수는

$(a$값의 개수$)\times(b$값의 개수$)$

만큼 있다.



참고| 순서쌍은 다음과 같은 성질이 있다.

(1) $(a,\ b)\neq(b,\ a)$

(2) $(a,\ b)=(c,\ d)$이면 $a=c$, $b=d$

2

목표| 순서쌍을 구할 때, 두 수의 순서가 다르면 서로 다른 것임을 알게 한다.

풀이| (1) x의 값은 a, b 또는 c이고, y의 값은 1 또는 3이므로 순서쌍 $(x,\ y)$를 모두 구하면

$\boldsymbol{(a,\ 1),\ (a,\ 3),\ (b,\ 1),\ (b,\ 3),\ (c,\ 1),\ (c,\ 3)}$

(2) y의 값은 1 또는 3이고, x의 값은 a, b 또는 c이므로 순서쌍 $(y,\ x)$를 모두 구하면

$\boldsymbol{(1,\ a),\ (1,\ b),\ (1,\ c),\ (3,\ a),\ (3,\ b),\ (3,\ c)}$

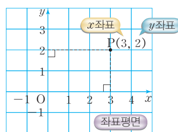
본문 해설

❹ 좌표축을 만들 때에는 두 수직선이 각각의 원점에서 수직으로 만나도록 하고, 이 점을 좌표평면의 원점으로 정의한다.

참고| 원점 O는 처음 또는 시초를 뜻하는 영어 단어 Origin의 첫 글자인 O를 나타낸다.

교과서 127 쪽

오른쪽 평면 위의 점 P에서 x축, y축에 수선을 그으면 x축, y축과 만나는 점이 나타내는 수는 각각 3, 2이다. 이때 3과 2를 짝지은 순서쌍 (3, 2)를 점 P의 **좌표**라고 하며, 좌표가 (3, 2)인 점 P를 기호로



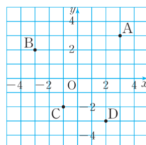
원점 O의 좌표는 (0, 0)이다.

$$P(3,\ 2)$$

이 나타낸다. 이때 3을 점 P의 ***x*좌표**, 2를 점 P의 ***y*좌표**라고 한다.

❶ 같이 평면 위의 모든 점의 위치는 순서쌍, 즉 좌표로 나타낼 수 있는데 이 평면을 **좌표평면**이라고 한다.

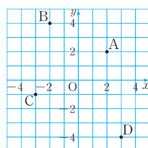
예 제 2 오른쪽 좌표평면에서 점 A, B, C, D의 좌표를 각각 구하여라.



풀이 점 A의 x좌표는 3, y좌표는 3이므로 A(3, 3)
점 B의 x좌표는 -3, y좌표는 2이므로 B(-3, 2)
점 C의 x좌표는 -1, y좌표는 -2이므로 C(-1, -2)
점 D의 x좌표는 2, y좌표는 -3이므로 D(2, -3)

답 A(3, 3), B(-3, 2), C(-1, -2), D(2, -3)

문제 3 오른쪽 좌표평면에서 점 A, B, C, D의 좌표를 각각 구하여라.



지/도/자/료

두 수로 위치를 나타내는 실생활의 예를 통하여 평면에서의 좌표의 필요성을 깨닫게 한다. 예를 들면 세계 지도에서 여러 지점의 경도와 위도를 가지고 순서쌍으로 표시하는 활동을 해 볼 수 있다.

예 1. 지도의 가로에 쓰인 숫자는 무엇을 나타내는가?
2. 지도의 세로에 쓰인 숫자는 무엇을 나타내는가?
3. 가로와 세로에 각각 쓰인 0°가 만나는 점을 찾아 표시하여라.
4. 지도의 아래쪽에서 동경 135°의 선을 찾아 따라가며 그 위에 있는 나라들을 찾아보아라.
5. 지도의 왼쪽에서 북위 45°의 선을 찾아 따라가며 그 위에 있는 나라들을 찾아보아라.
6. 동경 135°와 북위 45°가 만나는 지점은 어느 나라에 속하는가?
7. 지도에서 독도를 찾아보고 그 위치를 (동경, 북위)의 순서쌍으로 나타내어라.

본문 해설

❶ 좌표평면을 만들 때에는 두 수직선이 각각의 원점에서 수직이 되도록 좌표축을 만들고, 원점, x축, y축을 반드시 표시해야 한다.
이때 x좌표가 0인 점 (0, y)는 y축 위에 있고, y좌표가 0인 점 (x, 0)은 x축 위에 있다. 특히 원점 O의 좌표는 (0, 0)이다.

3

목표 | 좌표평면 위에 있는 점의 좌표를 구할 수 있게 한다.

풀이 | 점 A의 x좌표는 2, y좌표는 2이므로 **A(2, 2)**
점 B의 x좌표는 -2, y좌표는 4이므로 **B(-2, 4)**
점 C의 x좌표는 -3, y좌표는 -1이므로 **C(-3, -1)**
점 D의 x좌표는 3, y좌표는 -4이므로 **D(3, -4)**

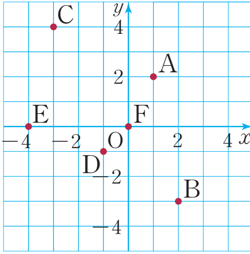
읽/기/자/료 데카르트

'나는 생각한다. 고로 존재한다.'는 말을 남긴 것으로 유명한 철학자이자 수학자인 데카르트(Descartes, R.: 1596~1650)는 자연 과학 분야에 큰 업적을 남긴 근대 자연 과학의 아버지이다. 데카르트의 수학사적 업적 중 가장 중요한 것은 음수에 대한 개념을 구체화하고 음수를 좌표계상에 표현해 낸 것이다. 그는 스물두 살에 오늘날 쓰고 있는 좌표평면을 만들어 냈다. 좌표를 도입해 직선상에 양수와 음수, 영을 나타냄으로써 기하학에 새로운 길을 열었다. 그 이전에는 그리스 인이 만든 좌표법이 쓰이긴 했지만 음수가 도입된 평면좌표계가 만들어진 것은 처음이었고 파격적인 아이디어였다. 이는 기하학에 대수학을 접목시켜 얻어 낸 결과로, 이로써 점과 수식을 하나로 보게 된 시발점이 마련되었다.

4

목표| 좌표로 주어진 점을 좌표평면 위에 나타낼 수 있게 한다.

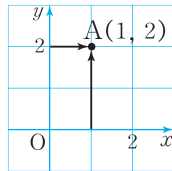
풀이|



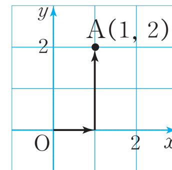
본문 해설

❶ 점 A(1, 2)의 위치를 나타낼 때, 다음 그림과 같은 두 가지 방법을 생각할 수 있다.

(1) 원점에서 x축으로 1만큼, y축으로 2만큼 간 지점에서 각각 y축, x축과 평행한 직선을 긋고 두 직선이 만나는 점으로 표현한다.



(2) 먼저 x축으로 1만큼 가고, 그 지점에서 다시 y축과 평행한 방향으로 2만큼 간 지점으로 표현한다.



의/사/소/통

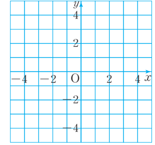
|출제 의도| 순서쌍은 순서를 생각하여 두 수를 짝지은 것임을 이해할 수 있도록 하기 위한 문제이다.

풀이| (1) 아파트의 동과 호수: 102동 703호 ⇨ 102-703
(2) 극장의 좌석 번호: K열 13번 ⇨ K-13

교과서 128 쪽

문제 4 각 점을 오른쪽 좌표평면 위에 나타내어라.

❶ 2) (2) B(2, −3)
−3, 4) (4) D(−1, −1)
(5) E(−4, 0) (6) F(0, 0)



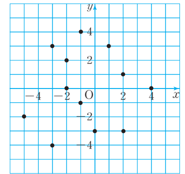


의사소통 주차장에 가면 주차 구역의 위치를 찾기 쉽게 C−3과 같이 기호로 나타낸 것을 볼 수 있다. 실생활에서 이와 같은 예를 말하여 보자.

오른쪽 그림과 같이 좌표평면은 좌표축에 의하여 네 부분으로 나누어진다.
❷ 때 그림에서 표시한 것과 같이 그 각각을 사분면, 제2사분면, 제3사분면, 제4사분면 고 한다.
❸ 좌표축 위의 점은 어느 사분면에도 속하지 않는다.



문제 5 오른쪽 좌표평면에서 각 사분면 위에 있는 점의 개수를 구하여라.



본문 해설

❷ 사분면(四分面)이란 면을 4개로 나눌 때, 하나의 면이라는 뜻이다.
이때 $x>0$, $y>0$인 부분을 제1사분면이라 하고 이것을 기준으로 하여 시계 반대 방향으로 차례대로 제2사분면, 제3사분면, 제4사분면이라고 한다.

❸ x좌표가 0인 점은 y축 위에 있고, y좌표가 0인 점은 x축 위에 있으며, x좌표와 y좌표가 모두 0인 점은 원점이다. 이들은 모두 어느 사분면에도 속하지 않는다.

5

목표| 주어진 점이 각각 어느 사분면 위에 있는지를 알고, 좌표축 위의 점은 어느 사분면에도 속하지 않음을 알게 한다.

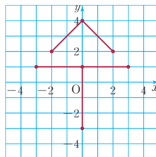
풀이| **제1사분면: 2개, 제2사분면: 3개, 제3사분면: 3개, 제4사분면: 1개**

문제 6 다음 각 점은 제 몇 사분면 위에 있는가?

(1) A(8, 3) (2) B(5, −1)
(3) C(−7, 1) (4) D(−4, −9)

발전 문제 7 점 P(x, y)가 제2사분면 위의 점일 때, 점 Q(x, $-y$)는 제 몇 사분면 위의 점인가?

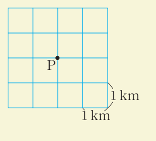
함께 만들어요 문제 8 오른쪽 그림에 나타난 글자 '수'는 다음 순서쌍을 좌표평면 위에 점으로 나타낸 후, 그 점을 선분으로 이어서 만든 것이다.



(−2, 2), (0, 4), (2, 2),
(−3, 1), (0, 1),
(3, 1), (0, −3)

이와 같이 좌표평면 위에 글자가 나타나도록 순서쌍을 정하는 문제를 만들고, 풀어 보아라.

창의 UP 오른쪽 그림과 같이 교차로 사이의 거리가 1 km인 바둑판 모양의 도로 위에 자동차 한 대가 P 지점에 정지해 있다. 이 자동차가 도로를 따라 움직일 때, 움직인 거리가 2 km가 되는 지점을 찾는 방법을 순서쌍을 이용하여 설명하여라. (단, 한 번 지나간 길은 다시 지나지 않는다.)



6

목표| 주어진 점이 각각 어느 사분면 위의 점인지를 설명할 수 있게 한다.

풀이| (1) 점 A는 x좌표, y좌표의 부호가 각각 +, +이므로 **제1사분면** 위의 점이다.

(2) 점 B는 x좌표, y좌표의 부호가 각각 +, −이므로 **제4사분면** 위의 점이다.

(3) 점 C는 x좌표, y좌표의 부호가 각각 −, +이므로 **제2사분면** 위의 점이다.

(4) 점 D는 x좌표, y좌표의 부호가 각각 −, −이므로 **제3사분면** 위의 점이다.

7

목표| 각 사분면 위에 있는 점의 x좌표와 y좌표의 부호를 알고, 이를 활용하여 주어진 문제를 해결할 수 있게 한다.

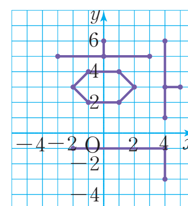
풀이| 점 P(x, y)가 제2사분면 위의 점이면 x좌표의 부호는 −, y좌표의 부호는 +이다. 따라서 점 Q(x, $-y$)는 x좌표와 y좌표의 부호가 각각 −, −이므로 **제3사분면** 위의 점이다.

8

|출제 의도| 좌표평면 위에 글자가 나타나도록 순서쌍을 정하는 문제를 만들고 풀어 봄으로써 좌표의 개념을 흥미 있게 이해하도록 하려는 문제이다.

예시| 좌표평면 위에 글자 '학'이 나타나도록 순서쌍을 정하여라.

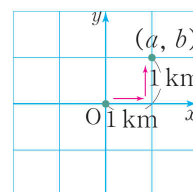
풀이| 다음 순서쌍을 좌표평면 위에 나타내면 그림과 같은 글자 '학'을 만들 수 있다.
(0, 6), (0, 5), (−3, 5), (3, 5), (4, 6), (4, 3), (4, 1), (5, 3), (−1, 4), (1, 4), (−2, 3), (2, 3), (−1, 2), (1, 2), (−2, −1), (4, −1), (4, −3)



창의 UP

|출제 의도| 주어진 바둑판 모양의 도로를 좌표평면으로 생각하고, P 지점의 위치를 좌표로 나타냄으로써 다양한 상황을 통해 순서쌍과 좌표의 개념을 이해하게 하기 위한 문제이다.

풀이| 오른쪽 그림과 같이 자동차가 정지해 있는 P 지점을 원점 O로 하는 좌표평면을 생각하면, 구하는 지점은 정수 a, b의 순서쌍 (a, b)에 대하여 $|a|+|b|=2$인 점이다.



따라서 좌표가 (−2, 0), (−1, −1), (0, −2), (1, −1), (2, 0), (1, 1), (0, 2), (−1, 1)인 8개의 지점이다.

1-3 함수의 그래프

소단원 지도 목표

① 함수의 그래프의 뜻을 이해하고, 간단한 함수의 그래프를 그릴 수 있게 한다.

② 함수 $y=ax(a\neq0)$와 $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$의 그래프를 그리고, 그 성질을 이해하게 한다.

③ 주어진 그래프를 보고, 함수의 식을 구할 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 처음에는 유한개의 점을 그래프로 나타내어 보고 점차 x의 값을 수 전체로 확장하여 함수 $y=ax(a\neq0)$, $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$의 그래프가 각각 직선, 곡선이 됨을 직관적으로 이해하게 한다.

2. x의 값이 유리수 전체인 함수의 그래프는 연속이 되지 않지만 이 수준에서는 유리수의 조밀성을 이용하여 함수의 그래프가 연속이 됨을 직관적으로 이해하도록 지도한다.

3. 함수 $y=ax(a\neq0)$에서 '기울기'라는 용어는 사용하지 않는다.

새로 나온 용어와 기호

• 함수의 그래프(graph of a function)

교과서 130 쪽

1-3 함수의 그래프

● 함수를 그래프로 나타낼 수 있다.

함수의 그래프란 무엇인가?

창의력 기르기

물의 소중함

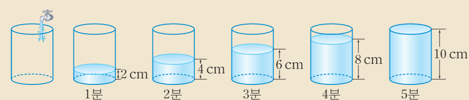
사람의 몸은 약 70 %의 수분으로 구성되어 있다. 충분한 물을 섭취하는 것은 여러 가지 질병을 예방하고 우리 몸 안의 독소와 노폐물을 배출하는 데 도움이 된다. 또한 피부의 탄력과 신체의 균형을 유지시켜 주므로 우리에게 물은 없어서는 안 될 소중한 것이다.



탐구 활동

세리는 수도꼭지에서 항상 일정한 양의 물이 흘러나오게 하여 물통에 물을 채우고 있다. 이때 물통에 들어 있는 물의 높이를 1분마다 재어 보았더니 다음 그림과 같았다. 물음에 답하여 보자.





1 물을 받는 시간에 따라 물의 높이를 나타낸 다음 표를 완성하여 보자.

물을 받는 시간(분)	0	1	2	3	4	5
물의 높이(cm)	0					

2 물을 받는 시간을 x분, 물의 높이를 y cm라고 할 때, x와 y 사이의 관계식을 구하여 보자.

탐구 활동에서 x의 값이 하나 정해지면 그에 따라 y의 값이 하나씩 정해지므로 y는 x의 함수이고, 그 관계식은 $y=2x$임을 알 수 있다.

여기서 x의 값을 0, 1, 2, 3, 4, 5라 하고, 각 x의 값에 대한 함숫값 y를 구하여 순서쌍 (x, y)로 나타내면 다음과 같다.

$$(0, 0), (1, 2), (2, 4), (3, 6), (4, 8), (5, 10)$$

창의력 기르기 참/고/자/료

물은 인체뿐만 아니라 생활하는 데 있어서도 아주 중요하다. 우리나라는 상수도 시설이 잘 되어 있는 편이라 물을 사용하면서 큰 불편을 겪지 않는다. 하지만 아프리카는 가뭄으로 인해 물이 부족하여 삶을 위협받고 있다. 1977년 3월 아르헨티나에서 '유엔(UN) 물 회의'가 열렸으며, 점차 심각해지는 물 부족과 수질 오염 문제를 예방하고 해결하기 위해 여러 나라가 힘을 합치기로 하였다. 그리고 1992년 11월 제47차 UN 총회에서 매년 3월 22일을 '세계 물의 날'로 제정하고 선포하였다. 우리도 앞으로 미래의 물 부족에 대비하고, 생활의 질을 높이기 위해 물을 아껴 써야 한다.

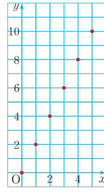
탐구 활동의 이해

활동 목표 • 함수의 x의 값과 그에 대응하는 함숫값을 구하여 표를 완성함으로써 순서쌍을 만들고 이를 좌표평면 위에 나타낼 수 있게 하려는 것이다.

교과서 131 쪽

이때 이들 순서쌍을 좌표로 하는 점을 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.

이와 같이 함수 $y=f(x)$에서 각 x의 값을 x좌표로 하고, x의 값에 대한 함숫값 y를 y좌표로 하는 순서쌍 $(x,\ y)$를 모두 좌표평면 위에 나타낸 것을 그 **함수의 그래프**라고 한다.



예 제 1 함수 $y=-x$에서 x의 값이 $-2,\ -1,\ 0,\ 1$일 때, 그 그래프를 그려라.

●준비물
모눈종이

활동지 5

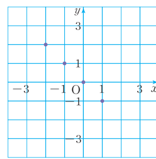
❶ 각 x의 값에 대한 함숫값 y를 구하여 표로 나타내면 다음과 같다.

x	-2	-1	0	1
y	2	1	0	-1

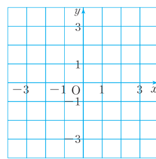
이것을 순서쌍 $(x,\ y)$로 나타내면

$(-2,\ 2),\ (-1,\ 1),\ (0,\ 0),\ (1,\ -1)$

이므로 이 순서쌍을 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



문제 함수 $y=-\frac{1}{2}x$에서 x의 값이 $-4,\ -2,\ 0,\ 2,\ 4$일 때, 오른쪽 좌표평면 위에 그 그래프를 그려라.

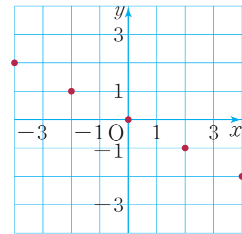


목표| 주어진 x의 값에 대한 함숫값을 구하여 순서쌍을 만들고, 이것을 좌표평면 위에 나타낼 수 있게 한다.

풀이| 주어진 x의 값에 대한 함숫값 y를 구하여 표를 만들면 다음과 같다.

x	-4	-2	0	2	4
y	2	1	0	-1	-2

이것을 순서쌍 $(x,\ y)$로 나타내면 $(-4,\ 2)$, $(-2,\ 1)$, $(0,\ 0)$, $(2,\ -1)$, $(4,\ -2)$이므로 이 순서쌍을 좌표평면 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



1. 물의 높이는 1분에 2 cm씩 올라가므로 다음과 같은 표를 구할 수 있다.

물을 받는 시간(분)	0	1	2	3	4	5
물의 높이(cm)	0	**2**	**4**	**6**	**8**	**10**

2. x의 값이 하나 정해지면 y의 값은 그것의 2배로 정해지므로 x와 y 사이의 관계식은 $\boldsymbol{y=2x}$이다.

본문 해설

❶ 주어진 함수의 x의 값이 유한개일 때에는 표를 만들어서 그래프를 그리면 몇 개의 점으로 간단히 나타낼 수 있다.

참고| 관계식이 같은 함수일지라도 주어진 x의 값이 달라지면 그 그래프가 달라진다.

지/도/자/료

1. 일반적으로 그래프는 함수의 그래프가 대표적이지만 통계의 내용을 시각적으로 포착할 수 있도록 도형화한 통계 그래프나 기하학적 의미를 지니고 있지 않은 관계의 그래프도 있다.

2. 함수 $y=f(x)$의 그래프는 점 $(x,\ f(x))$를 모두 좌표평면 위에 나타낸 것이다. 함수의 그래프의 종류에는 점, 선분, 곡선 등 여러 가지가 있다.

3. 함수의 그래프는 x의 값이 많아지면 표를 만들어 그 순서쌍을 좌표평면 위에 나타내기 어렵다. 이때 컴퓨터 프로그램을 이용하면 간단히 그래프를 그릴 수 있으므로 공학적 도구를 활용하여 함수의 그래프를 이해하는 데 도움이 되도록 한다.

교과서 132 쪽

함수 $y=ax(a\neq0)$의 그래프를 어떻게 그리는가?

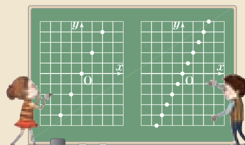
탐구 활동

다음 대화를 읽고, 물음에 답하여 보자.

선생님: 함수 $y=2x$의 그래프를 칠판에 그려 볼까요?

윤 지: 선생님, 이 함수의 x의 값을 무엇으로 할까요?

선생님: 함수의 x의 값을 윤지는 -2, -1, 0, 1, 2로 하고, 경원이는 -2.5, -2, -1.5, -1, -0.5, 0, 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5로 해서 그래프를 그려 보세요.



1 윤지와 경원이가 그린 그래프는 모양이 왜 다른지 말하여 보자.

2 x의 값이 점점 더 많아지면, 어떤 모양의 그래프가 그려질지 말하여 보자.

두 양 x, y에서 x가 2배, 3배, 4배, …로 변함에 따라 y도 2배, 3배, 4배, …로 변하는 관계가 있으면 y는 x에 정비례한다고 하며 $y=ax$로 나타낸다.

함수 $y=2x$에서 x의 값이 -2, -1, 0, 1, 2일 때, x의 값에 대한 함숫값 y를 구하여 표로 나타내면 다음과 같다.

x	-2	-1	0	1	2
y	-4	-2	0	2	4

이 표에서 얻어지는 순서쌍 (x, y)는

$$(-2, -4), (-1, -2), (0, 0), (1, 2), (2, 4)$$

이므로 이들을 좌표평면 위에 나타내면 〈그림 1〉과 같다.

또 함수 $y=2x$에서 x의 값이 -2.5, -2, -1.5, -1, -0.5, 0, 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5일 때, x의 값에 대한 함숫값 y를 구하여 표로 나타내면 다음과 같다.

x	-2.5	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2	2.5
y	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5

❶ …에서 얻어지는 순서쌍들을 좌표평면 위에 나타내면 〈그림 2〉와 같다.

…와 같이 함수 $y=2x$에서 x값의 간격을 계속 작게 나누어 이들로부터 얻어지는 순서쌍들을 좌표평면 위에 나타내면, 이 점들은 점점 촘촘하게 되어 직선에 가까워진다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 같은 함수에서 x의 값이 다른 두 개의 그래프를 통하여 함수 $y=ax(a\neq0)$의 그래프를 알아보려는 것이다.

1. x값의 간격으로 인해 그래프의 모양이 다르다. 윤지는 x값의 간격이 1인 반면, 경원이는 x값의 간격이 0.5이기 때문이다.

2. x의 값이 점점 더 많아지고 간격을 계속 작게 나누어 이들로부터 얻어지는 순서쌍들을 좌표평면 위에 나타내면, 그래프는 점점 촘촘하게 되어 직선에 가까워진다.

본문 해설

❶ x의 값이 -2, -1, 0, 1, 2일 때와 -2.5, -2, -1.5, -1, -0.5, 0, 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5일 때 $y=2x$의 그래프를 각각 그려 보면 각 점들은 한 직선 위에 있다.

이때 x값의 간격을 작게 나눌수록 그래프 위의 점들의 간격도 점점 좁아짐을 관찰할 수 있다.

따라서 x값의 범위가 수 전체가 되면 함수 $y=2x$의 그래프는 원점을 지나는 직선이 됨을 직관적으로 이해할 수 있다.

기/초/력 향상 문제

함수 $y=-2x$에서 x의 값이 -3, -2, -1, 0, 2, 5일 때, 각 x의 값에 대한 함숫값 y를 구하여 순서쌍 (x, y)로 나타내어라.

답 $(-3, 6)$, $(-2, 4)$, $(-1, 2)$, $(0, 0)$, $(2, -4)$, $(5, -10)$

읽/기/자/료 오일러

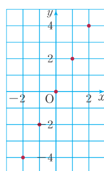


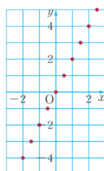
1707년 스위스에서 태어난 오일러(Euler, L.: 1707～1783)는 18세기에 가장 뛰어난 업적을 남긴 수학자이다. 그는 베르누이(Bernoulli, J.: 1654～1705)에게 수학적 재능을 인정받아 수학 공부에 전념하게 되었지만 몸을 혹사시킨 나머지 20대에 한쪽 눈을 실명하고 말았다. 그러나 그는 연구를 멈추지 않았고 오히려 그 이후 더 뛰어난 업적들을 많이 남겼다. 60대에는 나머지 눈까지도 실명했지만, 끈질긴 집념으로 연구를 계속했다고 한다. 오일러는 평생 500편이 넘는 논문과 저서를 출판하였을 정도로 많은 연구를 하였다. 그는 함수를 $f(x)$로 표현하는 방법을 고안하였고, 원주율을 파이(π)로 쓰기 시작하였다. 또한 sin, cos, tan, 자연로그의 밑 e, 허수의 단위 i 등 현재 우리가 쓰고 있는 많은 수학 기호들을 처음으로 사용하였다.

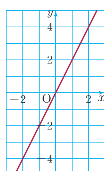
교과서 133 쪽

함수 $y=ax(a\neq0)$에서 x값의 범위가 주어지지 않은 경우에는 x값의 범위를 수 전체로 생각한다.

따라서 함수 $y=2x$에서 x값의 범위가 수 전체일 때, 함수 $y=2x$의 그래프는 〈그림 3〉과 같이 원점을 지나는 직선이 된다.


〈그림 1〉


〈그림 2〉

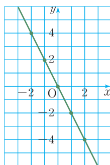

〈그림 3〉

예 제 2 함수 $y=-2x$의 그래프를 그려라.

풀이 함수 $y=-2x$에서 x의 값이 -2, -1, 0, 1, 2일 때, x의 값에 대한 함숫값 y를 구하여 표로 나타내면 다음과 같다.

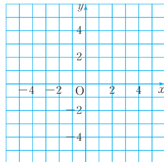
x	-2	-1	0	1	2
y	4	2	0	-2	-4

이 표에서 얻어지는 순서쌍 $(-2,\ 4)$, $(-1,\ 2)$, $(0,\ 0)$, $(1,\ -2)$, $(2,\ -4)$를 좌표평면 위에 나타내고 이 점들을 이으면 오른쪽 그림과 같이 $y=-2x$의 그래프를 얻는다.



문제 2 다음 함수의 그래프를 그려라.

(1) $y=3x$ (2) $y=-\frac{1}{4}x$



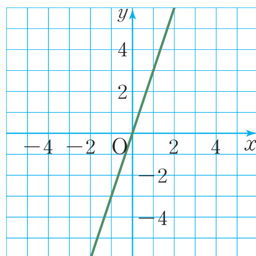
2

목표 x값의 범위가 주어지지 않은 경우에 함수 $y=ax(a\neq0)$의 그래프를 그릴 수 있게 한다.

풀이 (1) 함수 $y=3x$에서 x의 값이 -2, -1, 0, 1, 2일 때, x의 값에 대한 함숫값 y를 구하여 표로 나타내면 다음과 같다.

x	-2	-1	0	1	2
y	-6	-3	0	3	6

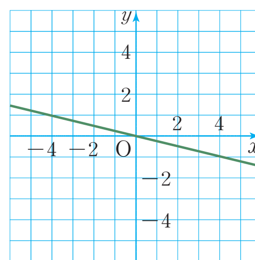
이 표에서 얻어지는 순서쌍 $(-2,\ -6)$, $(-1,\ -3)$, $(0,\ 0)$, $(1,\ 3)$, $(2,\ 6)$을 좌표평면 위에 나타내고 이 점들을 이으면 오른쪽 그림과 같이 $y=3x$의 그래프를 얻는다.



(2) 함수 $y=-\frac{1}{4}x$에서 x의 값이 -4, 0, 4일 때, x의 값에 함숫값 y를 구하여 표로 나타내면 다음과 같다.

x	-4	0	4
y	1	0	-1

이 표에서 얻어지는 순서쌍 $(-4,\ 1)$, $(0,\ 0)$, $(4,\ -1)$을 좌표평면 위에 나타내고 이 점들을 이으면 다음 그림과 같이 $y=-\frac{1}{4}x$의 그래프를 얻는다.

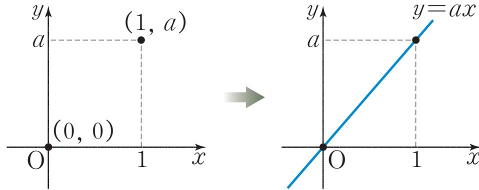


지/도/자/료

함수 $y=ax(a\neq0)$의 그래프에서 x값의 범위가 수 전체일 때, 지금까지 학생들이 배운 수 체계는 유리수 전체이므로 그 그래프가 연속이 되지 않지만 직관적으로 연속이 됨을 이해하게 한다. 함수의 그래프를 그릴 수 있는 다양한 소프트웨어들을 이용하면 도움이 된다.

본문 해설

❶ 일반적으로 함수 $y=ax(a\neq0)$의 그래프는 $x=0$일 때 $y=0$이므로 점 $(0,\ 0)$을 지나고, $x=1$일 때 $y=a$이므로 점 $(1,\ a)$를 지난다. 따라서 $y=ax$의 그래프를 그릴 때에는 두 점 $(0,\ 0)$과 $(1,\ a)$를 직선으로 이어도 된다.



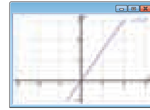
교과서 134 쪽

좌표평면 위에 서로 다른 두 점이 주어지면 하나의 직선을 그을 수 있다. 또 함 $=ax(a\neq0)$의 그래프는 원점을 지나는 직선이다.

❶ 서 원점이 아닌 다른 한 점의 좌표를 구한 다음, 원점과 그 점을 지나는 직선 으면 함수 $y=ax(a\neq0)$의 그래프를 쉽게 그릴 수 있다.

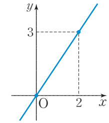
예 제 3 함수 $y=\frac{3}{2}x$의 그래프를 그려라.

다음은 컴퓨터를 이용하여 그린 $y=\frac{3}{2}x$의 그래프이다.



풀이 함수 $y=\frac{3}{2}x$에 대하여 $x=2$일 때, $y=\frac{3}{2}\times2=3$이므로 이 그래프는 점 $(2,\ 3)$을 지난다.

따라서 함수 $y=\frac{3}{2}x$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 원점 $(0,\ 0)$과 점 $(2,\ 3)$을 지나는 직선이다.



문제 3 다음 함수의 그래프를 그려라.

(1) $y=-\frac{3}{5}x$ (2) $y=\frac{4}{7}x$

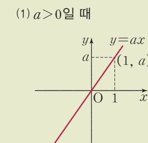
일반적으로 함수 $y=ax(a\neq0)$의 그래프는 다음과 같은 성질이 있다.

함수 $y=ax(a\neq0)$의 그래프는 $a>0$일 때 제1사분면과 제3사분면을 지나고, $a<0$일 때 제2사분면과 제4사분면을 지난다.

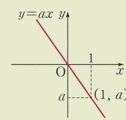
❷ $y=ax(a\neq0)$의 그래프

값의 범위가 수 전체일 때, 함수 $y=ax(a\neq0)$의 그래프는 원점과 점 $(1,\ a)$를 지나는 직선이다.

(1) $a>0$일 때



(2) $a<0$일 때

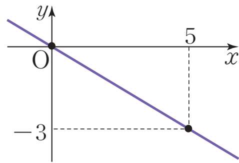


3

목표| 주어진 함수를 만족하는 적당한 순서쌍 2개를 이용하여 함수 $y=ax(a\neq0)$의 그래프를 그릴 수 있게 한다.

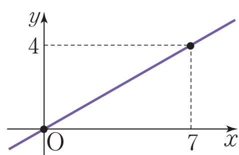
풀이| (1) 함수 $y=-\frac{3}{5}x$에 대하여 $x=5$일 때, $y=-\frac{3}{5}\times5=-3$이므로 이 그래프는 점 $(5,\ -3)$을 지난다.

따라서 함수 $y=-\frac{3}{5}x$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 원점 $(0,\ 0)$과 점 $(5,\ -3)$을 지나는 직선이다.



(2) 함수 $y=\frac{4}{7}x$에 대하여 $x=7$일 때, $y=\frac{4}{7}\times7=4$이므로 이 그래프는 점 $(7,\ 4)$를 지난다.

따라서 함수 $y=\frac{4}{7}x$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 원점 $(0,\ 0)$과 점 $(7,\ 4)$를 지나는 직선이다.



본문 해설

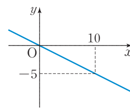
❷ 함수 $y=ax(a\neq0)$의 그래프에서

(1) $a>0$인 경우
① 그래프는 제1, 3사분면을 지난다.
② 그래프는 오른쪽 위(왼쪽 아래)를 향하는 직선이다.
③ x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.
(x의 값이 감소하면 y의 값도 감소한다.)

(2) $a<0$인 경우
① 그래프는 제2, 4사분면을 지난다.
② 그래프는 오른쪽 아래(왼쪽 위)를 향하는 직선이다.
③ x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.
(x의 값이 감소하면 y의 값은 증가한다.)

참고| 함수 $y=ax(a\neq0)$의 그래프는 a의 절댓값이 클수록 y축에 가까워진다.

예 제 4 함수 $y=ax$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 상수 a의 값을 구하여라.

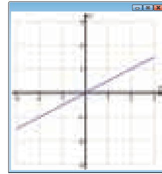


● 풀이 함수 $y=ax$의 그래프가 점 $(10,\ -5)$를 지나므로 $x=10$, $y=-5$를 대입하면

$-5=10a$, $a=-\frac{1}{2}$

답 ● $-\frac{1}{2}$

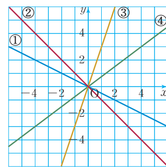
문제 4 오른쪽 그림은 함수 $y=ax$의 그래프를 컴퓨터로 그린 것이다. 이 그래프를 보고, a의 값을 구하여라.



문제 5 다음 함수의 식과 알맞은 함수의 그래프를 오른쪽 그림에서 찾아 짝지어라.

(1) $y=\frac{3}{4}x$　　(2) $y=-x$

(3) $y=3x$　　(4) $y=-\frac{1}{2}x$




의사소통 실생활에서 두 변수 x, y에 대하여 함수 $y=ax(a\neq0)$의 꼴로 나타낼 수 있는 상황을 말하여 보자.

4

목표| 함수 $y=ax(a\neq0)$의 그래프를 보고 a의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| 주어진 그래프는 점 $(2,\ 1)$을 지나므로 $x=2$, $y=1$을 함수 $y=ax$에 대입하면

$1=2a$

따라서 $a=\frac{1}{2}$이다.

5

목표| 함수의 식과 함수의 그래프를 알맞게 연결할 수 있게 한다.

풀이| 원점을 지나는 그래프 ①~④를 나타내는 식을 각각 구하면

① $y=ax$에 $x=2$, $y=-1$을 대입하면

$a=-\frac{1}{2}$이므로　$y=-\frac{1}{2}x$

② $y=ax$에 $x=2$, $y=-2$를 대입하면

$a=-1$이므로　$y=-x$

③ $y=ax$에 $x=1$, $y=3$을 대입하면

$a=3$이므로　$y=3x$

④ $y=ax$에 $x=4$, $y=3$을 대입하면

$a=\frac{3}{4}$이므로　$y=\frac{3}{4}x$

따라서 함수의 식과 알맞은 그래프를 연결하면

(1) − ④, (2) − ②, (3) − ③, (4) − ①

의/사/소/통

|출제 의도| 생활 주변에서 일어나는 예를 통하여 함수 $y=ax(a\neq0)$의 개념을 명확히 이해하게 하려는 것이다.

풀이|
- 한 개에 500원 하는 아이스크림을 x개 샀을 때의 값 y원은 $y=500x$인 관계가 있다.
- 시계의 분침이 x분 동안 움직인 각도를 $y°$라고 할 때, 분침은 1분에 $6°$씩 회전하므로 $y=6x$인 관계가 있다.
- 10분에 5 km를 갈 수 있는 자전거로 x분 동안 갈 수 있는 거리 y km는 $y=\frac{1}{2}x$인 관계가 있다.

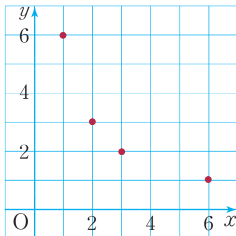
탐구 활동의 이해

활동 목표 • x, y의 값이 반비례 관계가 되는 예를 통하여 함수 $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$의 그래프를 알아보려는 것이다.

1. 귤의 개수가 총 6개이므로 다음과 같은 표를 구할 수 있다.

x(명)	1	2	3	6
y(개)	**6**	**3**	**2**	**1**

2. 1의 표에서 얻어지는 순서쌍은
(1, 6), (2, 3), (3, 2), (6, 1)
이므로 이들을 좌표평면 위에 나타내면 다음과 같다.



교과서 136 쪽

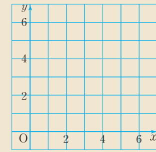
함수 $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$의 그래프를 어떻게 그리는가?

탐구 활동 어느 학급에서 귤 6개를 학생들에게 나누어 주려고 한다. 다음 물음에 답하여 보자.

1 학생의 수를 x명, 1명에게 나누어 줄 귤의 개수를 y개라고 할 때, 다음 표를 완성하여 보자.

x(명)	1	2	3	6
y(개)				

2 **1**의 표를 이용하여 순서쌍을 오른쪽 좌표평면 위에 나타내어 보자.



두 양 x, y에서 x가 2배, 3배, 4배, …로 변함에 따라 y는 $\frac{1}{2}$배, $\frac{1}{3}$배, $\frac{1}{4}$배, …로 변하는 관계가 있으면 y는 x에 반비례한다고 하며 $y=\frac{a}{x}$로 나타낸다.

함수 $y=\frac{6}{x}$에서 x의 값이 -6, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 6일 때, x의 값에 대한 함숫값 y를 구하여 표로 나타내면 다음과 같다.

x	-6	-3	-2	-1	1	2	3	6
y	-1	-2	-3	-6	6	3	2	1

❶ 에서 얻어지는 순서쌍 $(-6, -1)$, $(-3, -2)$, $(-2, -3)$, $(-1, -6)$, (1, 6), (2, 3), (3, 2), (6, 1)을 좌표평면 위에 나타내면 〈그림 4〉와 같다.

또 함수 $y=\frac{6}{x}$에서 x의 값이 -6, -5, -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4, 5, 6일 때, x의 값에 대한 함숫값 y를 구하여 표로 나타내면 다음과 같다.

x	-6	-5	-4	-3	-2	-1	1	2	3	4	5	6
y	-1	$-\frac{6}{5}$	$-\frac{3}{2}$	-2	-3	-6	6	3	2	$\frac{3}{2}$	$\frac{6}{5}$	1

이 표에서 얻어지는 순서쌍들을 좌표평면 위에 나타내면 〈그림 5〉와 같다.

이와 같이 함수 $y=\frac{6}{x}$에서 x값의 간격을 계속 작게 나누어 이들로부터 얻어지는 순서쌍들을 좌표평면 위에 나타내면, 이 점들은 점점 촘촘하게 되어 한 쌍의 매끄러운 곡선에 가까워진다.

본문 해설

❶ 함수 $y=\frac{6}{x}$의 그래프를 그릴 때, 주어진 x의 값에 대한 함숫값 y의 대응표를 만들고, 그 표로부터 얻어지는 순서쌍 (x, y)를 좌표평면 위에 나타낸다. 이때 함수 $y=\frac{6}{x}$의 그래프는 x의 값에 따라 달라진다.

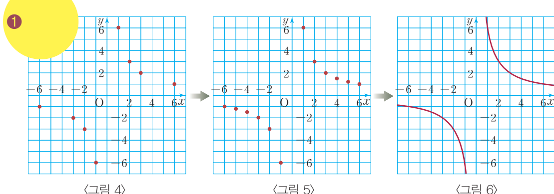
지/도/자/료

1. 함수 $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$에서 x값의 범위가 주어지지 않은 경우에는 0을 제외한 수 전체를 x값의 범위로 생각한다.
그 이유는 예를 들어 $y=\frac{6}{x}$은 $xy=6$이 되는데 $x=0$일 때 $0\times y=6$으로 이것을 만족하는 y의 값이 없기 때문이다.

2. 정비례 관계인 함수 $y=ax(a\neq0)$의 그래프와 마찬가지로 컴퓨터 프로그램을 활용하여 지도한다. a의 값에 따른 함수 $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$의 그래프를 그려 보면 변화를 알기 쉬우므로 다양한 공학적 도구를 활용하여 그래프 그리는 방법을 이해하게 한다.

함수 $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$에서 x값의 범위가 주어지지 않은 경우에는 x값의 범위를 0을 제외한 수 전체로 생각한다.

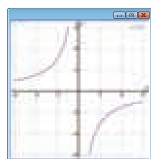
따라서 함수 $y=\frac{6}{x}$에서 x값의 범위가 0을 제외한 수 전체일 때, 함수 $y=\frac{6}{x}$의 그래프는 〈그림 6〉과 같이 두 좌표축에 접근하면서 한없이 뻗어 나가는 한 쌍의 매끄러운 곡선이 된다. ❶



〈그림 4〉 〈그림 5〉 〈그림 6〉

예제 5 함수 $y=-\frac{6}{x}$의 그래프를 그려라.

다음은 컴퓨터를 이용하여 그린 $y=-\frac{6}{x}$의 그래프이다.

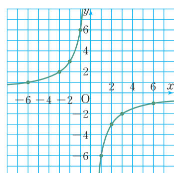


❷ $y=-\frac{6}{x}$을 만족시키는 x, y의 값으로 몇 개의 순서쌍을 만든다.

$(-6,\ 1)$, $(-3,\ 2)$, $(-2,\ 3)$, $(-1,\ 6)$, $(1,\ -6)$, $(2,\ -3)$, $(3,\ -2)$, $(6,\ -1)$

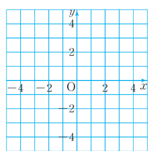
이 점들을 좌표평면 위에 나타내고, 곡선으로 연결하면 오른쪽 그림과 같다.

따라서 함수 $y=-\frac{6}{x}$의 그래프는 오른쪽 그림과 같은 곡선이다.



문제 6 다음 함수의 그래프를 그려라.

(1) $y=\frac{3}{x}$ (2) $y=-\frac{3}{x}$



본문 해설

❶ 함수 $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$의 그래프를 그리기 위해서는 먼저 몇 개의 x의 값에 대한 대응표를 만든다. 그리고 대응표로부터 얻은 순서쌍들을 좌표평면 위에 점으로 나타낸 후 이 점들을 매끄러운 곡선으로 연결한다. 이때 x값의 개수가 많으면 순서쌍을 구하기는 힘들지만 보다 정확한 함수의 그래프를 얻을 수 있다.

❷ 예제 5의 $y=-\frac{6}{x}$의 그래프를 그릴 때 이를 만족시키는 x, y의 값으로 순서쌍을 구해야 하는데, 이때 6의 약수를 이용하면 편리하다.

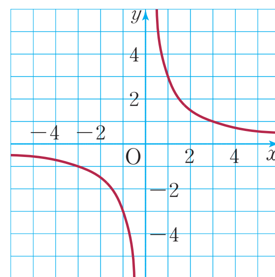
6

목표 | 함수 $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$의 그래프에서 a의 값에 따라 그래프의 모양이 변한다는 것을 알게 한다.

풀이 | (1) 함수 $y=\frac{3}{x}$을 만족시키는 x, y의 값으로 몇 개의 순서쌍을 만든다.

$(-3,\ -1)$, $\left(-2,\ -\frac{3}{2}\right)$, $(-1,\ -3)$, $(1,\ 3)$, $\left(2,\ \frac{3}{2}\right)$, $(3,\ 1)$

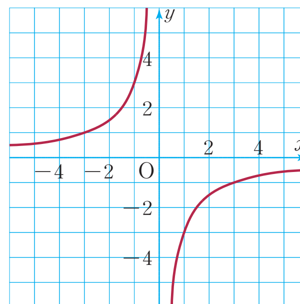
이 점들을 좌표평면 위에 나타내고, 곡선으로 연결하면 다음 그림과 같은 함수 $y=\frac{3}{x}$의 그래프를 얻을 수 있다.



(2) 함수 $y=-\frac{3}{x}$을 만족시키는 x, y의 값으로 몇 개의 순서쌍을 만든다.

$(-3,\ 1)$, $\left(-2,\ \frac{3}{2}\right)$, $(-1,\ 3)$, $(1,\ -3)$, $\left(2,\ -\frac{3}{2}\right)$, $(3,\ -1)$

이 점들을 좌표평면 위에 나타내고, 곡선으로 연결하면 다음 그림과 같은 함수 $y=-\frac{3}{x}$의 그래프를 얻을 수 있다.



본문 해설

❶ 함수 $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$의 그래프는

(1) $y=-\frac{a}{x}(a\neq0)$의 그래프와 x축 또는 y축에 대하여 대칭이다.

(2) a의 부호에 관계없이 원점에 대하여 대칭이고, x축, y축과 만나지 않는다.

참고| 함수 $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$의 그래프는 a의 절댓값이 클수록 원점으로부터 멀리 떨어진다.

7

목표| 함수 $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$의 그래프를 보고 a의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| 주어진 그래프는 점 $(4,\ -2)$를 지나므로 $x=4$, $y=-2$를 함수 $y=\frac{a}{x}$에 대입하면

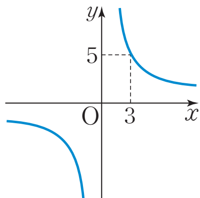
$-2=\frac{a}{4}$

따라서 $a=-8$이다.

8

|출제 의도| 그래프 위의 한 점을 이용하여 함수의 식을 구하는 문제를 만들고 풀어 봄으로써 함수의 그래프와 식 사이의 관계를 이해하게 하려는 문제이다.

예시| 오른쪽 그림은 함수 $y=\frac{a}{x}$의 그래프이다. 점 $(3,\ 5)$가 이 그래프 위의 점일 때, 상수 a의 값을 구하여라.



풀이| 함수 $y=\frac{a}{x}$의 그래프가 점 $(3,\ 5)$를 지나므로

$5=\frac{a}{3}$

따라서 $a=15$이다.

교과서 138 쪽

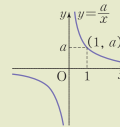
일반적으로 함수 $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$의 그래프는 다음과 같은 성질이 있다.

● 함수 $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$의 그래프는 $a>0$일 때 제1사분면과 제3사분면을 지나고, $a<0$일 때 제2사분면과 제4사분면을 지난다.

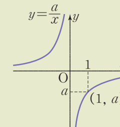
❶ $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$의 그래프

x값의 범위가 0을 제외한 수 전체일 때, 함수 $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$의 그래프는 원점에 대하여 대칭인 한 쌍의 곡선이다.

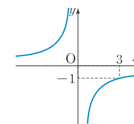
(1) $a>0$일 때



(2) $a<0$일 때



예제 6 함수 $y=\frac{a}{x}$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 상수 a의 값을 구하여라.

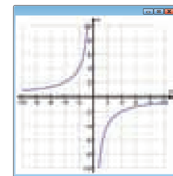


● 풀이 함수 $y=\frac{a}{x}$의 그래프가 점 $(3,\ -1)$을 지나므로 $x=3$, $y=-1$을 대입하면

$-1=\frac{a}{3}$, $a=-3$

답 ● -3

문제 7 오른쪽 그림은 함수 $y=\frac{a}{x}$의 그래프를 컴퓨터로 그린 것이다. 이 그래프를 보고, a의 값을 구하여라.

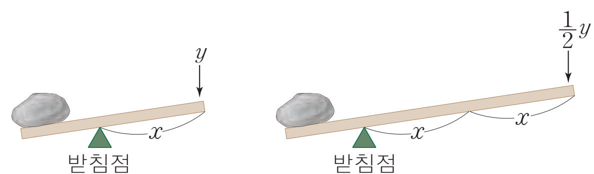




문제 8 함수 $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$의 그래프 위의 한 점을 알 때, a의 값을 구하는 문제를 만들고, 풀어 보아라.

읽/기/자/료 지렛대(반비례 관계)

막대를 어떤 점에 받쳐서 그 받침점을 중심으로 물체를 움직일 수 있게 만든 것을 지렛대라고 하는데, 지렛대를 이용하면 무거운 물체도 쉽게 들어 올릴 수 있다. 이때 받침점에서부터 힘을 가하는 점까지의 거리가 2배가 되면 가하는 힘은 $\frac{1}{2}$로 줄어들며, 거리가 3배가 되면 힘은 $\frac{1}{3}$로 줄어든다. 즉, 들어 올리는 물체의 무게가 같을 때, 힘을 가하는 위치를 받침점에서 멀리할수록 작은 힘이 든다. 결국 받침점에서 힘을 가하는 점까지의 거리 x와 가하는 힘 y 사이에는 반비례 관계가 성립하는 것이다.



교과서 139 쪽

1-4 함수의 활용

● 함수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.

함수를 여러 가지 문제에 어떻게 활용하는가?

창의력 기르기

쌀

쌀은 우리나라를 비롯한 세계 여러 나라의 주식이다. 1960년대 있었던 보릿고개라는 말로 미루어 보아 우리나라에서는 주식이 쌀이고, 쌀이 부족할 때 잡곡으로 대신했음을 알 수 있다. 한편 일반적으로 학생들이 한 끼에 소비하는 쌀의 양은 90 g에서 100 g 사이이다.



탐구 활동

어느 학생이 한 끼에 먹는 쌀의 양이 100 g일 때, 다음 물음에 답하여 보자.

1 끼니 수를 x끼, 먹은 쌀의 양을 y g이라고 할 때, 다음 표를 완성하여 보자.

x(끼)	1	2	3	4
y(g)				

2 1의 표를 이용하여 x와 y 사이의 관계식을 구하여 보자.

3 이 학생이 150끼를 먹었을 때, 먹은 쌀의 양은 얼마인가?



탐구 활동에서 x의 값이 정해지면 y의 값이 오직 하나로 정해지므로 y는 x의 함수이다. 또 x와 y 사이에는

$$y=100x$$

인 관계식이 성립한다. 따라서 이 식을 이용하면 끼니 수에 대한 먹은 쌀의 총량을 알 수 있다.

이와 같이 함수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.

1-4 함수의 활용

소단원 지도 목표

① 함수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 실생활의 다양한 소재에서 함수 관계가 있는 것을 찾아보고, 이를 표, 식, 그래프로 나타내어 해결하면 편리하다는 사실을 알게 한다. 즉, 함수는 수학뿐만 아니라 실생활에서도 중요하게 응용되는 개념임을 깨닫게 한다.

2. 실생활에서는 두 양 사이의 관계가 정확하게 정비례나 반비례가 되는 상황을 찾아보기 어렵다. 따라서 실생활 문제에 함수를 활용하기 위해서는 두 양 사이의 관계를 대략적으로 파악할 필요가 있음을 알게 한다.

창의력 기르기 참/고/자/료

우리나라 사람들은 섭취하는 에너지의 65 %를 쌀로부터 얻는데 쌀은 탄수화물, 단백질, 지방, 무기질, 비타민 등 많은 영양소를 함유하고 있다. 최근에는 우리 몸의 건강에 이로운 쌀에 대한 연구가 활발하다. 쌀의 효능에 대한 자세한 내용은 한국식품영양재단 홈페이지(http://www.nutritionkorea.com)에서 찾아볼 수 있다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 실생활에서 흔히 볼 수 있는 소재를 사용하여 함수를 도입하고, 이를 활용하여 문제를 해결할 수 있도록 하려는 것이다.

1. 식사 한 끼에 먹는 쌀의 양이 100 g이므로 다음과 같은 표를 얻을 수 있다.

x(끼)	1	2	3	4
y(g)	**100**	**200**	**300**	**400**

2. 한 끼에 먹는 쌀의 양이 100 g이므로 x끼에 먹는 쌀의 양은 $100x$ g이다. 따라서 구하는 관계식은 $\boldsymbol{y=100x}$이다.

3. $x=150$인 경우 $y=100\times150=15000$이다. 따라서 150끼를 먹었을 때 먹은 쌀의 양은 **15000 g**이다.

지/도/자/료

우리 주변에서 함수 관계를 다양하게 찾아볼 수 있는데 함수를 실생활 문제에 활용하여 풀 때 대응표를 만들면 편리하다.

㉮ 한 개에 500원 하는 음료수 x개를 살 때 필요한 금액을 y원이라고 하면 다음과 같은 대응표를 얻을 수 있다.

x(개)	1	2	3	4	5
y(원)	500	1000	1500	2000	2500

따라서 x와 y 사이에는 $y=500x$인 관계식이 성립함을 알 수 있다.

본문 해설

❶ 예제 1은 함수 $y=ax(a\neq 0)$를 활용하여 실생활 문제를 해결하는 것이다. 따라서 대응표를 완성하면 x와 y 사이의 관계식 $y=2x$를 쉽게 구할 수 있고, 이를 바탕으로 문제 (2), (3)도 해결할 수 있다. 특히 문제 (3)의 경우는 함수 $y=2x$에 x의 값을 대입하는 것이 아니고 함숫값 $y=100$을 대입하여 문제를 해결하는 것이다.

교과서 140 쪽

일반적으로 함수를 활용하여 문제를 풀 때는 다음과 같은 순서로 한다.

함수를 활용하여 문제를 푸는 순서

❶ 변하는 두 양을 변수 x, y로 정한다.
❷ 변하는 두 양 사이의 관계를 함수 $y=f(x)$로 나타낸다.
❸ 그래프를 그리거나 관계식 $y=f(x)$로부터 필요한 값을 구한다.
❹ 구한 값이 문제의 조건에 맞는지 확인한다.

예제 1

매분 2 km로 달리는 기차가 A 역을 지나 A 역으로부터 100 km 떨어진 B 역을 향하여 가고 있다. A 역을 지난 지 x분 후에는 A 역으로부터 y km 떨어진 지점을 지난다고 할 때, 다음 물음에 답하여라.



(1) 다음 표를 완성하고, x와 y 사이의 관계식을 구하여라.

x(분)	0	1	2	3	4	5
y(km)						

(2) 기차가 A 역을 지난 지 30분 후에는 A 역으로부터 몇 km 떨어진 지점을 지나겠는가?

(3) 기차가 A 역을 출발한 지 몇 분 후에 B 역에 도착하겠는가?

❶ (1) 1분에 2 km씩 달리므로 다음과 같은 표를 얻는다.

x(분)	0	1	2	3	4	5
y(km)	0	2	4	6	8	10

이 표로부터 구하는 관계식은 $y=2x$이다.

(2) 함수 $y=2x$에 $x=30$을 대입하면 $y=2\times 30=60$

따라서 기차는 A 역으로부터 60 km 떨어진 지점을 지나게 된다.

(3) 함수 $y=2x$에 $y=100$을 대입하면

$$100=2x,\ x=50$$

따라서 기차는 50분 후에 B 역에 도착한다.

답 ● (1) 0, 2, 4, 6, 8, 10, $y=2x$ (2) 60 km (3) 50분

지/도/자/료

함수를 활용하여 문제를 푸는 순서는 교육학자인 폴리아(Pólya, G.: 1887～1985)가 제안한 다음과 같은 4단계 문제 해결법을 따른 것이다.

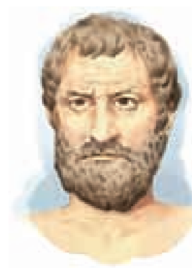
1단계: 문제의 이해
- 문제의 말을 모두 이해했는가?
- 주어진 조건이 무엇인지 아는가?
- 미지수는 무엇으로 할 것인가?

2단계: 계획의 작성
- 문제를 어떤 전략으로 해결할 것인가?
- 정보는 충분한가?
- 비슷한 문제를 본 적은 없는가?

3단계: 계획의 실행
- 문제를 해결할 때까지 선택한 방법을 수행한다.
- 각 단계가 올바른지 명확하게 알 수 있는가?
- 충분한 시간을 투자한다. 그래도 해결이 되지 않을 경우는 다른 힌트를 찾거나 문제를 잠시 덮어 둔다.

4단계: 반성
- 구한 답이 맞는가?
- 보다 쉬운 해결 방법은 없는가?
- 결과나 방법을 다른 문제에 활용할 수 있는가?

읽/기/자/료 탈레스



탈레스(Thales: ? B.C. 624～? B.C. 546)는 피타고라스보다 더 이전 수학이 그 모습을 갖추기도 전에 수학을 학문의 수준으로 만든 그리스의 수학자이자 과학자이며 철학자이다.

탈레스는 실물의 그림자의 길이를 재고 그 옆에 막대기를 세워서 막대기 그림자의 길이를 잰 다음 비례식을 세워 실물의 길이는 그림자의 길이에 정비례함을 알아내었는데, 그는 이것을 이용하여 이집트 피라미드의 높이를 재었다고 한다.

교과서 141 쪽

문제 1

에스컬레이터로 3 m 올라갈 때마다 지면으로부터의 높이가 1 m씩 높아진다고 한다. 에스컬레이터로 x m 올라가면 지면으로부터의 높이가 y m일 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) 다음 표를 완성하여라.

x(m)	3	6	9
y(m)			

(2) x와 y 사이의 관계식을 구하여라.

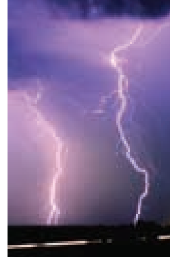
(3) 에스컬레이터로 15 m 올라가면 지면으로부터의 높이는 몇 m인가?

문제 2

기온이 15 ℃일 때, 소리는 1초에 340 m씩 간다는 사실을 이용하면 천둥소리를 들은 후 번개가 친 곳의 위치를 알 수 있다고 한다. 번개가 치고 x초 후에 천둥소리를 들었을 때, 번개가 친 곳까지의 거리를 y m라고 하자. 다음 물음에 답하여라.

(1) x와 y 사이의 관계식을 구하여라.

(2) 번개가 치고 5초 후에 천둥소리를 들었다면, 번개가 친 곳까지의 거리는 몇 m인가?



창의 UP

다음은 김유정의 소설 "금 따는 콩밭"의 마지막 구절이다. 이 글을 읽고, 물음에 답하여 보자.

> "그 흙 속에 금이 있지요?"
> 영식이 처가 너무 기뻐서 코다리에 고래등 같은 집까지 연상할 제, 수재는 시원스러이,
> "네, 한 포대에 오십 원씩 나와유."
> 하고 대답하고 오늘 밤에는 꼭, 정녕코 꼭 달아나리라 생각하였다.

이 소설의 배경이 된 시대에는 소 한 마리가 삼십 원이었다고 할 때, 소 100마리를 사기 위해서는 흙이 몇 포대 필요하였겠는가?

1

목표| 정비례 관계를 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| (1) 에스컬레이터로 3 m 올라갈 때마다 지면으로부터의 높이가 1 m씩 높아지므로 다음과 같은 표를 얻는다.

x(m)	3	6	9
y(m)	**1**	**2**	**3**

(2) (1)의 표로부터 구하는 관계식은

$$\boldsymbol{y=\frac{1}{3}x}$$

(3) 함수 $y=\frac{1}{3}x$에 $x=15$를 대입하면

$$y=\frac{1}{3}\times15=5$$

이므로 지면으로부터의 높이는 **5 m**이다.

2

목표| 정비례 관계를 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| (1) 소리는 1초에 340 m를 가므로 x초 후에는 $(340\times x)$ m를 간다.
따라서 x와 y 사이의 관계식은 $\boldsymbol{y=340x}$이다.

(2) 함수 $y=340x$에 $x=5$를 대입하면
$y=340\times5=1700$
이므로 번개가 친 곳까지의 거리는 **1700 m**이다.

창의 UP

|출제 의도| 문학 작품에 나타난 수학적 내용을 이용하여 함수를 활용하게 하려는 것이다.

풀이| 흙 x포대에서 나오는 금의 값을 y원이라고 할 때, x와 y 사이의 관계를 표로 나타내면 다음과 같다.

x(포대)	1	2	3	4
y(원)	50	100	150	200

따라서 x와 y 사이의 관계식은 $y=50x$이다.
소 100마리의 값은 3000원이므로 $y=50x$에 $y=3000$을 대입하여 풀면 $x=60$이다.
따라서 소 100마리를 사기 위해서는 흙 **60포대**가 필요하였다.

기/초/력 향상 문제

소연이는 매일 왕복으로 1800원의 교통비를 쓴다. x일 동안 쓴 교통비를 y원이라고 할 때, 다음 물음에 답하여라.

1 x와 y 사이의 관계식을 구하여라.

2 30일 동안 쓴 교통비는 얼마인가?

답 **1** $y=1800x$ **2** 54000원

본문 해설

❶ 예제 2는 반비례 관계에 있는 함수 $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$를 활용하여 실생활 문제를 해결한 것이다. 그런데 반비례 관계인 함수는 x값의 범위에 제한이 있는 경우가 많이 있다. 예를 들어 예제 2에서 $x=7$인 경우, 480은 7로 나누어떨어지지 않기 때문에 의자를 한 줄에 7개씩 놓을 수 없다. 즉, 7은 주어진 함수의 x의 값이 아니다. 따라서 x의 값은 480의 약수로 제한된다.

참고| 정비례, 반비례의 예
(1) 정비례 관계: 전력계, 계량기, 용수철저울 등
(2) 반비례 관계
- 거리가 일정할 때 속도 x와 시간 y 사이의 관계
- 직육면체의 부피가 일정할 때 한 밑면의 넓이 x와 높이 y 사이의 관계

교과서 142 쪽

예제 2 어느 야외 공연을 위하여 480개의 의자를 준비하였다. 이 의자를 한 줄에 x개씩 y줄로 배열하려고 할 때, 다음 물음에 답하여라.
(1) x와 y 사이의 관계식을 구하여라.
(2) 의자를 한 줄에 8개씩 배열하면 몇 줄을 만들 수 있는가?



❶ (1) 480개의 의자를 한 줄에 x개씩 y줄로 배열하므로

$xy=480,\ y=\frac{480}{x}$

(2) 함수 $y=\frac{480}{x}$에 $x=8$을 대입하면

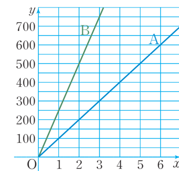
$y=\frac{480}{8}=60$

따라서 의자를 한 줄에 8개씩 배열하면 60줄을 만들 수 있다.

답 ● (1) $y=\frac{480}{x}$ (2) 60줄

문제 3 일정한 온도에서 기체의 부피는 압력에 반비례한다. 압력이 2기압일 때의 부피가 1000 cm³인 어떤 기체에 대하여 압력이 x기압일 때의 부피를 y cm³라고 하자. 다음 물음에 답하여라.
(1) x와 y 사이의 관계식을 구하여라.
(2) 압력이 4기압일 때, 이 기체의 부피를 구하여라.

문제해결 권진이는 집에서 학교까지 걸어서 또는 자전거를 타고 등교한다. 오른쪽 그림의 그래프 A는 걸어서 등교하는 경우를, 그래프 B는 자전거를 타고 등교하는 경우를 나타낸 것이다. x분 동안 이동한 거리를 y m라고 할 때, 그래프 A와 B의 x와 y 사이의 관계식을 각각 구하여라. 또 5분 동안 걸어서 이동한 거리를 자전거를 타고 이동한다면, 몇 분이 절약되는지 함수의 그래프를 이용하여 구하여 보자.



3

목표| 반비례 관계를 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| (1) 일정한 온도에서 기체의 부피는 압력에 반비례하고, 2기압일 때의 부피가 1000 cm³인 기체의 1기압에서 부피는 2000 cm³이다.

따라서 x와 y 사이의 관계식은 $\boldsymbol{y=\frac{2000}{x}}$이다.

(2) 함수 $y=\frac{2000}{x}$에 $x=4$를 대입하면

$y=\frac{2000}{4}=500$

따라서 이 기체의 부피는 **500 cm³**이다.

문/제/해/결

|출제 의도| 함수의 그래프를 이용하여 실생활 문제를 풀어 봄으로써 문제 해결에 함수를 적절히 활용할 수 있는 능력을 기르기 위한 것이다.

풀이| 그래프 A는 원점과 점 (1, 100)을 지나므로 x와 y 사이의 관계식은 $y=100x$이다. 그래프 B는 원점과 점 (1, 250)을 지나므로 x와 y 사이의 관계식은 $y=250x$이다.
그래프 A에서 5분 동안 걸어서 이동한 거리가 500 m임을 알 수 있고, 그래프 B에서 자전거를 타고 500 m를 가는 데 2분이 걸린 것을 알 수 있다.
따라서 걸어서 이동하는 것보다 자전거를 타고 이동하는 것이 3분이 절약된다.

중 / 단 / 원 기 초

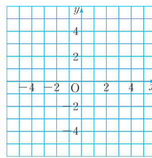
> 두 변수 x, y에 대하여 x의 값이 정해지면 y의 값도 단 하나로 정해지는 관계가 있을 때, y는 x의 함수라고 한다.

1 다음 중에서 y가 x의 함수인 것을 모두 찾아라.

ㄱ. 한 권에 800원 하는 공책 x권의 값은 y원이다.
ㄴ. 자연수 x의 배수는 y이다.
ㄷ. 하루 중 낮의 길이가 x시간이면 밤의 길이는 y시간이다.

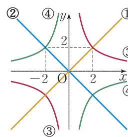
2 다음 점을 오른쪽 좌표평면 위에 나타내고, 각 점은 제 몇 사분면 위에 있는지 말하여라.

(1) A(4, 3)　(2) B(1, −3)
(3) C(−3, 1)　(4) D(−2, −2)



3 그래프 ①~④는 각각 다음 중에서 어느 함수의 그래프를 나타내는가?

(1) $y=x$　(2) $y=-\frac{4}{x}$
(3) $y=-x$　(4) $y=\frac{4}{x}$



> (거리)=(속력)×(시간)
> 거리는 시간에 비례한다.

4 윤정이가 일정한 속력으로 자전거를 탈 때, x분 동안 간 거리를 y km라고 한다. 다음 표를 보고, 물음에 답하여라.

x(분)	5	15	30	60
y(km)	1	3	6	12

(1) x와 y 사이의 관계식을 구하여라.
(2) 윤정이는 40분 동안 몇 km를 갈 수 있는가?

중/단/원 기초

1

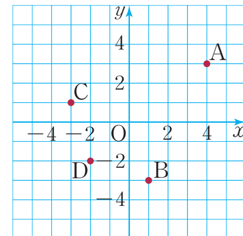
목표| 함수의 의미를 이해하고, 함수인 것을 찾을 수 있게 한다.

풀이| ㄱ. 한 권에 800원이면 2권에 (800×2)원, 3권에 (800×3)원, ⋯이다.
따라서 x와 y 사이에는 $y=800x$인 관계가 있다.
ㄴ. 예를 들어 $x=2$일 때, y의 값은 2, 4, 6, ⋯으로 여러 가지가 있다. 즉, x의 값에 따라 y의 값이 단 하나로 정해지지 않는다.
ㄷ. 하루는 24시간이므로 낮의 길이를 x시간이라고 하면 밤의 길이는 $(24-x)$시간이다.
따라서 x와 y 사이에는 $y=24-x$인 관계가 있다.
따라서 함수인 것은 ㄱ, ㄷ이다.

2

목표| 점을 좌표평면 위에 나타내고, 각 사분면을 알게 한다.

풀이| 각 점을 좌표평면 위에 나타내면 다음과 같다.



(1) 점 A는 **제1사분면** 위에 있다.
(2) 점 B는 **제4사분면** 위에 있다.
(3) 점 C는 **제2사분면** 위에 있다.
(4) 점 D는 **제3사분면** 위에 있다.

3

목표| 함수의 그래프를 보고, 함수의 식을 찾을 수 있게 한다.

풀이| ① $y=ax$에 $x=2$, $y=2$를 대입하면
$a=1$이므로　$y=x$
② $y=ax$에 $x=-2$, $y=2$를 대입하면
$a=-1$이므로　$y=-x$
③ $y=\frac{a}{x}$에 $x=2$, $y=2$를 대입하면
$a=4$이므로　$y=\frac{4}{x}$
④ $y=\frac{a}{x}$에 $x=-2$, $y=2$를 대입하면
$a=-4$이므로　$y=-\frac{4}{x}$
따라서 그래프에 알맞은 함수의 식을 연결하면
① − (1), ② − (3), ③ − (4), ④ − (2)

4

목표| 함수를 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| (1) 표로부터 구하는 관계식은　$\boldsymbol{y=\frac{1}{5}x}$
(2) $y=\frac{1}{5}x$에 $x=40$을 대입하면　$y=\frac{1}{5}\times40=8$
따라서 40분 동안 **8 km**를 갈 수 있다.

중/단/원 기본

1

목표| 함수의 뜻을 알고, 함수를 찾을 수 있으며 x와 y 사이의 관계식을 세울 수 있게 한다.

풀이| (1) 함수이고, 관계식은 $\boldsymbol{y=400x}$이다.

(2) 함수이고, 관계식은 $\boldsymbol{y=\frac{36}{x}}$이다.

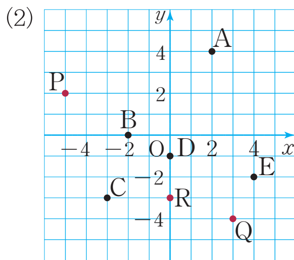
(3) 예를 들어 3의 약수는 1과 3이므로 x의 값에 대하여 y의 값이 단 하나로 정해지지 않는다. 즉, y는 x의 함수가 아니다.

2

목표| 점을 좌표평면 위에 나타낼 수 있게 한다.

풀이| (1) $\mathbf{A(2,\ 4)}$, $\mathbf{B(-2,\ 0)}$, $\mathbf{C(-3,\ -3)}$, $\mathbf{D(0,\ -1)}$, $\mathbf{E(4,\ -2)}$

(2)



교과서 144 쪽

중/단/원 기본

함수

1 다음 중에서 y가 x의 함수인 것을 찾고, 함수인 것은 식으로 나타내어라.

(1) 400원짜리 연필 x자루를 살 때의 금액 y원

(2) 밑변의 길이가 x cm이고, 높이가 y cm인 평행사변형의 넓이는 36 cm^2

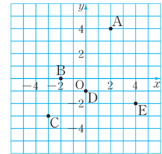
(3) x의 약수 y

순서쌍과 좌표

2 오른쪽 좌표평면을 보고, 다음 물음에 답하여라.

(1) 점 A, B, C, D, E의 좌표를 각각 구하여라.

(2) 점 P$(-5,\ 2)$, Q$(3,\ -4)$, R$(0,\ -3)$을 좌표평면 위에 나타내어라.

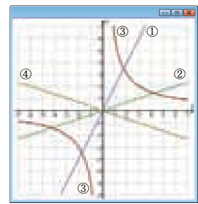


함수의 그래프

3 오른쪽 그림은 함수의 그래프를 컴퓨터로 그린 것이다. 그래프 ①~④는 각각 다음 중에서 어느 함수의 그래프를 나타낸 것인가?

(1) $y=-\frac{1}{3}x$ (2) $y=\frac{1}{3}x$

(3) $y=2x$ (4) $y=\frac{6}{x}$



함수의 활용

4 한 시간에 x km의 속력으로 이동하는 태풍이 발생한 지점에서 우리나라까지 오는 데 y시간이 걸린다고 한다. 다음 표를 보고, 물음에 답하여 보자.

x(km)	50	80	100	125
y(시간)	40	25	20	16

(1) 태풍은 우리나라에서 몇 km 떨어진 곳에서 발생하였는가?

(2) x와 y 사이의 관계식을 구하여 보자.

(3) 태풍이 한 시간에 95 km의 속력으로 이동한다면 우리나라에는 대략 몇 시간 만에 오겠는가?

3

목표| 함수의 그래프를 보고, 함수의 식을 찾을 수 있게 한다.

풀이| 그래프 ①~④를 나타내는 식을 각각 구하면

① $y=ax$에 $x=1$, $y=2$를 대입하면

$a=2$이므로 $y=2x$

② $y=ax$에 $x=3$, $y=1$을 대입하면

$a=\frac{1}{3}$이므로 $y=\frac{1}{3}x$

③ $y=\frac{a}{x}$에 $x=1$, $y=6$을 대입하면

$a=6$이므로 $y=\frac{6}{x}$

④ $y=ax$에 $x=-3$, $y=1$을 대입하면

$a=-\frac{1}{3}$이므로 $y=-\frac{1}{3}x$

따라서 그래프에 알맞은 함수의 식을 연결하면

①−(3), ②−(2), ③−(4), ④−(1)

4

목표| 함수를 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| (1) 표에서 한 시간에 50 km씩 이동하는 태풍이 우리나라까지 오는 데 40시간이 걸렸음을 알 수 있다.
따라서 (거리)=(속력)×(시간)이므로 태풍은 우리나라에서 $50\times40=$**2000(km)** 떨어진 곳에서 발생하였음을 알 수 있다.

(2) $xy=2000$이므로 $\boldsymbol{y=\frac{2000}{x}}$이다.

(3) $y=\frac{2000}{x}$에 $x=95$를 대입하여 풀면 $y=21.0526\cdots$
따라서 태풍은 **대략 21시간** 만에 우리나라에 도착할 것이다.

교과서 145 쪽

중/단/원 실력

1 함수 $f(x)=-4x+6$에 대하여 $f\left(\frac{a}{3}\right)=4a$일 때, a의 값을 구하여라.

2 좌표평면 위의 두 점 A(2, 3)과 B(p, q)가 원점을 지나는 한 직선 위에 있을 때, $3p-2q$의 값을 구하여라.

3 함수 $y=f(x)$에서 y가 x에 반비례하고 $f(3)=-4$일 때, $f(2)-f(-2)$의 값을 구하여라.

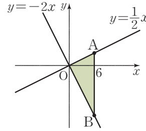
• 1시간 동안 작은바늘은 30°, 큰바늘은 360° 움직인다.

4 시계의 작은바늘이 $x°$ 움직일 때, 큰바늘은 $y°$ 움직인다고 한다. x와 y 사이의 관계식을 구하여라.



• 두 함수 $y=\frac{1}{2}x$, $y=-2x$에서 $x=6$일 때 y의 값을 구한다.

5 두 함수 $y=\frac{1}{2}x$, $y=-2x$의 그래프가 오른쪽 그림과 같이 x좌표가 6인 점 A, B를 각각 지난다. 이때 삼각형 AOB의 넓이를 구하여라.



중/단/원 실력

1

목표| 함숫값의 의미를 이해하게 한다.

풀이| $f\left(\frac{a}{3}\right)=4a$이므로 $-4\times\frac{a}{3}+6=4a$

$-\frac{16}{3}a=-6$, $a=-6\times\left(-\frac{3}{16}\right)=\mathbf{\frac{9}{8}}$

2

목표| 함수의 그래프의 성질을 알게 한다.

풀이| 원점을 지나는 직선 $y=ax$가 점 A(2, 3)을 지나므로 $3=2a$, $a=\frac{3}{2}$

또 $y=\frac{3}{2}x$가 점 B(p, q)를 지나므로

$q=\frac{3}{2}p$, $2q=3p$, $3p-2q=\mathbf{0}$

3

목표| 반비례 관계인 함수의 식과 함숫값을 구할 수 있게 한다.

풀이| y가 x에 반비례하므로 주어진 함수는 $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$의 꼴이다.

$f(3)=-4$이므로 $x=3$, $y=-4$를 $y=\frac{a}{x}$에 대입하면 $a=-12$

$y=-\frac{12}{x}$이므로

$f(2)=-\frac{12}{2}=-6$, $f(-2)=-\frac{12}{-2}=6$

따라서

$f(2)-f(-2)=-6-6=\mathbf{-12}$

이다.

4

목표| 함수에서 x와 y 사이의 관계식을 구할 수 있게 한다.

풀이| 시계에서 시간을 가리키는 눈금 하나 사이의 각도는 $\frac{360°}{12}=30°$이다. 즉, 1시간 동안 작은바늘은 30°, 큰바늘은 360° 움직이므로 작은바늘이 1° 움직이는 동안 큰바늘은 12° 움직인다.

따라서 구하는 관계식은 $\boldsymbol{y=12x}$이다.

5

목표| 함수의 그래프를 이해하게 한다.

풀이| 함수 $y=\frac{1}{2}x$에서 $x=6$일 때 $y=3$이므로 A(6, 3)이고, $y=-2x$에서 $x=6$일 때 $y=-12$이므로 B(6, -12)이다.

따라서 삼각형 AOB의 밑변의 길이는 15이고, 높이는 6이므로 넓이는

$\frac{1}{2}\times15\times6=\mathbf{45}$

수행 과제

● 수행 과제 의도

이 수행 과제는 생활 주변에서 찾을 수 있는 함수의 예를 이용하여 여러 가지 문제를 풀어 봄으로써 함수에 관한 내용을 정리하기 위한 것이다.

과제 1 _예시

x(명)	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
y(초)	1	1.25	1.5	1.75	2	2.25	2.5	2.75	3	3.25
x(명)	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
y(초)	3.5	3.75	4	4.25	4.5	4.75	5	5.25	5.5	

교과서 146 쪽

수 행 과 제

전기놀이로 함수 알아보기



○ 준비물 • 초시계



여러 사람이 손에 손을 잡고 옆으로 늘어서고, 한 사람은 초시계를 가지고 걸린 시간을 잰다. 초시계를 가진 사람이 '시작'을 외치면 왼쪽 끝에 서 있는 사람이 오른손에 힘을 주어 옆 사람에게 신호를 보낸다. 그 신호를 받은 사람은 다시 오른쪽에 서 있는 옆 사람에게 같은 방법으로 신호를 보낸다. 마지막 사람이 신호를 받으면 '그만'을 외치고, 신호가 전달된 시간을 잰다. 이와 같은 놀이를 '전기놀이'라고 할 때, 다음 물음에 답하여 보자.

과제 1 2명부터 한 사람씩 추가하면서 전기놀이를 하였을 때, 사람 수에 따라 걸린 시간을 표로 나타내었더니 다음과 같았다. 표의 빈칸을 채워 보자.

x(명)	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
y(초)	1	1.25	1.5	1.75	2	2.25	2.5	2.75	3										

과제 2 전기놀이에 참가한 사람을 x명, 그때 측정한 시간을 y초라고 할 때, 측정한 시간이 다음의 함수와 같은지 확인하여 보자.

$$y=0.25x+0.5$$

과제 3 세현이네 학교에서 '인간 띠 잇기' 행사가 펼쳐졌다. 이 행사에 참가한 사람들은 약 1.2 km의 인간 띠를 만들었다. 과제 2의 식 $y=0.25x+0.5$가 성립한다면 이 행사에 참가한 1000명의 사람이 전기놀이를 하는 데 얼마나 많은 시간이 걸리겠는가?

교과서 147 쪽

학습에 대한 **자/기/평/가**

이름: ______________

점검 항목				
학습 내용	다양한 상황을 표와 식으로 나타내고, 함수의 개념을 이해하였는가?			
	순서쌍과 좌표를 이해하였는가?			
	함수를 그래프로 나타낼 수 있는가?			
	함수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있는가?			
학습 태도	학습 준비물을 잘 준비하였는가?			
	수업 시간에 적극적으로 참여하였는가?			
	문제를 풀 때 끈기 있게 도전하였는가?			
	복습과 예습을 꼼꼼히 하였는가?			

재미있었거나 어려웠던 내용 적어 보기

더 알고 싶거나 궁금한 점 적어 보기

스스로 평가하기



선생님 의견

과제 2 _예시

정확하게 측정하기는 어렵지만 대략 $y=0.25x+0.5$에 맞는다.

과제 3 _풀이

$y=0.25x+0.5$에 $x=1000$을 대입하면

$y=0.25\times1000+0.5=250.5$(초)

주의 | 시간을 초 단위로 재므로 아주 정확하게 측정하기는 불가능하다. 따라서 각 경우에 대략적인 시간을 측정하여 계산할 수 있도록 한다. 또 여러 사람이 참여하는 경우 주어진 식 $y=0.25x+0.5$에 가깝게 된다는 것을 알 수 있는데, 이 식은 많은 실험을 통하여 나온 것이다. 따라서 약간의 오차가 있을 수도 있다.

교과서 148 쪽

Ⅲ. 함수

대단원 핵심 한눈에 보기

① 함수

함수	두 변수 x, y에 대하여 x의 값이 정해지면 y의 값도 단 하나로 정해지는 관계가 있을 때, y는 x의 함수라고 하며, 이것을 기호로 $y=f(x)$와 같이 나타낸다.
함숫값	함수 $y=f(x)$에서 $x=a$일 때, $f(a)$를 $x=a$에 대응하는 함숫값이라고 한다. 일반적으로 x의 값에 대응하는 함숫값을 기호로 $f(x)$와 같이 나타낸다.

② 순서쌍과 좌표

순서쌍	순서를 정하여 나타낸 두 수의 쌍
점의 좌표	좌표평면 위의 점 P의 x좌표가 a, y좌표가 b일 때, 점 P의 좌표를 기호로 $\mathrm{P}(a,\ b)$와 같이 나타낸다.
좌표평면과 사분면	(1) 좌표평면 (y축, x좌표, y좌표, $\mathrm{P}(a,\ b)$, 원점, O, x축) (2) 사분면: 제2사분면 $(-,\ +)$, 제1사분면 $(+,\ +)$, 제3사분면 $(-,\ -)$, 제4사분면 $(+,\ -)$

③ 함수의 그래프

함수의 그래프	함수 $y=f(x)$에서 각 x의 값을 x좌표로 하고, x의 값에 대한 함숫값 y를 y좌표로 하는 순서쌍 $(x,\ y)$를 모두 좌표평면 위에 나타낸 것
함수 $y=ax$ $(a\neq0)$의 그래프	(1) $a>0$일 때 (그래프: 점 $(1,\ a)$를 지나는 직선) (2) $a<0$일 때 (그래프: 점 $(1,\ a)$를 지나는 직선)
함수 $y=\frac{a}{x}$ $(a\neq0)$의 그래프	(1) $a>0$일 때 (그래프: 점 $(1,\ a)$를 지나는 곡선) (2) $a<0$일 때 (그래프: 점 $(1,\ a)$를 지나는 곡선)

④ 함수의 활용

함수를 활용하여 문제를 푸는 순서	❶ 변하는 두 양을 변수 x, y로 정한다. ❷ 변하는 두 양 사이의 관계를 함수 $y=f(x)$로 나타낸다. ❸ 그래프를 그리거나 관계식 $y=f(x)$로부터 필요한 값을 구한다. ❹ 구한 값이 문제의 조건에 맞는지 확인한다.

이번 단원에서 배운 용어와 기호

- 변수, 함수, 함숫값, 좌표, 순서쌍, x축, y축, 좌표축, 원점, x좌표, y좌표, 좌표평면, 제1사분면, 제2사분면, 제3사분면, 제4사분면, 함수의 그래프
- $y=f(x)$, $f(x)$

지도 내용

1. 함수의 개념을 비롯하여 좌표평면에서 사용되는 여러 가지 용어의 의미를 바르게 알고 사용할 수 있도록 한다. x의 값에 따라 함수의 그래프의 특징이 어떻게 달라지는지 생각해 볼 수 있도록 한다. 또 생활 속에서 접하는 다양한 상황에 함수를 활용할 수 있도록 한다.

교과서 149 쪽



만화로 보는 수학 이야기

기계의 숫자를 2로 맞추면 두 배가 되지만 도둑은 기계의 숫자를 $\frac{1}{2}$에 놓았기 때문에 반으로 줄어들어 나온 것이다. 이번 단원에서는 x의 값이 정해지면 y의 값이 단 하나로 정해지는 관계인 함수에 대하여 지도하였다.

생각 키/우/기

함수 $y=ax(a\neq0)$에서 a의 값이 달랐기 때문이다. 박사는 함수 $y=2x$에서 $x=1$일 때 $y=2$이므로 닭다리가 2개가 되었고, 도둑은 함수 $y=\frac{1}{2}x$에서 $x=1$일 때 $y=\frac{1}{2}$이므로 돈과 보석이 반으로 줄었다.

대/단/원 평가 문제

1

목표| 함수인 것과 함수가 아닌 것을 구분할 수 있게 한다.

풀이| ㄱ. 예를 들어 5와 서로소인 수는 2, 3, 4, …와 같이 하나가 아니므로 x의 값에 대하여 y의 값이 단 하나로 정해지지 않는다. 따라서 y는 x의 함수가 아니다.

ㄴ. $y=250-x$이므로 함수이다.

ㄷ. 자연수 x가 정해지면 약수의 개수 y의 값도 단 하나로 정해지기 때문에 함수이다.

따라서 함수인 것은 ㄴ, ㄷ이다.

답 ⑤

2

목표| x의 값이 주어졌을 때 함숫값을 구할 수 있게 한다.

풀이| $f(x)=-6x$에서

$f(-2)=-6\times(-2)=12$

$f(-1)=-6\times(-1)=6$

$f(0)=-6\times0=0$

따라서 구하는 함숫값은 12, 6, 0이다.

답 ②

3

목표| 함수에서 미지수를 구할 수 있게 한다.

풀이| $f(1)=4$이므로 $a\times1-1=4$

$a-1=4$

따라서 $a=5$이다.

답 ⑤

4

목표| 주어진 함수의 함숫값을 구할 수 있게 한다.

풀이| 19를 4로 나눈 나머지는 3이므로 $f(19)=3$이다.

답 ④

교과서 150 쪽

대/단/원 평가 문제

선/택/형

1 y가 x의 함수인 것만을 〈보기〉에서 있는 대로 고른 것은?

보기
ㄱ. 자연수 x와 서로소인 수 y
ㄴ. 250쪽인 책을 x쪽 읽고 남은 쪽수 y쪽
ㄷ. 자연수 x의 약수의 개수 y개

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

2 함수 $f(x)=-6x$에서 x의 값이 -2, -1, 0일 때, 각 x의 값에 대응하는 함숫값은?

① 0, 2, 4 ② 12, 6, 0
③ -2, -1, 0 ④ -12, -6, 0
⑤ -6, -3, -1

3 함수 $f(x)=ax-1$에 대하여 $f(1)=4$일 때, a의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

4 함수 $f(x)=(x$를 4로 나누었을 때의 나머지$)$에 대하여 $f(19)$의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2
④ 3 ⑤ 4

5 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

① y축 위의 점은 x좌표가 0이다.
② 좌표평면 위의 원점의 좌표는 $(0,\ 0)$이다.
③ 점 $(1,\ -3)$의 y좌표는 -3이다.
④ 점 $(-2,\ -2)$는 제3사분면 위의 점이다.
⑤ 점 $\left(4,\ -\frac{1}{2}\right)$은 제2사분면 위의 점이다.

6 점 $\mathrm{P}(a,\ b)$가 제2사분면 위의 점일 때, 점 $\mathrm{Q}(a-b,\ b-a)$는 제 몇 사분면 위의 점인가?

① 제1사분면 ② 제2사분면
③ 제3사분면 ④ 제4사분면
⑤ 원점

7 다음 중에서 함수 $y=\frac{x}{2}$의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 원점을 지나는 직선이다.
② x의 값이 커질 때 y의 값도 커진다.
③ 제1사분면과 제3사분면을 지난다.
④ 점 $\left(1,\ \frac{1}{2}\right)$을 지난다.
⑤ 원점에 대하여 대칭인 한 쌍의 곡선이다.

5

목표| 좌표평면, 좌표, 사분면, x축, y축의 성질을 알게 한다.

풀이| ⑤ 점 $\left(4,\ -\frac{1}{2}\right)$은 제4사분면 위의 점이다.

답 ⑤

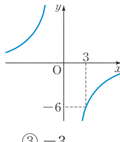
6

목표| 좌표평면의 각 사분면에 있는 점의 좌표의 부호를 알게 한다.

풀이| 점 $\mathrm{P}(a,\ b)$가 제2사분면 위의 점이므로 $a<0$, $b>0$이다. 따라서 $a-b<0$, $b-a>0$이므로 점 $\mathrm{Q}(a-b,\ b-a)$는 제2사분면 위의 점이다.

답 ②

8 오른쪽 그림과 같이 함수 $y=\frac{a}{x}$의 그래프가 점 $(3,\ -6)$을 지날 때, a의 값은?



① -18 ② -6 ③ -3
④ -2 ⑤ $-\frac{1}{2}$

9 다음 중에서 함수 $f(x)=-\frac{12}{x}$의 그래프 위에 있는 점을 모두 찾으면? (정답 2개)

① $(-3,\ 4)$ ② $(-6,\ 6)$
③ $(6,\ 2)$ ④ $\left(8,\ -\frac{3}{2}\right)$
⑤ $(12,\ 0)$

10 1 L의 휘발유로 9 km를 갈 수 있는 자동차가 있다. 집에서 72 km 떨어진 마트에 가려면 몇 L의 휘발유가 필요하겠는가?

① 4 L ② 8 L ③ 12 L
④ 16 L ⑤ 20 L

서/답/형

11 함수 $f(x)=\frac{24}{x}$에 대하여 $f(2)+f(-3)$의 값을 구하여라.

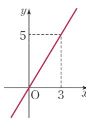
12 다음 함수의 그래프 중에서 제1사분면을 지나는 것의 개수를 구하여라.

㉠ $y=-3x$	㉡ $y=\frac{1}{7}x$	㉢ $y=\frac{2}{x}$
㉣ $y=-\frac{1}{2}x$	㉤ $y=-\frac{1}{x}$	㉥ $y=12x$

13 $|a|=2$이고, 점 $(a,\ -4)$가 제3사분면 위의 점일 때, a의 값을 구하여라.

| 서술형 |

14 함수 $y=f(x)$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, $f(-6)$의 값을 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라.



| 서술형 |

15 서울에서 평양까지의 직선거리는 220 km이다. 자동차로 서울에서 평양까지 직선으로 간다고 할 때, 다음 물음에 대한 풀이 과정과 답을 서술하여라.

(1) 시속 x km로 가면 y시간이 걸린다고 할 때, x와 y 사이의 관계식을 구하여라.

(2) 시속 80 km로 가면 서울에서 평양까지 몇 시간이 걸리겠는가?

7

목표| $y=ax(a\neq0)$의 그래프의 성질을 알게 한다.

풀이| ⑤ 원점을 지나는 직선이다.

답 ⑤

8

목표| 주어진 그래프를 보고 함수의 식을 구할 수 있게 한다.

풀이| 함수 $y=\frac{a}{x}$의 그래프가 점 $(3,\ -6)$을 지나므로 $x=3$, $y=-6$을 대입하면

$-6=\frac{a}{3}$

따라서 $a=-18$이다.

답 ①

9

목표| 주어진 함수의 그래프 위에 있는 점을 찾을 수 있게 한다.

풀이| $f(x)=-\frac{12}{x}$에서

$f(-3)=-\frac{12}{-3}=4$, $f(-6)=-\frac{12}{-6}=2$

$f(6)=-\frac{12}{6}=-2$, $f(8)=-\frac{12}{8}=-\frac{3}{2}$

$f(12)=-\frac{12}{12}=-1$

따라서 함수 $f(x)=-\frac{12}{x}$는 점 $(-3,\ 4)$와 점 $\left(8,\ -\frac{3}{2}\right)$을 지난다.

답 ①, ④

10

목표| 함수를 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| x L의 휘발유로 갈 수 있는 거리를 y km라고 하자.

1 L의 휘발유로 9 km를 갈 수 있으므로 x와 y 사이의 관계식은 $y=9x$이다.

72 km를 가려고 하므로

$72=9x$, $x=8$

따라서 8 L의 휘발유가 필요하다.

답 ②

11

목표| 주어진 함수의 함숫값을 구할 수 있게 한다.

풀이| $f(x)=\frac{24}{x}$에서

$f(2)=\frac{24}{2}=12$, $f(-3)=\frac{24}{-3}=-8$

따라서

$f(2)+f(-3)=12+(-8)=4$

이다.

답 4

12

목표 | 함수 $y=ax(a\neq0)$와 $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$의 그래프의 성질을 알게 한다.

풀이 | $y=ax$, $y=\frac{a}{x}$에서 $a>0$이면 그래프는 제1사분면을 지난다.
따라서 ㉡, ㉢, ㉥이 제1사분면을 지난다.

답 3개

참고 | ㉡, ㉢, ㉥은 제3사분면도 지난다.
㉠, ㉣, ㉤은 제2사분면과 제4사분면을 지난다.

13

목표 | 좌표평면의 각 사분면에 있는 점의 좌표의 부호와 절댓값의 성질을 알게 한다.

풀이 | 점 $(a,\ -4)$가 제3사분면 위의 점이므로 $a<0$이다. 또 $|a|=2$이므로 $a=-2$이다.

답 -2

14

목표 | 함수의 그래프를 보고 함수의 식과 함숫값을 구할 수 있게 한다.

풀이 | 원점을 지나는 함수 $y=ax$의 그래프가 점 $(3,\ 5)$를 지나므로 …㉠

$5=3a$, $a=\frac{5}{3}$

따라서 $f(x)=\frac{5}{3}x$이므로 …㉡

$f(-6)=\frac{5}{3}\times(-6)=-10$ …㉢

답 -10

채점 기준

영역 \ 요소	채점 요소		배점
해결 과정	그래프가 점 $(3,\ 5)$를 지남을 알기	㉠	30%
	함수의 식 구하기	㉡	40%
답 구하기	$f(-6)$의 값 구하기	㉢	30%

15

목표 | 함수를 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이 | (1) 시속 x km로 220 km를 가면 y시간이 걸리므로

$y=\frac{220}{x}$ …㉠

(2) $y=\frac{220}{x}$에 $x=80$을 대입하면

$y=\frac{220}{80}=2.75$

따라서 2.75시간, 즉 2시간 45분이 걸린다. …㉡

답 (1) $y=\frac{220}{x}$ (2) 2시간 45분

채점 기준

영역 \ 요소	채점 요소		배점
해결 과정 및 답 구하기	(1) x와 y 사이의 관계식 구하기	㉠	50%
	(2) 서울에서 평양까지 걸리는 시간 구하기	㉡	50%

교과서 152 쪽

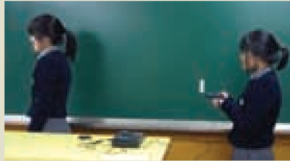
계산기의 활용

함수의 그래프를 만들어 보자.



어떤 지점으로부터 물체가 움직일 때, 걸린 시간과 움직인 거리에는 함수 관계가 있다. 위치를 추적하는 장치와 그래픽 계산기를 이용하면 움직이는 물체의 위치와 시간 사이의 관계를 그래프로 나타낼 수 있다.

1 위치를 추적하는 장치 설치하기



1. 위치를 추적하는 장치를 그래픽 계산기에 연결한다.
2. 'RANGER' 프로그램을 작동시킨다.
   ① PRGM 키를 누르고, 'RANGER'를 선택한다.
   ② ENTER 키를 계속하여 두 번 누른다.
3. 'MAIN MENU'에서 '2:SET DEFAULTS'를 선택하고, ENTER 키를 눌러 시작한다.

2 그래프 만들기

한 사람은 위치를 추적하는 장치로 위치를 추적하고, 다른 한 사람은 걸어서 움직이면서 그래프를 만든다. 주어진 그래프가 그려지기 위해서는 물체를 어떻게 움직여야 할지 전략을 써 보아라.

그래프	전략
	위치를 추적하는 장치를 들고 있는 사람을 등지고, 같은 속도로 천천히 앞으로 걸어간다.
	❶
	❷

2 _예시

❶ 위치를 추적하는 장치를 들고 있는 사람을 마주 보고, 같은 속도로 천천히 앞으로 걸어간다.

❷ 위치를 추적하는 장치를 들고 있는 사람을 등지고 같은 속도로 천천히 앞으로 걸다가, 돌아서서 마주 보고 같은 속도로 천천히 앞으로 걸어간다.

교과서 153 쪽

수학산책



파리가 알려 준 수학

수학의 한 분야인 해석기하학은 좌표를 사용하여 도형의 문제를 수 사이의 문제로 바꾸어 나타내고, 대수적 계산에 의하여 기하학의 문제를 해결하는 학문이다.

해석기하학은 프랑스의 수학자 데카르트(Descartes, R. : 1596~1650)에 의하여 시작되었는데, 데카르트가 해석기하학을 만들게 된 동기를 설명하는 다음과 같은 재미있는 일화가 있다.

어느 날 데카르트가 침대에 누워 있을 때, 천장 구석에서 날아다니는 파리 한 마리를 보았다. 무심코 천장에 앉은 그 파리를 보다가 천장에 있는 파리의 위치를 서로 교차하는 두 개의 벽으로부터 파리까지 이르는 거리를 이용해서 나타낼 수 있다는 생각이 들었다.

그는 이 생각으로 좌표를 만들었고, 이를 이용하여 해석기하학이라는 분야를 새로 개척하였다.

데카르트는 1637년에 그의 해석기하학에 대한 착상의 일부를 "방법서설"이라는 책에 자세히 소개하였으며, 이것은 오늘날 수학 발전에도 중요한 밑거름이 되었다.



선/택/형

1 다음 중 y가 x의 함수가 아닌 것은? [6점]

① 자연수 x의 3배의 값 y
② 한 개에 20 g인 추 x개의 무게 y g
③ 한 권에 x원인 책의 쪽수 y쪽
④ 자연수 x에 5를 더한 값 y
⑤ 가로의 길이가 4이고 세로의 길이가 x인 직사각형의 넓이 y

2 함수 $f(x)=-x+2$에 대하여 $f(-2)$의 값은? [6점]

① 0 ② 1 ③ 2
④ 3 ⑤ 4

3 함수 $f(x)=-3x$에 대하여 $f(a)=-12$일 때, a의 값은? [6점]

① -8 ② -4 ③ 4
④ 8 ⑤ 12

4 다음 중 옳지 않은 것은? [6점]

① 점 $(-3,\ 0)$은 x축 위의 점이다.
② 점 $(0,\ 4)$는 y축 위의 점이다.
③ 원점의 좌표는 $(0,\ 0)$이다.
④ 점 $(-2,\ -1)$과 점 $(-1,\ -2)$는 같은 점이다.
⑤ x좌표가 4, y좌표가 2인 점 P의 좌표는 $P(4,\ 2)$이다.

5 좌표평면에서 점 $(2,\ 3a+3)$이 x축 위의 점일 때, a의 값은? [6점]

① -1 ② 0 ③ 1
④ 2 ⑤ 3

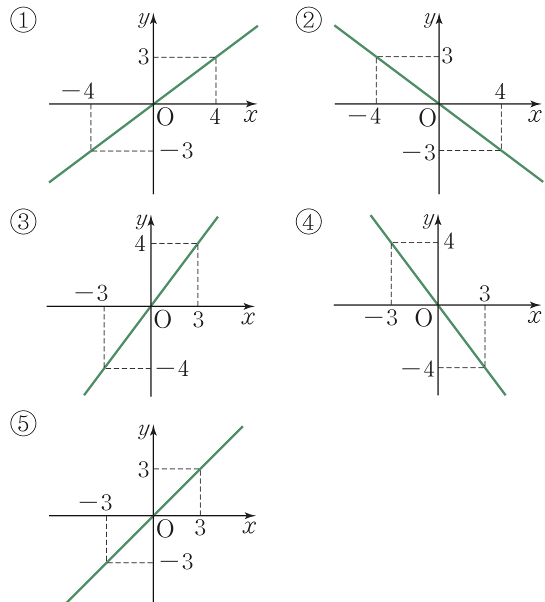
6 좌표평면 위의 네 점 $A(-1,\ 4)$, $B(-1,\ -3)$, $C(3,\ -3)$, $D(3,\ 4)$를 꼭짓점으로 하는 사각형 ABCD의 넓이는? [6점]

① 22 ② 24 ③ 26
④ 28 ⑤ 30

7 $b-a>0$, $ab<0$일 때, 점 $(a-b,\ -b)$는 몇 사분면 위의 점인가? [6점]

① 제1사분면 ② 제2사분면
③ 제3사분면 ④ 제4사분면
⑤ 어느 사분면에도 속하지 않는다.

8 다음 중에서 함수 $y=\frac{3}{4}x$의 그래프는? [7점]



9 함수 $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$의 그래프에 대한 설명인 것만을 〈보기〉에서 있는 대로 고른 것은? [7점]

보기

ㄱ. 원점과 점 $(a,\ 1)$을 지난다.

ㄴ. y는 x에 정비례한다.

ㄷ. 원점에 대하여 대칭인 한 쌍의 곡선이다.

ㄹ. a의 절댓값이 커질수록 원점에서 멀어진다.

ㅁ. $a<0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

① ㄱ, ㄴ ② ㄴ, ㄷ ③ ㄷ, ㄹ

④ ㄷ, ㅁ ⑤ ㄹ, ㅁ

서/답/형

10 좌표평면 위의 두 점 $A(2,\ 1)$, $B(p,\ q)$가 원점을 지나는 한 직선 위에 있을 때, $2q-p$의 값을 구하여라. [7점]

11 다음 중에서 함수 $y=-\frac{x}{3}$의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 찾아라. [7점]

ㄱ. y는 x에 반비례한다.

ㄴ. 제1사분면과 제3사분면을 지난다.

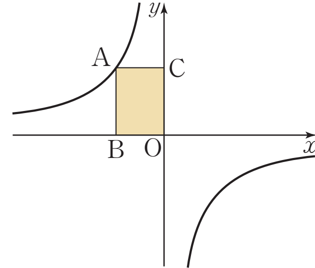
ㄷ. 그래프는 오른쪽 아래로 향하는 직선이다.

ㄹ. $y=-3x$의 그래프보다 y축에 가깝다.

ㅁ. x의 값이 증가할 때, y의 값은 감소한다.

12 함수 $y=\frac{10}{x}$의 그래프 위에 있는 점 중에서 x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점의 개수를 구하여라. [7점]

13 다음 그림은 함수 $y=\frac{a}{x}$의 그래프이다. 점 B의 좌표가 $(-3,\ 0)$이고 직사각형 ABOC의 넓이가 15일 때, 상수 a의 값을 구하여라. [7점]



| 서술형 |

14 1 L의 휘발유로 12 km를 달리는 자동차가 있다. 집에서 180 km 떨어진 할아버지 댁까지 왕복하는 데 필요한 휘발유의 양을 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라. [8점]

| 서술형 |

15 시속 80 km로 달리면 3시간이 걸리는 거리를 시속 60 km로 달리면 몇 시간이 걸리는지 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라. [8점]

60점 미만이면 **하 · 수준** 문제를, 60점 이상 80점 미만이면 **중 · 수준** 문제를, 80점 이상이면 **상 · 수준** 문제를 풀어 보세요.

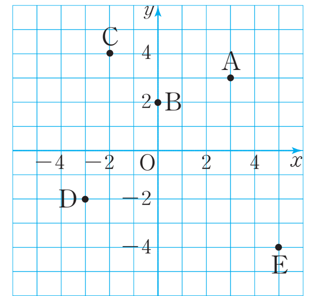
하·수준

1 다음에서 x와 y 사이의 관계식을 구하고, y가 x의 함수인지 말하여라.

한 끼에 3000원인 급식을 x끼 먹으면 급식비는 y원이다.

2 함수 $f(x)=-2x$에 대하여 $f(2)+f(-1)$의 값을 구하여라.

3 오른쪽 좌표평면 위에 있는 점 A, B, C, D, E의 좌표를 각각 구하여라.



4 다음 함수의 그래프 중에서 제1사분면과 제3사분면을 지나는 것을 모두 찾아라.

㉠ $y=-2x$	㉡ $y=\frac{1}{3}x$	㉢ $y=-\frac{10}{x}$
㉣ $y=\frac{3}{x}$	㉤ $xy=-8$	

5 1분에 15장씩 인쇄되어 나오는 프린터가 있다. 이 프린터로 x분 동안 인쇄하였을 때 나오는 용지의 수를 y장이라고 할 때, x와 y 사이의 관계식을 구하여라.

중·수준

1 다음 중에서 y가 x의 함수인 것을 모두 찾아라.

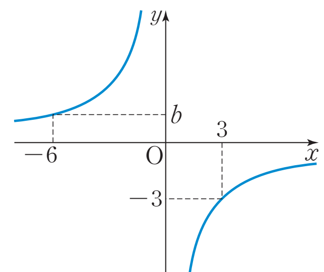
> ㄱ. 1달러가 1100원일 때, x달러의 가치 y원
> ㄴ. x km를 가는 데 드는 교통비 y원
> ㄷ. 분속 x m로 100 m의 거리를 달렸을 때, 걸린 시간 y분

2 함수 $f(x)=2x+a$에 대하여 $f(2)=-1$일 때, $f(5)$의 값을 구하여라. (단, a는 상수이다.)

3 다음 중에서 함수 $y=3x$와 $y=\frac{3}{x}$의 그래프의 공통점으로 옳은 것을 모두 찾아라.

> ㄱ. 원점을 지난다.
> ㄴ. 점 (1, 3)을 지난다.
> ㄷ. 제3사분면을 지난다.
> ㄹ. 한 쌍의 매끄러운 곡선이다.
> ㅁ. x값의 범위는 수 전체이다.

4 함수 $y=\frac{a}{x}$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, $a+b$의 값을 구하여라. (단, a는 상수이다.)



5 매분 3 L씩 물을 넣으면 80분 후에 가득 차는 수조가 있다. 매분 4 L씩 물을 넣으면 수조를 가득 채우는 데 몇 분이 걸리는지 구하여라.

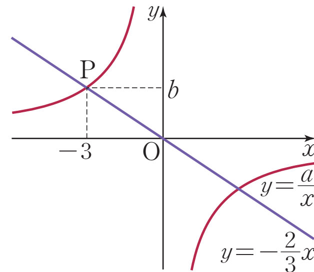
상·수준

1 함수 $f(x)=-\frac{x}{2}+5$에 대하여 $f(2a)+f(4a)=4$일 때, $f(a)$의 값을 구하여라.

2 좌표평면 위의 다음 네 점을 꼭짓점으로 하는 사각형 ABCD의 넓이를 구하여라.

A(0, 3), B(−2, 2), C(0, −2), D(4, 0)

3 다음 그림과 같이 두 함수 $y=-\frac{2}{3}x$와 $y=\frac{a}{x}$의 그래프가 점 $P(-3,\ b)$에서 만날 때, $a+b$의 값을 구하여라. (단, a는 상수이다.)



4 길이가 18 cm인 양초에 불을 붙이면 5분에 2 cm씩 타들어 간다. x분 동안 타들어 간 양초의 길이를 y cm라고 할 때, 다음을 구하여라.

(1) x와 y 사이의 관계식

(2) x값의 범위와 함숫값의 범위

(3) 30분 동안 타들어 간 양초의 길이

1 목표| 함수인지 아닌지를 판단할 수 있게 한다.

풀이| ① $y=3x$ ② $y=20x$ ④ $y=x+5$ ⑤ $y=4x$

답 ③

2 목표| 함숫값을 구할 수 있게 한다.

풀이| $f(-2)=-(-2)+2=4$

답 ⑤

3 목표| 함숫값이 주어졌을 때, 미지수의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| $f(a)=-3\times a=-12$, $a=4$

답 ③

4 목표| 좌표평면 위의 점의 성질을 알게 한다.

풀이| ④ 점 $(-2,\ -1)$과 점 $(-1,\ -2)$는 서로 다른 점이다.

답 ④

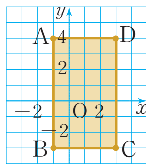
5 목표| 좌표축 위의 점의 좌표를 구할 수 있게 한다.

풀이| x축 위의 점이므로 $3a+3=0$, $a=-1$

답 ①

6 목표| 점을 좌표평면 위에 나타내고, 이들을 꼭짓점으로 하는 도형의 넓이를 구할 수 있게 한다.

풀이| 사각형 ABCD의 넓이는
(가로의 길이)$\times$(세로의 길이)
$=4\times7=28$



답 ④

7 목표| 사분면 위에 있는 점의 좌표의 부호를 알게 한다.

풀이| $ab<0$에서 a, b의 부호는 서로 다르고
$b-a>0$에서 $b>a$이므로 $b>0$, $a<0$
따라서 $a-b<0$, $-b<0$이므로 점 $(a-b,\ -b)$는 제3사분면 위의 점이다.

답 ③

8 목표| 함수 $y=ax(a\neq0)$의 그래프를 그릴 수 있게 한다.

풀이| 주어진 그래프는 원점과 점 $(4,\ 3)$을 지나는 직선이다.

답 ①

9 목표| 함수 $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$의 그래프의 성질을 알게 한다.

풀이| ㄱ. $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$의 그래프는 원점을 지나지 않는다.
ㄴ. y는 x에 반비례한다.
ㅁ. $a<0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

답 ③

10 목표| 함수 $y=ax(a\neq0)$의 그래프의 성질을 알게 한다.

풀이| 원점을 지나는 직선 $y=ax$가 점 $\mathrm{A}(2,\ 1)$을 지나므로 $1=2a$, $a=\frac{1}{2}$

또 $y=\frac{1}{2}x$가 점 $\mathrm{B}(p,\ q)$를 지나므로

$q=\frac{1}{2}p$, $2q=p$, $2q-p=0$

답 0

11 목표| 함수 $y=ax(a\neq0)$의 그래프의 성질을 알게 한다.

풀이| ㄱ. y는 x에 정비례한다.
ㄴ. 제2사분면과 제4사분면을 지난다.
ㄹ. $\left|-\frac{1}{3}\right|<|-3|$이므로 $y=-3x$의 그래프가 $y=-\frac{x}{3}$의 그래프보다 y축에 가깝다.

답 ㄷ, ㅁ

12 목표| 함수 $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$의 그래프 위의 점을 구할 수 있게 한다.

풀이| $(-10,\ -1)$, $(-5,\ -2)$, $(-2,\ -5)$, $(-1,\ -10)$, $(1,\ 10)$, $(2,\ 5)$, $(5,\ 2)$, $(10,\ 1)$이므로 모두 8개이다.

답 8개

13 목표| 함수 $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$의 그래프에서 미지수를 구할 수 있게 한다.

풀이| 점 A의 좌표를 $(-3,\ b)$라고 하면 선분 BO의 길이는 3이고 직사각형 ABOC의 넓이가 15이므로 $3\times b=15$, $b=5$
따라서 점 A의 좌표가 $(-3,\ 5)$이므로

$5=\frac{a}{-3}$, $a=-15$

답 -15

14 목표| 함수를 여러 가지 문제에 활용할 수 있게 한다.

풀이| 1 L의 휘발유로 12 km를 달리므로 x L의 휘발유로는 $12x$ km를 달린다. 이때 이동 거리를 y km라고 하면 $y=12x$로 나타낼 수 있다. …㉠
집에서 180 km 떨어진 할아버지 댁까지 가는 데 필요한 휘발유의 양은 $180=12x$에서 $x=15$ …㉡
따라서 왕복하는 데 필요한 휘발유의 양은
$15\times2=30$(L)이다. …㉢

답 30 L

채점 기준

영역 \ 요소	채점 요소	배점
해결 과정	x와 y 사이의 관계식 구하기 ㉠	3점
	한 번 가는 데 필요한 휘발유의 양 구하기 ㉡	3점
답 구하기	왕복하는 데 필요한 휘발유의 양 구하기 ㉢	2점

15 목표| 함수를 여러 가지 문제에 활용할 수 있게 한다.

풀이| 시속 80 km로 3시간 동안 달린 거리는
(거리)=(속력)×(시간)이므로 $80\times3=240$(km)
…㉠
이때 시속 x km로 달릴 때 y시간이 걸린다고 하면
(시간)$=\frac{(거리)}{(속력)}$이므로 $y=\frac{240}{x}$ …㉡
$y=\frac{240}{x}$에 $x=60$을 대입하면 $y=\frac{240}{60}=4$
따라서 시속 60 km로 달리면 4시간이 걸린다.
…㉢

답 4시간

채점 기준

영역 \ 요소	채점 요소	배점
해결 과정	전체 거리 구하기 ㉠	2점
	x와 y 사이의 관계식 구하기 ㉡	3점
답 구하기	시속 60 km일 때, 걸리는 시간 구하기 ㉢	3점

하·수준

1 목표| x와 y 사이의 관계식을 구하고, 함수인지 아닌지를 판단할 수 있게 한다.

풀이| x와 y 사이의 관계식은 $y=3000x$이고, x의 값이 1, 2, 3, …으로 정해지면 y의 값은 차례로 3000, 6000, 9000, …과 같이 단 하나로 정해지므로 y는 x의 함수이다.

답 $y=3000x$, 함수이다.

2 목표| 함숫값을 구할 수 있게 한다.

풀이| $f(2)+f(-1)=(-2)\times2+(-2)\times(-1)$
$=-4+2=-2$

답 -2

3 목표| 좌표평면 위의 점의 좌표를 구할 수 있게 한다.

풀이| A(3, 3), B(0, 2), C(−2, 4), D(−3, −2), E(5, −4)

답 풀이 참조

4 목표| 함수 $y=ax(a\neq0)$, $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$의 그래프의 성질을 알게 한다.

풀이| ㉡ $y=\frac{1}{3}x$에서 $\frac{1}{3}>0$이므로 제1, 3사분면을 지난다.
㉣ $y=\frac{3}{x}$에서 $3>0$이므로 제1, 3사분면을 지난다.

답 ㉡, ㉣

5 목표| 함수를 여러 가지 문제에 활용할 수 있게 한다.

풀이| 1분에 15장씩 인쇄되어 나오는 프린터로 x분 동안 인쇄하였을 때 나오는 용지의 수는 $(15\times x)$장이므로 관계식은 $y=15x$이다.

답 $y=15x$

중·수준

1 목표| 함수인지 아닌지를 판단할 수 있게 한다.

풀이| ㄱ. $y=1100x$이므로 함수이다.
ㄴ. 교통수단에 따라 교통비가 달라지므로 함수가 아니다.
ㄷ. $y=\frac{100}{x}$이므로 함수이다.

답 ㄱ, ㄷ

2 목표| 함수에서 미지수를 구하고, 함숫값을 구할 수 있게 한다.

풀이| $f(2)=2\times2+a=-1$, $a=-5$
$f(x)=2x-5$이므로 $f(5)=2\times5-5=5$

답 5

3 목표| 함수 $y=ax(a\neq0)$, $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$의 그래프의 성질을 알게 한다.

풀이| $y=3x$의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㅁ이다.

$y=\frac{3}{x}$의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은 ㄴ, ㄷ, ㄹ이다.

따라서 함수 $y=3x$와 $y=\frac{3}{x}$의 그래프의 공통점은 ㄴ, ㄷ이다.

답 ㄴ, ㄷ

4 목표| 함수 $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$의 그래프를 보고, 미지수를 구할 수 있게 한다.

풀이| $y=\frac{a}{x}$의 그래프가 점 $(3,\ -3)$을 지나므로

$-3=\frac{a}{3}$, $a=-9$

따라서 함수 $y=-\frac{9}{x}$의 그래프가 점 $(-6,\ b)$를 지나므로 $b=-\frac{9}{-6}=\frac{3}{2}$

$a+b=-9+\frac{3}{2}=-\frac{15}{2}$

답 $-\frac{15}{2}$

5 목표| 함수를 여러 가지 문제에 활용할 수 있게 한다.

풀이| 수조의 용량은 $3\times80=240$(L)이고, 물을 매분 x L씩 y분 동안 넣어 수조를 가득 채운다면

$xy=240$, $y=\frac{240}{x}$

$y=\frac{240}{x}$에 $x=4$를 대입하면 $y=\frac{240}{4}=60$

따라서 매분 4 L씩 물을 넣으면 60분 후에 수조가 가득 찬다.

답 60분

상·수준

1 목표| 함숫값을 구할 수 있게 한다.

풀이| $f(2a)+f(4a)$

$=\left(-\frac{2a}{2}+5\right)+\left(-\frac{4a}{2}+5\right)=4$

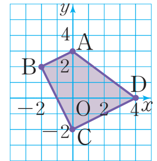
$(-a+5)+(-2a+5)=4$, $a=2$

따라서 $f(a)=f(2)=4$이다.

답 4

2 목표| 점을 좌표평면 위에 나타내고, 이들을 꼭짓점으로 하는 도형의 넓이를 구할 수 있게 한다.

풀이| 사각형 ABCD의 넓이는 삼각형 ABC와 삼각형 ADC의 넓이의 합이므로



$\frac{1}{2}\times5\times2+\frac{1}{2}\times5\times4$

$=5+10=15$

답 15

3 목표| 함수 $y=ax(a\neq0)$와 $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$의 그래프에서 미지수를 구할 수 있게 한다.

풀이| $y=-\frac{2}{3}x$의 그래프가 점 $\mathrm{P}(-3,\ b)$를 지나므로 $b=-\frac{2}{3}\times(-3)=2$

$y=\frac{a}{x}$의 그래프가 점 $\mathrm{P}(-3,\ 2)$를 지나므로

$2=\frac{a}{-3}$, $a=-6$

따라서 $a+b=(-6)+2=-4$이다.

답 -4

4 목표| 함수를 여러 가지 문제에 활용할 수 있게 한다.

풀이| (1) 1분에 $\frac{2}{5}$ cm씩 타들어 가므로 x와 y 사이의 관계식은 $y=\frac{2}{5}x$이다.

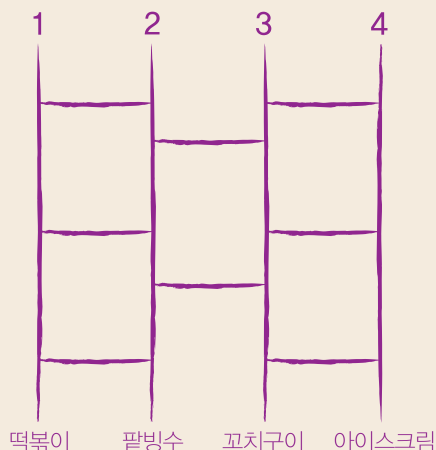
(2) $0\leq y\leq18$이므로 $y=0$일 때 $x=0$이고, $y=18$일 때 $x=45$이므로 x값의 범위는 $0\leq x\leq45$이다.

(3) $x=30$일 때, $y=\frac{2}{5}\times30=12$이므로 30분 동안 타들어 간 양초의 길이는 12 cm이다.

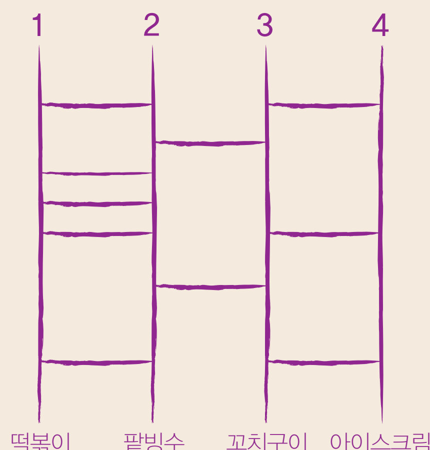
답 (1) $y=\frac{2}{5}x$ (2) $0\leq x\leq45$, $0\leq y\leq18$ (3) 12 cm

사다리 타기 게임

정민이를 포함하여 4명의 친구들은 사다리 타기 게임으로 간식 메뉴를 정하기로 하고, 정민이가 〈그림 1〉과 같은 사다리를 만들었다. 그런데 한 친구의 제안으로 여기에 2개의 가로선을 추가하였더니 〈그림 2〉와 같아졌다.



〈그림 1〉



〈그림 2〉

수행 과제●

1. 〈그림 1〉의 사다리에서 1, 2, 3, 4번을 선택하였을 때, 각각 어떤 것을 간식으로 먹어야 하는가?
2. 〈그림 2〉의 사다리에서 1, 2, 3, 4번을 선택하였을 때, 각각 어떤 것을 간식으로 먹어야 하는가?
3. 위의 두 경우의 결과를 비교하여 보고, 그와 같은 결과가 생긴 이유에 대하여 말하여 보자. 또 두 사다리 타기 게임을 모두 함수라고 할 수 있는 이유를 말하여 보자.
4. 새로운 사다리를 만들어 사다리 타기 게임을 하여 보자.

수행 과제●

1. 꼬치구이, 아이스크림, 떡볶이, 팥빙수
2. 꼬치구이, 아이스크림, 떡볶이, 팥빙수
3. 〈그림 2〉에 추가된 가로선 2개에서 사다리 타기를 진행할 때, 세로선 1에서 진행하여 들어오면 다시 세로선 1로 나가고, 세로선 2에서 진행하여 들어오면 다시 세로선 2로 나간다. 따라서 〈그림 2〉의 사다리에서 세로선을 따라 밑으로 내려오는 데 추가된 가로선 2개의 영향을 받지 않는다. 즉, 〈그림 1〉과 〈그림 2〉의 결과는 같다. 또한 번호 하나에 간식이 꼭 하나씩 선택되므로 두 사다리 타기 게임은 모두 함수라고 할 수 있다.

각주구검(刻舟求劍)과 좌표평면

각주구검을 한자로 풀면 '새길 각(刻)', '배 주(舟)', '구할 구(求)', '칼 검(劍)'으로 '배에다 새겨 놓고 검을 찾는다.'는 뜻이다. 왜 배에 새겨 놓고 검을 찾았는지 알아보자.

전국 시대 초나라의 한 젊은이가 귀한 검 한 자루를 지닌 채 배를 타고 양자강(揚子江)을 건너고 있었다. 그런데 배가 강 한복판에 이르렀을 때 그만 실수로 손에 들고 있던 검을 강물에 떨어뜨리고 말았다.

"이런! 이를 어쩐다."

젊은이는 얼른 허리춤에 차고 있던 단검을 꺼내더니 검을 떨어뜨린 그 뱃전에다 표시를 하면서 중얼거렸다.

"검이 떨어진 곳이 여기니까 배가 닿으면 찾아봐야지!"

이윽고 배가 나루터에 닿자 그는 곧 옷을 벗어 던지고 표시를 한 뱃전 밑 강물 속으로 뛰어들었다. 젊은이는 배 밑을 샅샅이 뒤졌지만 검이 그 밑에 있을 리가 없었다.

검을 강물에 떨어뜨리자 뱃전에 표시를 했다가 나중에 그 칼을 찾으려 한다는 사자성어인 각주구검은 어리석거나 완고한 사람을 풍자하는 말이다.

각주구검에서 검을 떨어뜨린 젊은이는 어리석게도 강에 떠 있는 배에 위치를 표시했지만, 수학적으로 생각해 보면 좌표평면 위에 한 점의 위치를 표시한 위치 표시의 선구자였다.

어떤 위치에 표시를 했다는 단순한 일이 수학에서는 어떤 의미가 있을까? 수학적으로 위치를 표시했다는 것은 좌표평면을 사용했다는 것이고, 이는 해석기하학을 이용했다는 뜻이다. 17세기 초 수학에 있어서 가장 큰 업적은 해석기하학의 발전이라고 할 수 있다. 해석기하학이란 기하학적인 고찰을 그에 대응하는 대수적인 고찰로 바꾸어 놓은 것이다. 해석기하학이 이런 능력을 가지게 된 것은 대수적 처리 과정과 기호가 발전하고 난 이후이며, 이 분야에 프랑스의 수학자 데카르트와 페르마가 활력을 불어넣은 후에야 비로소 우리에게 익숙한 형태의 해석기하학이 탄생되었다.

데카르트는 공간에 좌표를 설정하여 기하학에서 다루는 도형을 수 사이의 관계인 함수로 나타낼 수 있다고 생각했다. 그 반대로 함수도 기하학적인 도형으로 표현할 수 있다고 생각했다. 함수와 도형을 연결시킨 그의 착상은 도형의 연구에 중요한 수단이 되었으며, 함수를 도형으로 나타내어 직관적으로 고찰할 수 있게 되었다. 그래서 함수의 그래프를 처음으로 좌표평면에 나타낸 그를 해석기하학의 창시자라고 한다.

데카르트가 좌표평면을 도입한 이후에 해석기하학은 함수를 본격적으로 다루는 학문으로 발전되었으며, 운동하거나 변화하는 구체적인 현상을 표현하려는 시도로 곡선의 방정식을 좌표평면상의 함수로 간주했다. 이후 라이프니츠, 오일러, 코시, 디리클레 등과 같은 수학자들은 곡선과 함수의 개념을 더욱 발전시켰다.

각주구검(刻舟求劍) 刻(새길 각), 舟(배 주), 求(구할 구), 劍(칼 검)

Ⅳ 통계

이 단원의 학습목표

1. 줄기와 잎 그림, 도수분포표, 히스토그램, 도수분포다각형을 이해하고 해석할 수 있다.
2. 도수분포표로 주어진 자료의 평균을 구할 수 있다.
3. 상대도수를 구하여 이를 그래프로 나타내고, 상대도수의 분포를 이해한다.

1. 도수분포와 상대도수



아프리카 사하라 사막을 누비던 코뿔소가 무분별한 밀렵으로 심각한 멸종 위기에 놓여 있다. 에티오피아와 남아프리카에 서식하는 검은코뿔소의 경우 뿔을 얻으려는 밀렵꾼과 서식지의 파괴로 인하여 1900년경에 10만 마리였던 것이 현재는 3천 마리밖에 남아 있지 않다고 한다.

국제 자연 보호 연맹(IUCN)에서는 멸종에 직면한 동물들의 종을 위험 정도에 따라 분류한 '레드 리스트'를 작성하였는데, 이 분류에 따르면 현재 검은코뿔소는 거의 멸종 바로 직전 단계인 '멸종 위기종'으로 분류되어 있다.

이와 같이 여러 동물에 관한 자료를 정리하여 표나 그래프 등으로 나타내면 동물들의 분포 상태를 종합적으로 알아볼 수 있다.

단원을 시작하기 전에

올림픽에서 우리나라가 획득한 메달의 수, 프로 야구 경기에서 선수들의 타율, 중간고사의 각 과목에서 얻은 점수, 중학생들의 등교 시간 등과 같은 자료들은 그 성격에 맞게 정리하면 알아보기에 편리하다. 이 단원에서는 주어진 자료를 정리하고, 그것을 그래프로 나타내는 방법과 정리된 자료나 그래프를 보고 그 자료의 특성을 파악하는 방법을 지도한다.

단원의 지도 목표

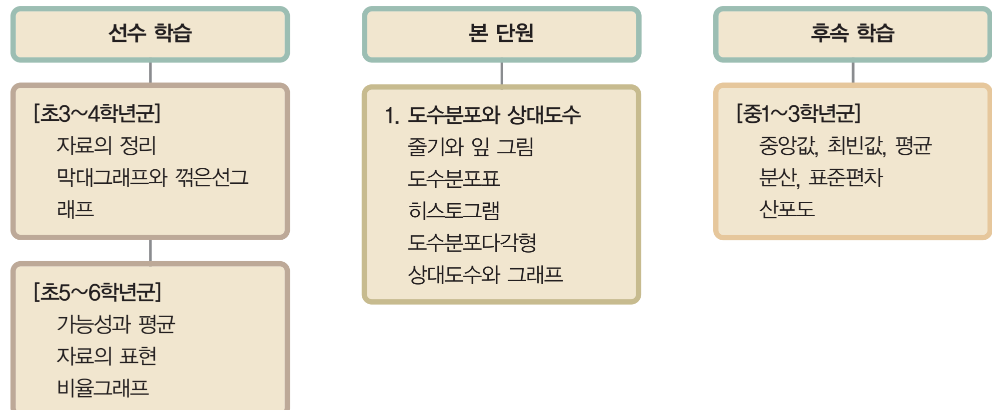
1. 도수분포와 상대도수

① 줄기와 잎 그림, 도수분포표, 히스토그램, 도수분포다각형을 이해하고 해석할 수 있게 한다.
② 도수분포표로 주어진 자료의 평균을 구할 수 있게 한다.
③ 상대도수를 구하여 이를 그래프로 나타내고, 상대도수의 분포를 이해하게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

① 다양한 상황에서 자료를 수집하게 하고, 수집한 자료가 적절한지 판단하는 활동을 하게 한다.
② 다양한 상황의 자료를 표나 그래프로 나타내고, 그 분포의 특성을 설명할 수 있게 한다.
③ 눈금 등을 잘못 사용하여 자료를 부정확하게 나타낸 표나 그래프에서 오류를 찾는 활동을 하게 한다.
④ 상대도수는 도수의 총합이 다른 두 집단의 분포를 비교하는 상황에서 다룬다.

교수 · 학습의 계열



단원의 차시별 지도 계획

중단원	소단원	차시	교과서(쪽)	지도 내용	용어와 기호
단원의 개관			154~155	• 단원의 개관	
1. 도수분포와 상대도수	준비 학습		156	• 꺾은선그래프 • 평균 • 비율과 백분율 • 띠그래프	
	1-1 줄기와 잎 그림	1~3	157~160	• 줄기와 잎 그림의 뜻 • 주어진 자료를 줄기와 잎 그림으로 나타내기 • 줄기와 잎 그림으로 나타낸 자료를 해석하기	줄기와 잎 그림
	1-2 도수분포표	4~7	161~167	• 도수분포표의 뜻 • 주어진 자료를 도수분포표로 나타내기 • 도수분포표에서 평균 구하기 • 계산기의 활용	변량, 계급, 계급의 크기, 도수, 도수분포표, 계급값
	1-3 히스토그램과 도수분포다각형	8~10	168~172	• 히스토그램 그리기 • 도수분포다각형 그리기	히스토그램, 도수분포다각형
	1-4 상대도수와 그래프	11~13	173~176	• 상대도수의 분포 이해하기 • 상대도수의 분포표 만들기 • 상대도수의 분포를 그래프로 나타내기	상대도수
	수준별 학습	14	177~179	• 중단원 확인 학습 문제	
단원 마무리		15~16	180~189	• 수행 과제 • 학습에 대한 자기 평가 • 대단원 핵심 한눈에 보기 • 만화로 보는 수학 이야기 • 대단원 평가 문제 • 컴퓨터의 활용 • 수학 산책	

학습 지도 계획 수립 시 차시별 지도 계획을 바탕으로 학교의 실정이나 학생들의 학습 속도에 따라 적절히 조정할 수 있다.

단원의 이론적 배경

1. 통계학의 발달

확률론의 발전과 관계가 깊은 통계학은 17세기 독일, 프랑스, 영국에서 발생하였다. 당시 통계(statistics)란 한 나라의 상태를 기술하는 것이었으며, 수량적인 기술은 아니었다. 그러나 차츰 수량으로 나타내는 것이 의미 있다고 보고, 수학적인 고찰을 통하여 자료를 수집하고 도표를 만들어 국가의 중요한 사항을 기술하게 되었다.

현재는 수학적 의미에서 '통계적'이라는 형용사는 여러 현상의 확률적 파악을 뜻한다고 이해할 수 있지만, 이 견지에 도달하기까지는 여러 가지 역사적 변천을 거쳐 왔다.

통계적 추론을 귀납 논리의 한 형태로 보고 그 원류를 고찰하여 보면 베이컨(Bacon, R.: ? 1214~1294)으로 올라갈 수 있다. 그러나 이 당시에는 단지 집단을 수량적으로 파악하는 정도로, 통계적 추론의 초기 양상을 띠었다. 따라서 보다 엄밀한 의미에서의 통계적 추론은 17세기 영국에서 시작되었다고 볼 수 있다.

영국의 그랜트(Graunt, J.: 1620~1674)는 통계 자료를 분석하여 '한 가지 병으로 죽는 사망자 수와 전체 사망자 수의 비는 일정하다.', '남녀 각각의 인구는 전체 인구수로 보아서는 거의 같다.' 등의 법칙을 발견할 수 있다고 주장하였다.

또 핼리(Halley, E.: 1656~1742)가 만든 사망표는 영국에서 발달한 보험 계산의 기초가 되었다. 이후 18세기 중엽부터는 확률의 개념이 통계학에 도입되면서 통계학의 이론이 한층 더 발전하였다.

케틀레(Quételet, L. A. J.: 1796~1874)는 사회 현상을 수량으로 분석하는 이론을 발전시켰다. 그는 범죄, 인체의 측정, 지능 등 인간 생활의 다양한 요소들을 확률과 관련지어 통계적으로 분석하였다.

19세기에 이르러서는 금융 재정, 보건 행정, 선거 등 사회적 요청에 의하여 국가 조사를 통한 통계적 자료가 중요시되었고, 그 결과의 처리는 수학과 깊은 관련을 가지게 되었다.

19세기 후반에는 진화론의 발달 등과 같은 자연 과학이 진보하면서 사회 과학적 통계뿐만 아니라 생물학, 유전학에 있어서의 종(種)의 분포 등도 통계학의 대상이 되었다. 피어슨(Pearson, K.: 1857~1936)은 표준편차, 중상관(重相關)의 개념을 바탕으로 유명한 'χ^2-분포'를 유도하여 통계학의 수학적 기초를 확립하였다.

20세기에 접어들면서는 모집단으로부터 일부의 표본을 꺼내어 이들 표본을 바탕으로 모집단에 관해서 추측하는, 이른바 통계적 추론이 피셔(Fisher, R. A.: 1890~1962)에 의하여 확립되었다.

한편 네이만(Neyman, J.: 1894~1981)과 피어슨(Pearson, E. S.: 1895~1980)은 공동 연구를 통하여 가설검정론의 기초를 세웠고, 검정력함수, 신뢰구간 등의 개념을 생각하는 현재의 추측통계학의 기초를 확립하였다.

2. 줄기와 잎 그림

줄기와 잎 그림(stem and leaf diagram)은 1977년 미국의 투키(Tukey, J.: 1915~2000) 교수에 의해서 개발된 '탐색적 자료 분석(Exploratory Data Analysis)'의 하나로 자료를 정리하는 새로운 방법으로 크게 주목을 받고 있다.

히스토그램은 원자료를 몇 개의 계급으로 나누어 각 계급의 도수 혹은 상대도수를 직사각형으로 나타낸 것이기 때문에 원자료에 대한 정보의 손실이 많다.

이때 원자료에 대한 정보를 잃지 않고 자료를 정리하는 방법이 줄기와 잎 그림이다.

줄기와 잎 그림에서 줄기는 도수분포표의 계급에 해당하고 잎은 도수에 해당한다고 할 수 있다. 그리고 도수분포표와는 달리 잎의 개수와 자료의 값도 알 수 있다.

3. 도수분포표

어떤 집단의 특성을 알기 위하여 그 집단을 구성하고 있는 개체의 특성을 조사하고 관찰할 때, 그 결과로 개체의 특성에 대한 숫자적 자료를 얻을 수 있다.

이때 정리가 되어 있지 않은 수집된 자료 자체를 원자료(raw data)라 하며 원자료를 크기의 순서대로 정리하는 것을 배열(array)이라고 한다. 또 가장 큰 수와 작은 수의 차를 그 자료의 범위(range)라고 한다.

집단의 특성에 대해서 보다 많은 정보를 얻고 분석을 원활히 하기 위해서는 자료를 간결한 형태로 정리할 필요가 있다. 많은 양의 자료를 요약하여 정리할 때에는 자료를 계급(class)으로 분류하고 각 계급에 속하는 개체의 수, 즉 도수(frequency)를 정한다. 자료를 계급과 그것에 대응하는 도수로 정리한 것을 도수분포표(frequency distribution table)라고 한다.

도수분포표는 다음과 같은 순서에 따라서 작성하면 편리하다.

① 자료에서 최댓값과 최솟값을 찾는다.

② 중복되지 않고 간격이 동일하도록 계급의 크기를 정한다.

③ 각 계급에 속하는 자료의 개수를 센다. 이것을 각 계급의 도수라고 한다.

계급의 개수와 크기를 결정하는 것은 자료의 양과 성질에 따라 달라질 수 있다. 계급의 개수가 너무 적으면 각 계급에서 자료의 분포 상태에 대한 정보를 많이 잃게 되고, 계급의 개수가 너무 많으면 자료의 전반적인 상태를 파악하기 어렵다.

중학교에서는 자료의 수에 따라서 5~15개 정도로 계급의 개수를 정하는 것이 바람직하다.

4. 히스토그램과 도수분포다각형

도수분포표를 그래프로 나타내는 가장 일반적이고 편리한 방법으로 히스토그램(histogram)과 도수분포다각형(frequency distribution polygon), 도수분포곡선(frequency distribution curve)이 있다.

히스토그램은 연속적인 변량의 크기를 직사각형의 높이로 비교하려고 할 때 이용되는 그래프이다.

도수분포다각형은 각 계급의 도수에 해당하는 점을 연결한 선그래프로 히스토그램에서 각 직사각형의 윗변의 가운데 점들을 선분으로 연결하여 얻을 수 있다.

도수분포표에서 자료의 개수를 한없이 많게 하는 동시에 계급의 크기를 한없이 작게 하면, 그에 따른 도수분포다각형은 어떤 곡선 모양에 가까워진다. 이러한 극한의 곡선을 도수분포곡선이라고 한다.

5. 상대도수

도수분포표에서 도수를 그에 대응하는 상대도수로 바꾸어 놓은 표를 상대도수의 분포표라고 한다. 상대도수의 히스토그램이나 도수분포다각형 모양의 그래프는 세로의 눈금을 도수에서 상대도수로 바꿈으로써 얻어지며, 그 모양은 히스토그램이나 도수분포다각형과 같다.

교수 · 학습 과정안 (기초)

대단원	Ⅳ. 통계	쪽수	교과서 168~170쪽
소단원	1. 도수분포와 상대도수 1-3 히스토그램과 도수분포다각형	차시	8/16
학습 목표	히스토그램을 그릴 수 있다.		

단계	학습 과정	교수 · 학습 활동	교수 · 학습상의 유의점
도입	선수 학습 확인 동기 유발 학습 목표 제시	◯ 이전에 학습한 내용을 간단히 확인, 점검한다. ◯ 도수분포표를 그래프로 나타내는 방법에 대하여 질문한다. ◯ 학습 목표를 제시한다. • 히스토그램을 그릴 수 있다.	모둠 학습을 위한 소집단을 사전에 편성한다.
전개	탐구 활동 개념 학습 문제 해결	◯ 창의력 기르기를 읽고, 탐구 활동을 모둠별로 해결하도록 한다. ◯ 탐구 활동 결과를 발표하게 하고, 정답 확인 및 보충 설명을 한다. ◯ 학습 내용 설명 **히스토그램** 어떤 자료를 표로 나타내는 것보다는 자료의 종류에 따라 적당한 모양으로 나타내면 자료의 분포 상태를 보다 쉽게 알아볼 수 있다. 도수분포표로 정리된 자료를 그래프로 나타내는 방법은 다음과 같다. ❶ 가로축에 각 계급의 양 끝 값을 차례로 써넣는다. ❷ 세로축에 도수를 써넣는다. ❸ 각 계급의 크기를 가로로, 도수를 세로로 하는 직사각형을 차례로 그린다. 이와 같은 방법으로 그린 그래프를 히스토그램이라고 한다. **히스토그램의 특징** 계급의 크기는 모두 같으므로 각 직사각형의 넓이는 각 계급의 도수에 정비례한다. (직사각형의 넓이)=(각 계급의 크기)×(그 계급의 도수) (직사각형의 넓이의 합)=(계급의 크기)×(도수의 총합) ◯ 문제 1을 풀게 한다. 정답을 확인하고, 보충 설명을 한다.	막대그래프와 히스토그램은 모양이 비슷하여 혼동하기 쉽다. 그러나 막대그래프는 이산적인 변량을, 히스토그램은 연속적인 변량을 나타낼 수 있음을 알게 한다.
정리 및 평가	학습 내용 정리 형성 평가 수준별 과제 차시 예고	◯ 본시의 학습 내용을 정리한다. ◯ 형성 평가 문제를 제시하여 성취 수준을 파악한다. ● 오른쪽 히스토그램은 어느 중학교 학생 9명의 수학 성적을 조사하여 나타낸 것이다. 80점 이상 90점 미만인 학생 수를 구하여라. 답 4명 ◯ 형성 평가 결과에 따라 수준별 학습지(기초, 기본)를 과제로 선택하도록 한다. ◯ 다음 차시를 예고한다. • 도수분포다각형에 대하여 알아본다.	

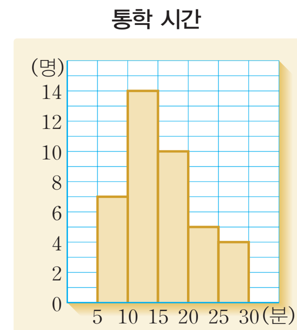
수준별 학습지 (기초)

대단원	Ⅳ. 통계	쪽수	교과서 168~170쪽
소단원	1. 도수분포와 상대도수　1-3 히스토그램과 도수분포다각형	차시	8/16
(　　)학년 (　　)반 (　　)번　이름:			

1 다음은 어느 중학교 1학년 학생 40명의 통학 시간을 조사하여 도수분포표와 히스토그램으로 나타낸 것이다. A와 B의 값을 각각 구하여라.

통학 시간

통학 시간(분)	학생 수(명)
5 이상 ~10 미만	7
10 ~15	A
15 ~20	10
20 ~25	B
25 ~30	4
합계	40



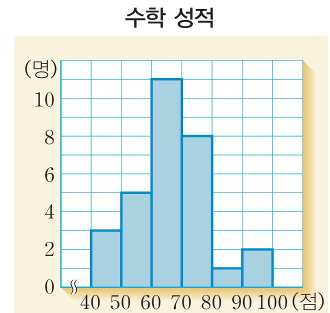
답 $A=14$, $B=5$

2 오른쪽 그림은 연수네 반 학생들의 수학 성적을 조사하여 히스토그램으로 나타낸 것이다. 다음을 구하여라.

(1) 계급의 크기

(2) 계급의 개수

(3) 도수가 가장 작은 계급의 계급값

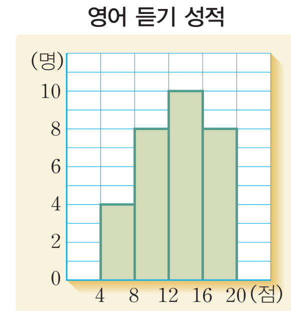


답 (1) 10점 (2) 6개 (3) 85점

3 오른쪽 그림은 민지네 반 학생들의 영어 듣기 성적을 조사하여 히스토그램으로 나타낸 것이다. 다음 물음에 답하여라.

(1) 민지네 반의 전체 학생 수를 구하여라.

(2) 성적이 12점 이상인 학생 수를 구하여라.



답 (1) 30명 (2) 18명

교수 · 학습 과정안 (기본)

대단원	Ⅳ. 통계	쪽수	교과서 168~170쪽
소단원	1. 도수분포와 상대도수 1-3 히스토그램과 도수분포다각형	차시	8/16
학습 목표	히스토그램을 그릴 수 있다.		

단계	학습 과정	교수 · 학습 활동	교수 · 학습상의 유의점
도입	선수 학습 확인 동기 유발 학습 목표 제시	◎ 이전에 학습한 내용을 간단히 확인, 점검한다. ◎ 도수분포표를 그래프로 나타내는 방법에 대하여 질문한다. ◎ 학습 목표를 제시한다. • 히스토그램을 그릴 수 있다.	모둠 학습을 위한 소집단을 사전에 편성한다.
전개	탐구 활동 개념 학습 문제 해결	◎ 창의력 기르기를 읽고, 탐구 활동을 모둠별로 해결하도록 한다. ◎ 탐구 활동 결과를 발표하게 하고, 정답 확인 및 보충 설명을 한다. ◎ 학습 내용 설명 **히스토그램** 어떤 자료를 표로 나타내는 것보다는 자료의 종류에 따라 적당한 모양으로 나타내면 자료의 분포 상태를 보다 쉽게 알아볼 수 있다. 도수분포표로 정리된 자료를 그래프로 나타내는 방법은 다음과 같다. ❶ 가로축에 각 계급의 양 끝 값을 차례로 써넣는다. ❷ 세로축에 도수를 써넣는다. ❸ 각 계급의 크기를 가로로, 도수를 세로로 하는 직사각형을 차례로 그린다. (도수) 도수 0 (계급) 계급의 크기 이와 같은 방법으로 그린 그래프를 히스토그램이라고 한다. **히스토그램의 특징** 계급의 크기는 모두 같으므로 각 직사각형의 넓이는 각 계급의 도수에 정비례한다. (직사각형의 넓이)=(각 계급의 크기)×(그 계급의 도수) (직사각형의 넓이의 합)=(계급의 크기)×(도수의 총합) ◎ 문제 1을 풀게 한다. 정답을 확인하고, 보충 설명을 한다.	막대그래프와 히스토그램은 모양이 비슷하여 혼동하기 쉽다. 그러나 막대그래프는 이산적인 변량을, 히스토그램은 연속적인 변량을 나타낼 수 있음을 알게 한다.
정리 및 평가	학습 내용 정리 형성 평가 수준별 과제 차시 예고	◎ 본시의 학습 내용을 정리한다. ◎ 형성 평가 문제를 제시하여 성취 수준을 파악한다. ● 오른쪽 그림은 어느 학급 학생들의 수학 성적을 조사하여 히스토그램으로 나타낸 것이다. 도수가 가장 큰 계급의 직사각형의 넓이를 a, 모든 직사각형의 넓이의 합을 b라 할 때, $a+b$의 값을 구하여라. 답 400 수학 성적 (명) 10 8 6 4 2 0 40 50 60 70 80 90 (점) ◎ 형성 평가 결과에 따라 수준별 학습지(기초, 기본, 실력)를 과제로 선택하도록 한다. ◎ 다음 차시를 예고한다. • 도수분포다각형에 대하여 알아본다.	

수준별 학습지 (기본)

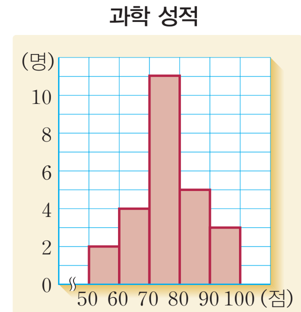
대단원	Ⅳ. 통계	쪽수	교과서 168~170쪽
소단원	1. 도수분포와 상대도수　1-3 히스토그램과 도수분포다각형	차시	8/16
(　　)학년 (　　)반 (　　)번　이름:			

1 오른쪽 그림은 희연이네 반 학생들의 과학 성적을 조사하여 히스토그램으로 나타낸 것이다. 다음 물음에 답하여라.

(1) 성적이 60점 이상 80점 미만인 학생은 전체의 몇 %인지 구하여라.

(2) 성적이 7번째로 좋은 학생이 속하는 계급의 도수를 구하여라.

(3) 계급값이 65점인 계급의 직사각형의 넓이는 계급값이 55점인 계급의 직사각형의 넓이의 몇 배인지 구하여라.

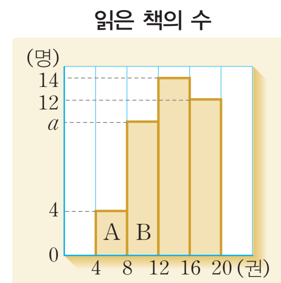


답 (1) 60 %　(2) 5명　(3) 2배

2 오른쪽 그림은 도훈이네 반 학생들이 1년 동안 읽은 책의 수를 조사하여 히스토그램으로 나타낸 것이다. 두 직사각형 A, B의 넓이의 비가 2 : 5일 때, 다음 물음에 답하여라.

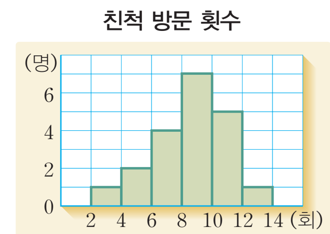
(1) a의 값을 구하여라.

(2) 모든 직사각형의 넓이의 합을 구하여라.



답 (1) 10　(2) 160

3 오른쪽 그림은 어느 학급 학생들이 1년 동안 친척을 방문한 횟수를 조사하여 히스토그램으로 나타낸 것이다. 이 학급 학생들이 1년 동안 친척을 방문한 횟수의 평균을 구하여라.



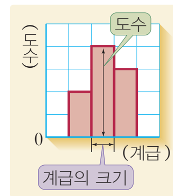
답 8.6회

교수 · 학습 과정안 (실력)

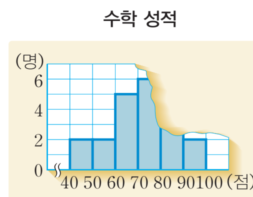
<table>
<tr><td>대단원</td><td>Ⅳ. 통계</td><td>쪽수</td><td>교과서 168~170쪽</td></tr>
<tr><td>소단원</td><td>1. 도수분포와 상대도수 1-3 히스토그램과 도수분포다각형</td><td>차시</td><td>8/16</td></tr>
<tr><td>학습 목표</td><td colspan="3">히스토그램을 그릴 수 있다.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>단계</th><th>학습 과정</th><th>교수 · 학습 활동</th><th>교수 · 학습상의 유의점</th></tr>
<tr><td>도입</td><td>선수 학습 확인
동기 유발
학습 목표 제시</td><td>◯ 이전에 학습한 내용을 간단히 확인, 점검한다.
◯ 도수분포표를 그래프로 나타내는 방법에 대하여 질문한다.
◯ 학습 목표를 제시한다.
• 히스토그램을 그릴 수 있다.</td><td>모둠 학습을 위한 소집단을 사전에 편성한다.</td></tr>
<tr><td>전개</td><td>탐구 활동

개념 학습

문제 해결</td><td>◯ 창의력 기르기를 읽고, 탐구 활동을 모둠별로 해결하도록 한다.
◯ 탐구 활동 결과를 발표하게 하고, 정답 확인 및 보충 설명을 한다.
◯ 학습 내용 설명
히스토그램
어떤 자료를 표로 나타내는 것보다는 자료의 종류에 따라 적당한 모양으로 나타내면 자료의 분포 상태를 보다 쉽게 알아볼 수 있다. 도수분포표로 정리된 자료를 그래프로 나타내는 방법은 다음과 같다.
❶ 가로축에 각 계급의 양 끝 값을 차례로 써넣는다.
❷ 세로축에 도수를 써넣는다.
❸ 각 계급의 크기를 가로로, 도수를 세로로 하는 직사각형을 차례로 그린다.
이와 같은 방법으로 그린 그래프를 히스토그램이라고 한다.


히스토그램의 특징
계급의 크기는 모두 같으므로 각 직사각형의 넓이는 각 계급의 도수에 정비례한다.
(직사각형의 넓이)=(각 계급의 크기)×(그 계급의 도수)
(직사각형의 넓이의 합)=(계급의 크기)×(도수의 총합)
◯ 문제 1을 풀게 한다.
정답을 확인하고, 보충 설명을 한다.</td><td>막대그래프와 히스토그램은 모양이 비슷하여 혼동하기 쉽다. 그러나 막대그래프는 이산적인 변량을, 히스토그램은 연속적인 변량을 나타낼 수 있음을 알게 한다.</td></tr>
<tr><td>정리
및
평가</td><td>학습 내용 정리
형성 평가

수준별 과제
차시 예고</td><td>◯ 본시의 학습 내용을 정리한다.
◯ 형성 평가 문제를 제시하여 성취 수준을 파악한다.
● 오른쪽 그림은 어느 학급 학생들의 수학 성적을 조사하여 히스토그램으로 나타낸 것인데 일부가 찢어져 보이지 않는다. 성적이 80점 미만인 학생 수와 80점 이상인 학생 수의 비가 3 : 1일 때, 전체 학생 수를 구하여라.
답 20명
수학 성적


◯ 형성 평가 결과에 따라 수준별 학습지(기본, 실력)를 과제로 선택하도록 한다.
◯ 다음 차시를 예고한다.
• 도수분포다각형에 대하여 알아본다.</td><td></td></tr>
</table>

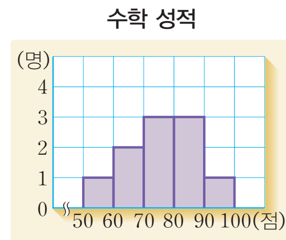
수준별 학습지 (실력)

대단원	Ⅳ. 통계	쪽수	교과서 168~170쪽
소단원	1. 도수분포와 상대도수 1-3 히스토그램과 도수분포다각형	차시	8/16
( )학년 ( )반 ( )번 이름:			

1 다음은 학생 10명의 수학 성적과 이것을 히스토그램으로 나타낸 것이다. A, B가 속하는 계급의 계급값을 구하여라.

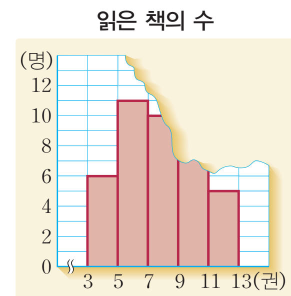
수학 성적 (단위: 점)

63	82	54	86	A
B	66	74	95	80



답 75점

2 오른쪽 그림은 한주네 반 학생들이 여름 방학 동안 읽은 책의 수를 조사하여 히스토그램으로 나타낸 것인데 일부가 찢어져 보이지 않는다. 읽은 책의 수가 7권 이상 9권 미만인 학생이 전체의 25 %일 때, 다음 물음에 답하여라.



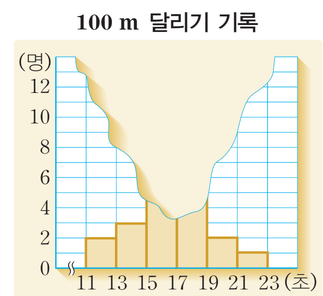
(1) 한주네 반의 전체 학생 수를 구하여라.

(2) 읽은 책의 수가 9권 이상 11권 미만인 학생 수를 구하여라.

(3) 찢어지기 전의 히스토그램에서 직사각형의 넓이의 합을 구하여라.

답 (1) 40명 (2) 8명 (3) 80

3 오른쪽 그림은 어느 학급 학생 20명의 100 m 달리기 기록을 조사하여 히스토그램으로 나타낸 것인데 일부가 찢어져 보이지 않는다. 기록이 15초 이상 17초 미만인 학생이 전체의 25%일 때, 100 m 달리기 기록의 평균을 구하여라.



답 16.7초

1 도수분포와 상대도수

중단원을 시작하며

이번 중단원에서는 다음 내용을 지도한다.

① 줄기와 잎 그림, 도수분포표, 히스토그램, 도수분포다각형을 이해하고 해석할 수 있게 한다.

② 도수분포표로 주어진 자료의 평균을 구할 수 있게 한다.

③ 상대도수를 구하여 이를 그래프로 나타내고, 상대도수의 분포를 이해하게 한다.

중단원의 구성

소단원명	지도 내용
1-1 줄기와 잎 그림	줄기와 잎 그림으로 나타내기
	줄기와 잎 그림 해석하기
1-2 도수분포표	도수분포표로 나타내기
	도수분포표에서 평균 구하기
1-3 히스토그램과 도수분포다각형	히스토그램 그리기
	도수분포다각형 그리기
1-4 상대도수와 그래프	상대도수의 분포 이해하기
	상대도수의 분포를 그래프로 나타내기
수준별 학습	중단원 확인 학습 문제

교과서 156 쪽

1 도수분포와 상대도수



준 | 비 | 학 | 습

꺾은선그래프
각 수량을 점으로 표시하고, 그 점들을 선분으로 이어서 그린 그래프

평균
$(\text{평균})=\dfrac{(\text{자료의 합계})}{(\text{자료의 개수})}$

비율과 백분율
- $(\text{비율})=\dfrac{(\text{비교하는 양})}{(\text{기준량})}$
- $(\text{백분율})=(\text{비율})\times 100(\%)$

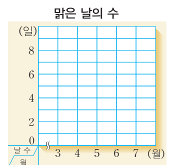
띠그래프
전체에 대한 각 부분의 비율을 띠의 모양으로 나타낸 그래프

1 다음 표는 어느 도시의 맑은 날의 수를 2011년 3월부터 7월까지 조사하여 나타낸 것이다. 표를 보고, 오른쪽에 꺾은선그래프로 나타내어라.

맑은 날의 수

월	3	4	5	6	7
날 수(일)	4	9	7	5	6

맑은 날의 수



2 문제 1의 자료로부터 이 도시의 5개월 동안 맑은 날의 수의 평균을 구하여라.

3 다음 비율을 백분율로 나타내어라.

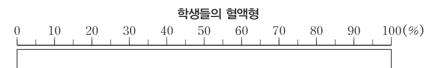
(1) $\dfrac{1}{4}$ (2) $\dfrac{2}{5}$ (3) 0.6 (4) 0.82

4 다음 표는 어느 중학교 1학년 학생 200명의 혈액형을 조사하여 나타낸 것이다. 각 혈액형의 백분율을 구하고, 띠그래프로 나타내어라.

학생들의 혈액형

혈액형	A형	B형	O형	AB형	합계
학생 수(명)	70	60	40	30	200

학생들의 혈액형

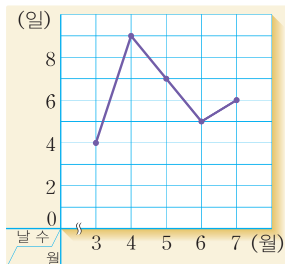


준비 학습의 해설

1

목표| 주어진 자료를 꺾은선그래프로 나타낼 수 있게 한다.

풀이| 맑은 날의 수



2

목표| 주어진 자료의 평균을 구할 수 있게 한다.

풀이| $(\text{평균})=\dfrac{(\text{자료의 합계})}{(\text{자료의 개수})}$

$=\dfrac{4+9+7+5+6}{5}$

$=\mathbf{6.2}(\text{일})$

3

목표| 비율과 백분율의 뜻을 알게 한다.

풀이| $(\text{백분율})=(\text{비율})\times 100(\%)$이므로

(1) $\dfrac{1}{4}\times 100=\mathbf{25}(\%)$ (2) $\dfrac{2}{5}\times 100=\mathbf{40}(\%)$

(3) $0.6\times 100=\mathbf{60}(\%)$ (4) $0.82\times 100=\mathbf{82}(\%)$

1-1 줄기와 잎 그림

● 주어진 자료를 줄기와 잎 그림으로 나타내고, 이를 해석할 수 있다.

줄기와 잎 그림이란 무엇인가?

탐구 활동

통계청에 따르면 우리나라 사람들의 평균 수명이 1970년에는 61.9세에서 2010년에는 80.8세로 꾸준히 늘어났으며 2040년에는 90세에 이를 것이라고 전망하고 있다. 다음은 경민이네 마을에 살고 있는 주민 22명을 대상으로 나이를 조사한 것이다. 물음에 답하여 보자.

마을 주민들의 나이 (단위: 세)

27	62	54	68	72	88	90	18	22	13	43
50	52	76	82	49	51	14	38	72	48	60

1 주어진 자료를 큰 수부터 차례로 나열하였을 때 10번째에 해당하는 값은 얼마인가?

2 20대에 속하는 사람은 몇 명인가?

탐구 활동의 자료를 다음과 같이 정리하여 보자.

우선 〈표 1〉과 같이 나이대별로 자료를 분류한다. 그다음 〈표 2〉와 같이 세로선을 그어 세로선의 왼쪽에 십의 자리 숫자인 1, 2, 3, …, 9를 쓰고, 오른쪽에 일의 자리 숫자를 크기가 작은 것부터 순서대로 쓴다. 이때 세로선의 왼쪽에 있는 십의 자리 숫자를 줄기, 오른쪽에 있는 일의 자리 숫자를 잎이라고 한다.

〈표 1〉 마을 주민들의 나이

나이대	나이
10대	18, 13, 14
20대	27, 22
30대	38
40대	43, 49, 48
50대	54, 50, 52, 51
60대	62, 68, 60
70대	72, 76, 72
80대	88, 82
90대	90

〈표 2〉 마을 주민들의 나이 (1|3은 13세)

줄기	잎
1	3 4 8
2	2 7
3	8
4	3 8 9
5	0 1 2 4
6	0 2 8
7	2 2 6
8	2 8
9	0

● 중복된 자료의 값은 중복된 횟수만큼 나열한다.

❶ 이 줄기와 잎을 이용하여 자료를 나타낸 그림을 **줄기와 잎 그림**이라고 한다.

1-1 줄기와 잎 그림

소단원 지도 목표

① 주어진 자료를 줄기와 잎 그림으로 나타낼 수 있게 한다.
② 줄기와 잎 그림을 통해 자료의 전체적인 경향과 분포를 파악할 수 있게 한다.
③ 줄기와 잎 그림의 장단점을 알게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 실생활 자료를 수집하거나 선정하여 학생들이 흥미 있게 학습할 수 있도록 한다.

2. 줄기와 잎 그림을 그려 자료를 직관적으로 판단할 수 있도록 한다.

3. 너무 복잡하거나 양이 많은 자료를 제시하지 않도록 한다.

새로 나온 용어와 기호

• 줄기와 잎 그림(stem and leaf diagram)

4

목표| 비율과 백분율을 그래프로 나타낼 수 있게 한다.

풀이| 각 혈액형의 백분율은

• A형: $\frac{70}{200}\times 100=\mathbf{35(\%)}$

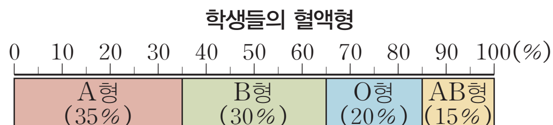
• B형: $\frac{60}{200}\times 100=\mathbf{30(\%)}$

• O형: $\frac{40}{200}\times 100=\mathbf{20(\%)}$

• AB형: $\frac{30}{200}\times 100=\mathbf{15(\%)}$

따라서 이것을 띠그래프로 나타내면 다음과 같다.

학생들의 혈액형



탐구 활동의 이해

활동 목표 • 주어진 자료를 관찰하여 여러 가지 물음에 답해 봄으로써 자료를 정리해야 할 필요성을 알게 하려는 것이다.

1. 주어진 자료를 큰 수부터 차례로 나열하면
90, 88, 82, 76, 72, 72, 68, 62, 60, 54, 52, 51, 50, 49, 48, 43, 38, 27, 22, 18, 14, 13
이므로 10번째에 해당하는 값은 **54**이다.

2. 20대에 속하는 사람은 27, 22로 모두 **2명**이다.

본문 해설

❶ 줄기와 잎 그림은 자료의 값에서 큰 단위를 줄기(stem)로, 작은 단위를 잎(leaf)으로 하여 세로선의 왼쪽에 세로로 줄기를 표시하고, 오른쪽에 가로로 각 줄기에 해당하는 잎을 적은 그림을 말한다.

본문 해설

❶ 줄기와 잎 그림을 그리기 위해서는 먼저 가장 큰 값과 가장 작은 값을 찾아서 줄기를 결정해야 한다. 이때 줄기의 수에 따라 자료의 특성이 잘 나타날 수도 있고, 그렇지 않을 수도 있다.
또한 줄기와 잎 그림이 나타내고 있는 내용이 무엇인지 이해를 돕기 위하여 '6|5는 65회'와 같이 예를 들어 설명하는 것이 좋다.

❷ 1분당 맥박 수에서 가장 큰 값은 84이고 가장 작은 값은 67이므로 줄기를 60, 70, 80의 십의 자리 숫자인 6, 7, 8로 한다.

교과서 158 쪽

일반적으로 줄기와 잎 그림을 그릴 때에는 다음과 같은 순서로 한다.

❶ 와 잎 그림을 그리는 순서
줄기와 잎을 정한다.
② 세로선을 긋고, 세로선의 왼쪽에 줄기의 숫자를 쓴다.
③ 세로선의 오른쪽에 잎의 숫자를 크기가 작은 것부터 순서대로 가로로 쓴다.
④ □|△를 설명한다.
⑤ 줄기와 잎 그림에 알맞은 제목을 붙인다.

예 제 1

다음 표는 경아네 반 학생들의 1분당 맥박 수를 조사하여 나타낸 것이다. 다음 물음에 답하여라.

1분당 맥박 수 (단위: 회)

74	76	82	84	72	80	69	68	73
72	68	73	79	67	69	83	67	82

분당 맥박 수가 가장 적은 학생과 가장 많은 학생의 횟수를 구하여라.
❷ 을 줄기와 잎으로 나타내면 좋을지 말하여라.
를 보고, 줄기와 잎 그림으로 나타내어라.

1분당 맥박 수 (7|4는 74회)

줄기	잎

● 풀이 (1) 맥박 수가 가장 적은 학생의 횟수는 67회, 가장 많은 학생의 횟수는 84회이다.
(2) 줄기는 1분당 맥박 수의 십의 자리 숫자로, 잎은 1분당 맥박 수의 일의 자리 숫자로 나타낸다.
(3)

1분당 맥박 수 (7|4는 74회)

줄기	잎
6	7 7 8 8 9 9
7	2 2 3 3 4 6 9
8	0 2 2 3 4

지/도/자/료

1. 조사한 자료를 초등학교에서 배운 막대그래프로 나타내었을 때 문제가 되는 점을 알아보면서 자료를 알아보기 쉽게 나타내는 새로운 방법의 필요성을 느끼게 한다.

2. 줄기와 잎 그림을 지도할 때, 다음 그림과 같이 나무 그림의 잎에 일의 자리 숫자를 써넣으면서 특징을 살펴보게 한다.

3. 통계 소프트웨어를 이용하여 줄기와 잎 그림을 그릴 수 있음을 알게 한다. 다음은 예제 1의 자료를 줄기와 잎 그림으로 그리는 순서이다.

① 주어진 자료를 〈그림 1〉과 같이 차례로 입력한다.

② 메뉴의 [그림분석] – [줄기와 잎 그림]을 클릭하여 나타난 대화 상자에서 변수 이름을 분석변수에 입력하고 확인을 누르면 〈그림 2〉와 같은 줄기와 잎 그림이 그려진다.

〈그림 1〉

〈그림 2〉

문제

다음 표는 어느 동네에서 지난 한 달간 헌혈한 사람 30명의 나이를 조사하여 나타낸 것이다. 이 표를 보고, 줄기와 잎 그림으로 나타내어라.



헌혈한 사람의 나이 (단위: 세)

23	44	35	41	32	20	22	19	18	46	17	27	56	27	19
17	29	36	28	29	36	32	24	23	18	52	45	36	27	19

헌혈한 사람의 나이 (1|7은 17세)

줄기	잎
1	7

예제 2



❶ 준영이네 반 학생들의 줄넘기 횟수를 조사하여 잎 그림으로 나타낸 것이다. 물음에 답하여라.

줄넘기 횟수 (3|2는 32회)

줄기	잎
3	2 5 8 9
4	3 3 4 4 5 7 8
5	2 4 5 6 6 8
6	2 3 5



(1) 준영이네 반 학생 수는 모두 몇 명인가?
(2) 잎이 가장 많은 줄기를 말하여라.
(3) 줄넘기를 54회 한 학생은 몇 번째로 잘했는지 말하여라.
(4) 줄넘기 횟수에 대한 평균을 구하여라.

● 풀이 (1) 준영이네 반 학생 수는 잎의 수와 같으므로 20명이다.
(2) 잎이 가장 많은 줄기는 4이다.
(3) 줄넘기를 54회 한 학생은 8번째로 잘했다.
(4) $(32+35+38+39+43+43+44+44+45+47+48+52+54+55+56+56+58+62+63+65)\div 20=979\div 20=48.95$(회)

답 ● (1) 20명 (2) 4 (3) 8번째 (4) 48.95회

본문 해설

❶ 줄기와 잎 그림은 원자료를 그대로 줄기와 잎으로 나누어서 표현하기 때문에 이 그림으로부터 언제든지 원자료를 얻을 수 있다.
또 자료의 값을 크기순으로 나열하기 때문에 어떤 특정한 위치에 있는 값을 쉽게 구할 수 있다.

목표| 주어진 자료를 이용하여 줄기와 잎 그림을 그릴 수 있게 한다.

풀이| 줄기에는 십의 자리 숫자를 쓰고 잎에는 일의 자리 숫자를 크기가 작은 것부터 순서대로 쓰면 다음 그림과 같다.

헌혈한 사람의 나이 (1|7은 17세)

줄기	잎
1	7 7 8 8 9 9 9
2	0 2 3 3 4 7 7 7 8 9 9
3	2 2 5 6 6 6
4	1 4 5 6
5	2 6

지/도/자/료

줄기와 잎 그림은 막대그래프를 가로 방향으로 놓은 것으로 생각하여 잎의 개수로 분포의 상태를 직관적으로 파악할 수 있다. 즉, 분포의 중심이 잎이 가장 많은 줄기에 있거나 그 줄기에 가깝게 있음을 알게 한다.

교과서 160 쪽

문제 2

다음은 수빈이네 반 학생들의 몸무게를 조사하여 줄기와 잎 그림으로 나타낸 것이다. 물음에 답하여라.

몸무게 (2|5는 25 kg)

줄기	잎
2	5 7 8 8 9
3	2 4 4 5 6 7 8
4	1 2 2 3 4 5 7 7 8
5	1 2 3 5 7 8
6	1 3 4

(1) 수빈이네 반 학생은 모두 몇 명인가?
(2) 잎이 가장 많은 줄기를 말하여라.
(3) 몸무게가 가장 무거운 학생과 가장 가벼운 학생은 각각 몇 kg인지 구하여라.
(4) 수빈이의 몸무게가 57 kg일 때, 반에서 수빈이의 몸무게는 무거운 편인지 가벼운 편인지 말하여라.

발전 문제 3



다음은 효린이네 반 학생들이 1년 동안 읽은 책 수를 조사하여 줄기와 잎 그림으로 나타낸 것이다. 물음에 답하여라.

읽은 책 수 (0|4는 4권)

잎(남학생)	줄기	잎(여학생)
8 6 4	0	4 7
8 6 5 3 2	1	0 1 3
9 8 7	2	0 2 3 5 7

(1) 효린이네 반 남학생과 여학생은 각각 몇 명인가?
(2) 읽은 책 수가 13권 이상 22권 미만인 학생은 모두 몇 명인가?
(3) 남학생과 여학생 중 누가 더 책을 많이 읽었다고 생각하는가?
(4) 남학생과 여학생이 읽은 책 수의 평균을 각각 구하고 (3)의 결과와 비교하여라.

의사소통 자료를 줄기와 잎 그림으로 나타낼 때의 장단점을 말하여 보자.

2

목표| 줄기와 잎 그림을 보고, 자료를 해석할 수 있게 한다.

풀이| (1) 수빈이네 반 학생 수는 잎의 수와 같으므로 **30명**이다.

(2) 세로선의 오른쪽에 있는 수의 개수가 가장 많은 줄기를 찾아보면 4이므로 잎이 가장 많은 줄기는 **4**이다.

(3) 몸무게가 가장 무거운 학생은 **64 kg**이고 가장 가벼운 학생은 **25 kg**이다.

(4) 수빈이보다 몸무게가 많이 나가는 학생은 4명이고, 적게 나가는 학생은 25명이므로 수빈이의 몸무게는 반에서 **무거운 편**이다.

3

목표| 2개의 자료를 줄기와 잎 그림으로 비교하여 나타내었을 때, 자료를 해석할 수 있게 한다.

풀이| (1) 남학생의 경우 줄기가 0인 학생이 3명, 1인 학생이 5명, 2인 학생이 3명이므로 3+5+3=**11(명)**이고, 여학생의 경우 줄기가 0인 학생이 2명, 1인 학생이 3명, 2인 학생이 5명이므로 2+3+5=**10(명)**이다.

(2) 남학생은 4명, 여학생은 2명이므로 모두 **6명**이다.

(3) 줄기가 2인 학생 수가 여학생이 남학생보다 더 많으므로 **여학생**이 책을 더 많이 읽었다고 할 수 있다.

(4) 남학생: 176÷11=**16(권)**

여학생: 162÷10=**16.2(권)**

이므로 여학생이 읽은 책 수의 평균이 더 높다. 또한 **(3)과 같은 결과를 얻었다.**

참고| 문제 3의 그림과 같이 이중 줄기와 잎 그림(back-to-back stem and leaf diagram)으로 나타내면 자료를 비교하기에 좋다.

의/사/소/통

|출제 의도| 줄기와 잎 그림의 장단점을 알아봄으로써 적절한 자료 정리 방법을 알게 하려는 것이다.

풀이| 줄기와 잎 그림은 주어진 자료를 그대로 줄기와 잎으로 나누어서 그림으로 표현하기 때문에 이로부터 원자료를 언제든지 다시 얻을 수 있다. 또한 모든 자료들이 크기순으로 나열되어 있기 때문에 특정한 자룟값의 상대적인 위치 등을 쉽게 파악할 수 있다. 그러나 자료의 개수가 많으면 부적합하다는 것이 단점이다.

교과서 161 쪽

1-2 도수분포표

- 주어진 자료를 도수분포표로 나타내고, 그 표의 의미를 이해할 수 있다.
- 도수분포표로 주어진 자료의 평균을 구할 수 있다.

도수분포표란 무엇인가?

탐구 활동 **휴대 전화의 보급이 확산되면서 문자 메시지도 주요 연락 수단이 되었다. 학급 친구들의 문자 발송 건수에 대해 다음 물음에 답하여 보자.**

1 학급 친구 30명을 대상으로 하루 평균 몇 건의 문자를 발송하는지 조사하여 보자.

2 **1**의 자료에서 50건 이하로 문자를 보내는 학생은 몇 명인가?

다음 표는 경민이가 학급 친구 30명을 대상으로 하루 동안 발송한 문자의 건수를 조사하여 나타낸 것이다.

〈표 3〉 문자 발송 건수 (단위: 건)

36	58	47	75	37	45	28	79	60	72
57	63	50	58	42	39	64	47	59	55
66	39	32	51	72	27	42	23	54	71

❶ [illegible]〉은 개개인의 발송 건수는 알 수 있지만 [illegible] 구간에 몇 명이나 있는지 또는 문자 발송 건수가 60건 이상인 학생이 몇 명이나 되는지 알아보기에는 불편하다. 따라서 어떤 자료의 특성을 쉽게 알아보기 위해서는 우선 목적에 맞게 자료를 정리하여야 한다.

자료의 수를 셀 때에는 /, //, ///, ////, 卌 또는 一, T, 下, 正, 正를 사용하면 편리하다.

〈표 4〉는 〈표 3〉의 자료를 10건 간격으로 구분한 다음 각 구간에 속하는 학생 수를 조사하여 기록한 것이다.

〈표 4〉 문자 발송 건수

발송 건수(건)	학생 수(명)	
20 이상 ~ 30 미만	///	3
30 ~ 40	卌	5
40 ~ 50	卌	5
50 ~ 60	卌 ///	8
60 ~ 70	////	4
70 ~ 80	卌	5
합계	30	

1-2 도수분포표

소단원 지도 목표

① 도수분포표에 관한 여러 가지 용어의 뜻을 알게 한다.
② 주어진 자료를 도수분포표로 나타내고, 이를 해석할 수 있게 한다.
③ 도수분포표로 주어진 자료의 평균을 구할 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 생활 주변에서 얻을 수 있는 자료를 이용하여 도수분포표를 만들어 보고, 이를 해석할 수 있게 한다.

2. 도수분포표에서 계급을 나눌 때, 이상, 미만 등의 용어를 사용하고 계급의 크기는 일정하게 하도록 한다. 또 자료가 중복되어 두 계급에 속하지 않도록 구간을 나누게 한다.

3. 도수분포표를 만들 때 계급의 개수는 5~15개 정도로 하며, 계급의 개수가 너무 적거나 많으면 자료의 파악에 의미가 없음을 이해하게 한다.

새로 나온 용어와 기호

- 변량 (變量, variate)
- 계급 (階級, class)
- 계급의 크기 (class interval)
- 도수 (度數, frequency)
- 도수분포표 (度數分布表, frequency table)
- 계급값 (class mark)

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 실생활 자료를 수집하고 관찰하여 봄으로써 도수분포표의 필요성을 알게 하려는 것이다.

1. 예 35 42 23 18 39 52 12 80 64 33
59 72 68 38 47 25 55 90 93 75
40 95 79 84 14 27 63 31 54 73

2. 14명

본문 해설

❶ 〈표 3〉과 같이 주어진 자료는 각 학생들의 문자 발송 건수를 알아보는 데는 편리하지만 탐구 활동 2와 같은 물음에 답할 때에는 일일이 세어서 답해야 한다. 그러나 〈표 4〉에서는 문자 발송 건수가 50건 이하인 학생 수를 쉽게 알 수 있다.

본문 해설

❶ 변량은 자료로 나와 있는 수 하나하나를 뜻한다. 즉, 〈표 3〉에서 개개인의 문자 발송 건수가 변량이 된다.

주의| 착한 정도, 예쁜 정도와 같이 수로 나타낼 수 없는 것은 변량이 될 수 없다.

❷ 도수분포표를 만들기 위하여 계급을 나눌 때에는 이상, 미만 등의 용어를 사용하여 구간을 명확하게 정해야 한다.
한편 a 이상 b 미만인 계급에서

$$(계급의\ 크기)=b-a$$

이고,

$$(계급값)=\frac{b-a}{2}$$

이다.



❶ 문자 발송 건수와 같이 자료를 수량으로 나타낸 것을 **변량**이라 하고, 변량 정한 간격으로 나눈 구간을 **계급**, 구간의 폭을 **계급의 크기**, 각 계급에 속하 료의 개수를 그 계급의 **도수**라고 한다. 또 〈표 4〉와 같이 〈표 3〉에서 주어진 ❷ 몇 개의 계급으로 나누고, 각 계급의 도수를 조사하여 자료의 분포 상태를 낸 표를 **도수분포표**라고 한다.

한편 도수분포표에서 각 계급을 대표하는 값으로서, 그 계급의 중앙의 값을 **계급값**이라고 한다. 즉, 계급값은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$(계급값)=\frac{(계급의\ 양\ 끝\ 값의\ 합)}{2}$$

보기 〈표 4〉에서
(1) 계급의 크기는 10건이고, 각 계급의 도수는 차례로 3, 5, 5, 8, 4, 5이다.
(2) 40건 이상 50건 미만인 계급의 계급값은 $\frac{40+50}{2}=45$(건)이다.

문제 〈표 4〉의 도수분포표를 보고, 다음 물음에 답하여라.
(1) 문자 발송 건수가 64건인 학생이 속하는 계급을 말하여라.
(2) 도수가 가장 큰 계급을 말하여라.
(3) 문자 발송 건수가 50건 미만인 학생은 몇 명인가?
(4) 도수가 8명인 계급의 계급값을 구하여라.



생활 주변에서 찾을 수 있는 통계에 관한 주제를 정하고 조사하여 보자. 또 오른쪽과 같이 보고서를 작성하여 발표하여 보자.

보고서
이름:
1. 주제
2. 조사 대상
3. 조사 계획 및 방법
4. 도수분포표
5. 느낀 점

목표| 주어진 도수분포표를 보고, 자료의 특성을 파악할 수 있게 한다.

풀이| (1) 64는 60보다 크고 70보다 작으므로 도수분포표에서 64건인 학생이 속하는 계급은 **60건 이상 70건 미만**이다.
(2) 도수가 가장 큰 것은 8명이고, 그 계급은 **50건 이상 60건 미만**이다.
(3) 문자 발송 건수가 50건 미만인 학생 수는 20건 이상 30건 미만인 계급과 30건 이상 40건 미만인 계급, 40건 이상 50건 미만인 계급의 도수를 모두 합한 것이므로 $3+5+5=$**13(명)**이다.
(4) 도수가 8명인 계급은 50건 이상 60건 미만이므로 계급값은 $\frac{50+60}{2}=$**55(건)**이다.

의/사/소/통

|출제 의도| 흔히 접할 수 있는 자료로 도수분포표를 만들어 봄으로써 통계의 편리함을 느낄 수 있도록 하기 위한 문제이다.

풀이| 1. 주제: 다양한 매체들로 인해 학생들의 독서량이 줄어들고 있다. 우리 반 친구들의 독서량은 어느 정도인지 알아보자.
2. 조사 대상: 우리 반 학생 30명
3. 조사 계획 및 방법: 설문지를 통해 하루 평균 독서 시간을 조사한다.
4. 도수분포표

하루 평균 독서 시간

독서 시간(분)	학생 수(명)
20 이상 ~ 30 미만	1
30 ~ 40	3
40 ~ 50	5
50 ~ 60	11
60 ~ 70	5
70 ~ 80	3
80 ~ 90	2
합계	30

5. 느낀 점: 독서 시간이 50분 이상 60분 미만인 학생들이 가장 많았다. 더 많은 독서 시간을 가질 수 있도록 다양한 독서 관련 프로그램이 만들어졌으면 좋겠다.

❶ 포표를 만들 때, 기는 동일하게 정 한다.

도수분포표에서 자료의 분포 상태를 파악하기 쉽게 하려면 계급의 크기를 적절히 정해야 한다.

오른쪽의 〈표 5〉는 〈표 3〉의 자료에서 계급의 크기를 30건으로 하여 만든 도수분포표이다.

〈표 5〉 문자 발송 건수

발송 건수(건)	학생 수(명)
20 이상 ~ 50 미만	13
50 ~ 80	17
합계	30

그런데 이 도수분포표는 계급의 개수가 너무 적어서 자료의 분포 상태를 파악하기 어렵다. 반대로 계급의 개수가 너무 많아도 주어진 자료의 분포 상태를 파악하기 다.

❷ 도수분포표를 만들 때 계급의 개수는 자료의 양에 따라 다르지만 보통 서 15개 정도가 되도록 계급의 크기를 정하는 것이 좋다.

문제 2 다음은 어느 학급의 학생 40명을 대상으로 5분 동안 훌라후프를 돌린 횟수를 조사하여 나타낸 것이다. 물음에 답하여라.



훌라후프를 돌린 횟수 (단위: 회)

152	194	102	153	146	118	155	96	221	142
161	190	182	133	127	184	135	161	101	201
146	116	177	161	197	142	179	168	207	183
212	122	153	149	184	175	97	112	135	162

(1) 오른쪽 도수분포표를 완성하여라.
(2) 도수가 가장 큰 계급을 말하여라.
(3) 훌라후프 기록이 135회인 학생이 속하는 계급의 계급값을 구하여라.
(4) 훌라후프 기록이 170회 이상인 학생은 전체의 몇 %인가?

훌라후프를 돌린 횟수

훌라후프 기록(회)	학생 수(명)
90 이상 ~ 110 미만	
110 ~ 130	
130 ~ 150	
150 ~ 170	
170 ~ 190	
190 ~ 210	
210 ~ 230	
합계	

본문 해설

❶ 계급의 크기를 모두 같게 하지 않으면 자료 전체의 분포 상태를 파악하기 어렵다. 따라서 특별한 목적이 있는 경우를 제외하고는 도수분포표에서 계급의 크기를 같게 한다.

❷ 〈표 4〉는 계급의 크기를 10건으로 하여 작성한 도수분포표로 계급의 개수는 6개이고, 〈표 5〉는 계급의 크기를 30건으로 하여 작성한 도수분포표로 계급의 개수는 2개이다. 그런데 계급의 개수가 너무 많거나 적으면 자료의 분포 상태를 파악하기 어렵다. 따라서 자료의 종류와 양에 따라 적절한 계급의 크기를 잡아서 계급의 개수를 5개에서 15개 정도로 하는 것이 좋다.

2

목표| 자료가 주어졌을 때, 정해진 계급의 크기로 도수분포표를 만들고 이를 이용하여 자료에 대한 여러 가지 사실을 알게 한다.

풀이|

(1) 훌라후프를 돌린 횟수

훌라후프 기록(회)	학생 수(명)
90 이상 ~ 110 미만	**4**
110 ~ 130	**5**
130 ~ 150	**8**
150 ~ 170	**9**
170 ~ 190	**7**
190 ~ 210	**5**
210 ~ 230	**2**
합계	**40**

(2) 도수가 가장 큰 것은 9명이고, 그 계급은 **150회 이상 170회 미만**이다.

(3) 훌라후프 기록이 135회인 학생이 속하는 계급은 130회 이상 150회 미만이므로 계급값은 $\frac{130+150}{2}=$**140(회)**이다.

(4) 170회 이상 190회 미만인 계급에 속하는 학생 수는 7명, 190회 이상 210회 미만인 계급에 속하는 학생 수는 5명, 210회 이상 230회 미만인 계급에 속하는 학생 수는 2명이다. 따라서 훌라후프 기록이 170회 이상인 학생은 모두 $7+5+2=14$(명)이므로 전체의 $\frac{14}{40}\times100=$**35(%)**이다.

지/도/자/료

주어진 자료를 도수분포표로 정리할 때, 다음과 같은 순서로 작성하면 편리함을 알게 한다.

❶ 주어진 자료에서 가장 작은 값과 가장 큰 값을 찾는다.
❷ 중복되지 않고 간격이 동일하도록 계급의 크기를 정한다. 이때 계급의 개수는 5~15개가 적당하다.
❸ 각 계급에 속하는 자료의 수를 조사한다.

이때 주어진 자료에서 가장 작은 값과 가장 큰 값을 찾아보는 것은 계급의 크기와 개수를 결정하는 데 꼭 필요한 과정이다.

창의력 기르기 참/고/자/료

맹도견은 영리하고 침착하며 사납지 않아야 한다. 또 주인이 손잡이를 잡았을 때 편안함을 느낄 수 있는 크기이며, 주인이 위험에 처했을 때 밀어내거나 잡아당겨서 위험으로부터 구할 수 있는 힘이 있어야 한다.
맹도견에 관한 자료는 한국장애인도우미견협회 홈페이지(http://www.helpdog.org)에서 찾아볼 수 있다.

교과서 164 쪽

도수분포표에서 평균을 어떻게 구하는가?



창의력 기르기 **맹도견**

시각 장애인을 인도하고 보호하도록 전문적으로 훈련된 개를 맹도견이라고 하는데 대표적인 종류로는 셰퍼드, 레트리버 등이 있다. 맹도견은 생후 약 1년 정도면 주인의 장애 상태에 맞춰 행동할 수 있도록 훈련을 받는다. 이때 역할을 잘 수행하기 위하여 적당한 무게와 크기를 유지해야 한다.

탐구 활동 **다음은 맹도견 30마리의 무게를 측정하여 기록한 것이다. 물음에 답하여 보자.**

맹도견의 무게 (단위: kg)

36	37	32	38	38	29	34	28	32	31
35	42	28	34	31	33	36	35	29	34
36	32	35	29	35	39	34	33	34	32



1 맹도견 30마리의 무게의 평균을 구하여 보자.

2 다음 도수분포표를 완성하여 보자.

맹도견의 무게

무게(kg)	27 이상 ~ 30 미만	30 ~ 33	33 ~ 36	36 ~ 39	39 ~ 42	42 ~ 45	합계
맹도견 수(마리)							30

❶ 활동에서 맹도견의 무게의 평균은

$$\frac{(\text{맹도견의 무게의 합})}{(\text{맹도견의 수})}$$

으로 구하면 된다.

이제 도수분포표로 정리된 자료의 평균을 구하는 방법을 알아보자.

〈표 6〉에서 27 kg 이상 30 kg 미만인 계급에 속하는 맹도견은 5마리인데 이들의 무게는

자료 전체의 평균
$(\text{평균})=\frac{(\text{변량의 총합})}{(\text{도수의 총합})}$

〈표 6〉 맹도견의 무게

무게(kg)	맹도견 수(마리)
27 이상 ~ 30 미만	5
30 ~ 33	6
33 ~ 36	11
36 ~ 39	6
39 ~ 42	1
42 ~ 45	1
합계	30

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 주어진 자료의 도수분포표를 작성하여 도수분포표에서 평균을 구할 수 있게 하려는 것이다.

1. (맹도견 30마리의 무게의 평균)

$$=\frac{(\text{맹도견 30마리의 무게의 합})}{30}$$

$$=\frac{1011}{30}$$

$$=\mathbf{33.7(kg)}$$

2. 맹도견의 무게

무게(kg)	27 이상 ~30 미만	30 ~33	33 ~36	36 ~39	39 ~42	42 ~45	합계
맹도견 수(마리)	**5**	**6**	**11**	**6**	**1**	**1**	30

본문 해설

❶ 평균은 자료 전체를 대표하는 값으로 자료 전체의 특징을 하나의 수로 나타낸 값이다. 한편 자료 전체의 평균은 다음과 같이 구한다는 것을 이미 초등학교에서 배웠다.

$$(\text{평균})=\frac{(\text{자료의 총합})}{(\text{자료의 개수})}$$

참고 | • (자료의 총합)=(평균)×(자료의 개수)
• 평균은 자료가 다른 경우를 비교할 때 이용된다. 또 평균을 이용하여 모르는 값을 구할 수도 있다.

지/도/자/료

평균 이외에 자료를 대표하는 값

(1) 중앙값(median): 자료를 크기순으로 나열했을 때, 가운데 위치하는 값

(2) 최빈값(mode): 자료를 나열했을 때, 가장 자주 나타나는 자료의 값

교과서 165 쪽

[illegible]적으로 얼마인지 알 수 없다.

❶ [illegible] 같은 경우에는 각 맹도견이 속하는 계급의 계급값을 그 맹도견의 무게로 [illegible]하고 평균을 구한다.

이를테면 〈표 6〉의 도수분포표에서 27 kg 이상 30 kg 미만인 계급의 계급값은

$$\frac{27+30}{2}=28.5(\text{kg})$$

이다. 이 계급값을 5마리 각각의 무게로 생각하면 이 계급에 속하는 5마리의 무게의 합은

$$28.5\times5=142.5(\text{kg})$$

이다.

이와 같은 방법으로 각 계급에 속하는 맹도견의 무게의 합을 계산하면 다음과 같은 표를 얻는다.

❷

맹도견의 무게

[illegible]계급(kg)	계급값(kg)	도수(마리)	(계급값)×(도수)
27 이상 ~30 미만	28.5	5	142.5
30 ~33	31.5	6	189
33 ~36	34.5	11	379.5
36 ~39	37.5	6	225
39 ~42	40.5	1	40.5
42 ~45	43.5	1	43.5
합계		30	1020

이때 (계급값)×(도수)의 총합은 변량의 총합이 되므로 이것을 도수의 총합으로 [illegible]어 평균을 구할 수 있다.

❸ [illegible]도견의 무게의 평균은 다음과 같다.

$$\frac{1020}{30}=34(\text{kg})$$

도수분포표에서 구한 평균은 자료의 대략적인 평균을 나타내는 것으로 실제 평균과 다를 수 있다.

일반적으로 도수분포표로 주어진 자료의 평균은 다음과 같이 구한다.

도수분포표에서의 평균

$$(\text{평균})=\frac{\{(\text{계급값})\times(\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수의 총합})}$$

❷ 보통 도수분포표에는 계급과 도수만 주어지므로 바로 평균을 구하는 것이 쉽지 않다. 따라서 (계급값)×(도수)의 칸을 만들어 평균을 구하면 편리하다.

계급	계급값	도수	(계급값)×(도수)
⋮	⋮	⋮	⋮
합계			

❸ 도수분포표에서 평균은 각 계급의 계급값과 그 계급의 도수의 곱의 총합을 도수의 총합으로 나누어 구한다. 이를 수식으로 나타내면 다음과 같다.

$$(\text{평균})=\frac{\{(\text{계급값})\times(\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수의 총합})}$$

도수분포표에서 구한 평균은 실제 자료의 값이 아니라 계급값을 사용하기 때문에 실제 평균과 다를 수 있다.
탐구 활동 1에서 구한 평균은 33.7 kg이고, 도수분포표에서 구한 평균은 34 kg으로 다르지만 간단한 방법으로 실제 자료의 평균에 근접한 값을 구할 수 있으므로 보다 쉽고 합리적이다.

본문 해설

❶ 자료의 개수가 많을 때에는 그 자료를 일일이 나열할 수 없으므로 도수분포표만 제시하는 경우가 있다. 이 경우에는 도수분포표로부터 직접 평균을 구할 수 있다. 원래 평균은 변량의 총합을 변량의 개수로 나누어 구하지만 도수분포표에서는 정확한 변량을 알 수 없으므로 각 계급값을 변량으로 생각하여 계산한다.
예를 들어 27 kg 이상 30 kg 미만인 계급에 속하는 자료는 모두 28.5 kg으로 생각하고, 30 kg 이상 33 kg 미만인 계급에 속하는 자료는 모두 31.5 kg으로 생각하여 평균을 구한다.

지/도/자/료

1. 도수분포표에서 계급의 크기를 줄이면 줄일수록 실제 자료의 평균과도 차이가 줄어든다는 것을 이해하게 한다. 하지만 계급의 크기를 너무 작게 해서 계급을 많이 만들면 자료의 분포 상태를 파악하기 어려우므로 적당한 크기를 잡을 수 있도록 지도한다.

2. 평균(平均, mean)에는 산술평균, 기하평균, 조화평균 등이 있는데 평균이라고 하면 보통 산술평균을 말한다.

3

목표| 도수분포표에서 주어진 자료의 평균을 구할 수 있게 한다.

풀이| 주어진 자료로부터 다음과 같은 표를 얻는다.

미세 먼지 농도

계급 ($\mu g/m^3$)	계급값 ($\mu g/m^3$)	도수 (개)	(계급값) × (도수)
50 이상 ~ 60 미만	55	2	110
60 ~ 70	65	4	260
70 ~ 80	75	4	300
80 ~ 90	85	2	170
90 ~ 100	95	1	95
100 ~ 110	105	2	210
110 ~ 120	115	1	115
합계		16	1260

따라서 평균은

$$\frac{1260}{16}=78.75(\mu g/m^3)$$

이다.

교과서 166 쪽

예제 1



오른쪽 도수분포표는 용화네 중학교 1학년 학생 40명의 충치 수를 조사하여 나타낸 것이다. 이 표를 보고, 충치 수의 평균을 구하여라.

충치 수

충치 수(개)	학생 수(명)
0 이상 ~ 2 미만	10
2 ~ 4	16
4 ~ 6	9
6 ~ 8	3
8 ~ 10	2
합계	40

● 풀이 주어진 자료로부터 다음과 같은 표를 얻는다.

충치 수

계급(개)	계급값(개)	도수(명)	(계급값)×(도수)
0 이상 ~ 2 미만	1	10	10
2 ~ 4	3	16	48
4 ~ 6	5	9	45
6 ~ 8	7	3	21
8 ~ 10	9	2	18
합계		40	142

따라서 구하는 평균은 $\frac{142}{40}=3.55$(개)이다.

답 ● 3.55개

문제 3



다음 도수분포표는 어느 날 우리나라 16개 도시의 공기 중 미세 먼지 농도를 측정하여 나타낸 것이다. 이 표를 보고, 미세 먼지 농도의 평균을 구하여라.



● 미세 먼지 농도가 1 $\mu g/m^3$라는 것은 가로, 세로, 높이가 모두 1 m인 공간 안에 먼지가 $\frac{1}{100만}$ g이 포함되어 있다는 뜻이다.

미세 먼지 농도

미세 먼지 농도($\mu g/m^3$)	도시 수(개)
50 이상 ~ 60 미만	2
60 ~ 70	4
70 ~ 80	4
80 ~ 90	2
90 ~ 100	1
100 ~ 110	2
110 ~ 120	1
합계	16

<자료: 에어코리아, www.airkorea.or.kr>

읽/기/자/료 미세 먼지

미세 먼지는 우리 눈에 보이지 않을 정도로 가늘고 작은 먼지 입자로 지름의 길이가 10 μm 이하이다. 사람의 폐포까지 깊숙하게 침투해서 각종 호흡기 질환의 직접적인 원인이 되며 우리 몸의 면역 기능을 떨어뜨린다.

연소 작용에 의하여 발생되므로 황산염, 질산염, 암모니아 등의 이온 성분과 금속 화합물, 탄소 화합물 등 유해 물질로 이루어져 있다. 대도시의 미세 먼지는 70 % 이상이 자동차 배기가스에서 나오는데 일반 먼지보다 더욱 엄격하게 규제하고 있다.

우리나라에서는 대기 환경 기준으로 미세 먼지는 24시간 평균치 100 $\mu g/m^3$ 이하, 연간 평균치 50 $\mu g/m^3$ 이하로 규정하고 있다.

기/초/력 향상 문제

다음 도수분포표는 어느 중학교 1학년 학생 40명의 하루 텔레비전 시청 시간을 조사하여 나타낸 것이다. 이 표를 완성하고, 평균을 구하여라.

텔레비전 시청 시간

계급(시간)	계급값(시간)	도수(명)	(계급값) × (도수)
0 이상 ~ 1 미만		7	
1 ~ 2		14	
2 ~ 3		12	
3 ~ 4		4	
4 ~ 5		3	
합계		40	

답
- 계급값: 0.5, 1.5, 2.5, 3.5, 4.5
- (계급값) × (도수): 3.5, 21, 30, 14, 13.5
- (계급값)×(도수)의 합계: 82
- 평균: 2.05시간

교과서 167 쪽



문제해결 인터넷으로 최근 1년 동안 K-리그 축구팀들의 득점수를 각각 조사하여 도수분포표를 만들어 보고, 득점수의 평균을 구하여 보자.

계산기의 활용 평균을 구하여 보자.

계산기는 제품에 따라 성능과 사용 방법이 조금씩 다르지만 주요 기능들은 비슷하다. 계산기를 이용하여 도수분포표에서 평균을 구하여 보자.



1. 메모리 기능 사용하기

복잡한 계산을 하기 위해서는 먼저 몇 가지 버튼의 기능을 알아두어야 한다.

[M+] : M은 memory의 약자이고, +는 memory에 더하라는 뜻이다.

[M−] : memory에서 빼라는 뜻이다.

[MR] (또는 [MRC]): memory에 저장된 내용을 불러오라는 뜻이다.

[AC] : All Clear의 약자로, 저장된 내용을 지우라는 뜻이다.

[+/−] : 표시창에 나타난 수의 부호를 바꾸라는 뜻이다.

예를 들어 $5.12\times4-2.43\div3$의 값을 구하려면 다음 순서대로 버튼을 누른다.

[5] [•] [1] [2] [×] [4] [M+] → 20.48

[2] [•] [4] [3] [÷] [3] [M−] → 0.81

[MR] → 19.67

❶ **를 이용하여 도수분포표에서 평균 구하기**

예제 1의 도수분포표에서 계산기를 이용하여 평균을 구하려면 다음과 같은 순서로 하면 된다.

❶ [1], [×], [1], [0]을 차례로 누른 후 [M+]를 누른다.

❷ ❶과 같은 방법으로

$$3\times16,\ 5\times9,\ 7\times3,\ 9\times2$$

를 계산한다.

❸ [MR]를 누른 후 [÷], [4], [0]을 차례로 눌러 평균을 구한다.

문/제/해/결

|출제 의도| 실생활 자료를 활용하여 도수분포표를 만들어 보고, 도수분포표에서의 평균을 구할 수 있도록 하기 위한 문제이다.

풀이| 다음 도수분포표는 2011년 K-리그 축구팀들의 득점수를 조사하여 나타낸 것이다.

K-리그 축구팀들의 득점수

득점수(골)	도수(팀)
10 이상 ~ 20 미만	1
20 ~ 30	0
30 ~ 40	7
40 ~ 50	4
50 ~ 60	3
60 ~ 70	1
합계	16

이 도수분포표로부터 다음과 같은 표를 얻는다.

K-리그 축구팀들의 득점수

계급(골)	계급값(골)	도수(팀)	(계급값)×(도수)
10 이상 ~ 20 미만	15	1	15
20 ~ 30	25	0	0
30 ~ 40	35	7	245
40 ~ 50	45	4	180
50 ~ 60	55	3	165
60 ~ 70	65	1	65
합계		16	670

따라서 구하는 평균은

$$\frac{670}{16}=41.875(\text{골})$$

이다.

참고| 한국프로축구연맹 홈페이지(http://www.kleague.com)에 접속하면 최근 1년 동안 축구팀들의 득점수에 관한 자료를 얻을 수 있다.

본문 해설

❶ 오른쪽 도수분포표를 보고, 계산기를 이용하여 평균을 구하려면 다음과 같은 순서로 하면 된다.

성적(점)	학생 수(명)
50 이상 ~ 60 미만	1
60 ~ 70	4
70 ~ 80	10
80 ~ 90	16
90 ~ 100	9
합계	40

[5] [5] [×] [1] [M+]

[6] [5] [×] [4] [M+]

[7] [5] [×] [1] [0] [M+]

[8] [5] [×] [1] [6] [M+]

[9] [5] [×] [9] [M+]

[MR] [÷] [4] [0] [=]

따라서 구하는 평균은 82점이다.

1-3 히스토그램과 도수분포다각형

소단원 지도 목표

① 히스토그램의 뜻을 알고, 자료를 히스토그램으로 나타낼 수 있게 한다.

② 도수분포다각형의 뜻을 알고, 자료를 도수분포다각형으로 나타낼 수 있게 한다.

③ 히스토그램과 도수분포다각형으로 나타낸 자료의 특징을 해석할 수 있게 한다.

교과서 168 쪽

1-3 히스토그램과 도수분포다각형

● 주어진 자료를 히스토그램과 도수분포다각형으로 나타내고, 이를 해석할 수 있다.

히스토그램을 어떻게 그리는가?



창의력 기르기

소음 측정 단위

데시벨(dB)은 단순히 소리의 크기만을 나타내는 단위인 데 비하여 웨클(WECPNL)은 주변의 소리가 우리에게 어느 정도 영향을 미치는지를 나타내는 단위이다.
특히 웨클은 항공기의 소음도를 측정할 때 이용되는 단위인데, 항공기의 소음도가 75 웨클 이상이면 소음 피해 예상 지역에 해당한다.

탐구 활동

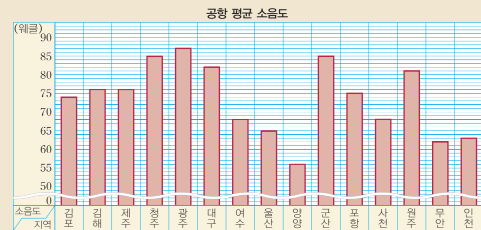
다음은 2010년 우리나라 공항의 평균 소음도를 조사하여 표와 막대그래프로 나타낸 것이다. 물음에 답하여 보자.

공항 평균 소음도 (단위: 웨클)

지역	김포	김해	제주	청주	광주	대구	여수	울산	양양	군산	포항	사천	원주	무안	인천
소음도	74	76	76	85	87	82	68	65	56	85	75	68	81	62	63

〈자료: 환경부〉

공항 평균 소음도



1 표와 막대그래프 중에서 각 공항의 소음도를 알기에 더 편리한 것은 무엇인지 말하여 보자.

2 표와 막대그래프 중에서 각 공항의 소음도를 비교하기에 더 편리한 것은 무엇인지 말하여 보자.

교수 · 학습상의 유의점

1. 히스토그램은 막대그래프와 모양이 비슷하여 혼동하기 쉽다. 그러나 이산적인 양에는 막대그래프를, 연속적인 양에는 히스토그램을 이용하여 나타낼 수 있음을 알게 한다.

2. 도수분포다각형은 히스토그램에서 양 끝에 도수가 0인 계급이 하나씩 더 있는 것으로 생각하고 각 계급의 직사각형에서 윗변의 가운데 점을 차례로 선분으로 이어 그래프가 가로축과 만나도록 그리게 한다.

3. 히스토그램과 도수분포다각형을 이용하여 자료의 전체적인 분포 상태 등과 같은 자료의 특징을 해석할 수 있음을 알게 한다.

새로 나온 용어와 기호

• 히스토그램(histogram)
• 도수분포다각형(度數分布多角形, frequency distribution polygon)

창의력 기르기 참 / 고 / 자 / 료

웨클은 항공기 소음의 평가 단위로 항공기가 이착륙할 때 발생하는 소음도에 운항 횟수, 시간대, 소음의 최대치 등에 가중치를 반영하여 종합 평가한다. 산출 방법은 항공기 통과 시 최고 소음도의 dB 평균치에 항공기가 통과한 시간대별 가중치를 더한다. 즉, 저녁 시간(오후 7∼10시)은 3배, 심야 시간(오후 10시∼익일 오전 7시)은 10배의 가중치를 부여한다.
웨클에 대한 자료는 통계청이나 환경부 또는 국제민간항공기구(International Civil Aviation Organization, http://www.icao.int)에서 얻을 수 있다.

교과서 169 쪽

❶ 활동에서 자료를 표로 나타내는 것보다 막대그래프로 나타내는 것이 자료 비교하기 쉬움을 알 수 있다.

이제 도수의 분포 상태를 보다 쉽게 알아볼 수 있도록 도수분포표를 그래프로 나타내어 보자.

다음 〈표 7〉은 탐구 활동의 자료를 도수분포표로 나타낸 것이다.

〈표 7〉 공항 평균 소음도

소음도 (웨클)	51 이상 ~ 57 미만	57 ~ 63	63 ~ 69	69 ~ 75	75 ~ 81	81 ~ 87	87 ~ 93	합계
지역 수 (개)	1	1	4	1	3	4	1	15

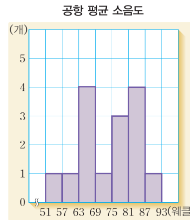
이때 도수분포표는 변량이 연속적이기 때문에 탐구 활동처럼 변량이 하나의 지역이나 수로 표시되는 막대그래프의 형태로 나타내는 것은 적당하지 않다.

오른쪽 그래프는 〈표 7〉의 도수분포표를 다음 순서에 따라 그린 것이다.

❶ 가로축에 각 계급의 양 끝 값을 차례로 써넣는다.

❷ 세로축에 도수를 써넣는다.

❸ 각 계급의 크기를 가로로, 도수를 세로로 하는 직사각형을 차례로 그린다.



❷ 같이 그린 그래프를 **히스토그램**이라고 한다.

히스토그램(histogram)은 역사를 뜻하는 history와 기록을 뜻하는 접미어 -gram의 합성어이다.

히스토그램은 각 계급에 속하는 자료의 수가 많고 적음을 한눈에 알아보기 쉽다.

❸ 토그램의 각 직사각형에서 가로의 길이인 계급의 크기가 모두 같으므로 각 각형의 넓이는 세로의 길이인 계급의 도수에 정비례한다.

주의 히스토그램을 그릴 때 주의할 점
(1) 계급의 크기가 모두 같으므로 직사각형의 가로의 길이를 모두 같게 그린다.
(2) 변량이 연속적이기 때문에 직사각형들을 서로 연결이 되도록 그린다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 주어진 자료를 표와 그래프로 나타냈을 때 편리한 점과 불편한 점을 찾아봄으로써 그래프의 필요성을 알게 하려는 것이다.

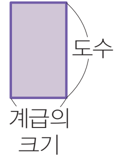
1. 각 공항의 소음도를 알기에 더 편리한 것은 **표**로 나타낸 경우이다.

2. 각 공항의 소음도를 비교하기에 더 편리한 것은 **막대그래프**로 나타낸 경우이다.

본문 해설

❶ 주어진 자료를 도수분포표로 나타내고, 그것을 그래프로 나타냈을 때 그래프가 표보다 자료 전체의 분포 상태를 보다 쉽게 알아볼 수 있다는 장점이 있다.

❷ 히스토그램은 도수분포표의 각 계급의 크기를 가로로, 도수를 세로로 하는 직사각형으로 자료의 양을 나타낸 그래프이다.



❸ 히스토그램의 각 직사각형에서 가로의 길이인 계급의 크기는 일정하므로 직사각형의 넓이는 각 계급의 도수에 비례함을 알 수 있다. 즉,

(직사각형의 넓이)
=(각 계급의 크기)×(그 계급의 도수)
(직사각형의 넓이의 합)
=(계급의 크기)×(도수의 총합)

지/도/자/료

히스토그램은 초등학교에서 배운 막대그래프와 모양이 비슷하기 때문에 학생들이 혼동하는 경우가 있으므로 다음과 같이 히스토그램과 막대그래프를 비교하여 지도한다.

(1) 히스토그램은 가로축에 각 계급의 양 끝 값을 쓰지만 막대그래프는 수의 값이나 이름을 막대 밑에 쓴다. 이때 히스토그램은 가로축에 수량을 나타내지만 막대그래프는 반드시 수량을 나타내는 것은 아니다.

(2) 계급의 크기가 없을 때에는 막대로 띄엄띄엄 나타내는 막대그래프가 편리하고, 계급이 일정한 크기로 연속적으로 나누어져 있을 때에는 히스토그램이 편리하다. 즉, 막대그래프는 변량이 이산적일 때 적당하고, 연속적인 변량에 대해서는 히스토그램이 적당하다.
예를 들어 수면 시간, 컴퓨터 사용 시간 등을 조사하는 경우는 자료가 연속적으로 나타나므로 히스토그램을 이용하는 것이 좋고, 학생들이 좋아하는 과일을 조사하는 경우는 자료가 이산적으로 나타나므로 막대그래프를 이용하는 것이 좋다.

(3) 히스토그램은 직사각형의 밑변을 1로 생각할 때, 직사각형의 넓이가 도수를 나타내고, 막대그래프는 막대의 높이가 도수를 나타낸다.

목표| 히스토그램을 보고, 자료의 특징을 파악할 수 있게 한다.

풀이| (1) $(\text{계급값})=\dfrac{(\text{계급의 양 끝 값의 합})}{2}$

이므로 계급값이 260종인 계급은 240종 이상 280종 미만이고, 그 도수는 **9년**이다.

(2) 천연기념물의 종 수가 7번째로 많았던 연도는 종 수가 많은 계급에서부터 7번째이다. 이때 360종 이상 400종 미만인 계급의 도수는 5년이고, 320종 이상 360종 미만인 계급의 도수는 6년이므로 **320종 이상 360종 미만**인 계급에 해당한다.

(3) 먼저 각 계급의 계급값을 구하면 차례로 180종, 220종, 260종, 300종, 340종, 380종이다. 따라서 평균은 다음과 같다.

$$\frac{180\times5+220\times2+260\times9+300\times7+340\times6+380\times5}{34}$$

$$=\frac{9720}{34}=285.88\cdots(\text{종})$$

소수 둘째 자리에서 반올림하여 구하면 **285.9종**이다.

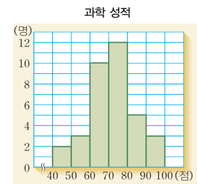
교과서 170 쪽

예제 1 오른쪽 도수분포표는 민정이네 반 학생 35명의 과학 성적을 조사하여 나타낸 것이다. 이것을 히스토그램으로 나타내어라.

과학 성적

과학 성적(점)	학생 수(명)
40 이상 ~ 50 미만	2
50 ~ 60	3
60 ~ 70	10
70 ~ 80	12
80 ~ 90	5
90 ~ 100	3
합계	35

● 풀이 ❶ 가로축에 계급의 양 끝 값 40, 50, ⋯, 90, 100을 써넣는다.
❷ 세로축에 도수를 써넣는다.
❸ 각 계급의 크기를 가로, 도수를 세로로 하여 직사각형을 차례대로 그린다.
따라서 히스토그램은 오른쪽 그림과 같다.



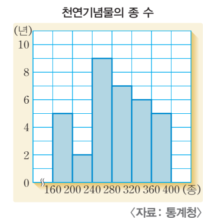


▼ 천연기념물 제317호 당진 송산면 회화나무

문제 | 오른쪽 그림은 1977년부터 2010년까지 34년 동안 천연기념물의 종 수를 조사하여 히스토그램으로 나타낸 것이다. 다음 물음에 답하여라.

(1) 계급값이 260종인 계급의 도수를 말하여라.
(2) 천연기념물의 종 수가 7번째로 많았던 연도가 속하는 계급을 말하여라.
(3) 히스토그램을 이용하여 천연기념물의 종 수의 평균을 구하여라. (단, 소수 둘째 자리에서 반올림한다.)

천연기념물은 개체 수에 따라서 천연기념물로 등록되거나 해제된다.



〈자료: 통계청〉

지/도/자/료

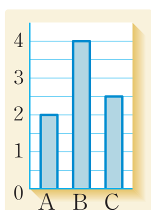
1. 통계의 그래프에 대하여 다음과 같이 두 가지 관점에서 생각할 수 있다.

(1) 통계적 지식이 없는 사람도 그 분포의 특성을 쉽게 알아볼 수 있도록 고안된 그래프: 막대그래프, 꺾은선그래프, 그림그래프, 띠그래프, 원그래프

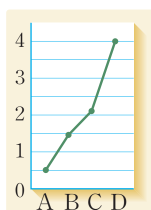
(2) 통계적 분석을 위하여 그리는 그래프: 히스토그램, 도수분포다각형

2. 초등학교에서 자료를 더욱 쉽게 알아볼 수 있도록 그래프로 나타낼 때에는 자료의 성질에 따라 막대그래프, 꺾은선그래프, 그림그래프, 띠그래프, 원그래프 등을 이용하였다.

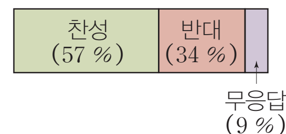
(1) 막대그래프



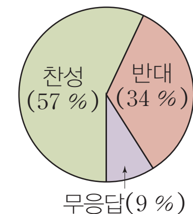
(2) 꺾은선그래프



(3) 띠그래프



(4) 원그래프

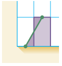


읽/기/자/료 통계

통계는 영어로 statistics라고 하는데, 이 말의 어원은 '국가' 또는 '상태'라는 뜻의 state라고 한다. 통계는 한자로 '統計'라고 쓰는데 여기서 '統'은 여럿을 하나로 합친다는 뜻이고 '計'는 셈한다는 뜻이다. 이때 '統'은 다스린다는 뜻도 있다. 따라서 '통계'라는 글자는 여럿을 모아 셈을 한다는 뜻도 되고, 다스리기 위해 셈을 한다는 뜻으로도 풀이할 수 있다. 어떤 의미든지 통계는 집단의 상태를 조사하여 미래를 예측하는 것이 주요 목표가 되는 학문이다.

도수분포다각형을 어떻게 그리는가?

❷ …포다각형의 넓이 …그램의 직사각형 들의 넓이의 합은 같다.

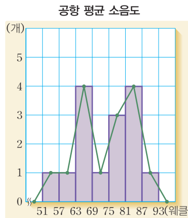


오른쪽 그림은 탐구 활동의 공항 평균 소음도에 대한 히스토그램에서 각 직사각형의 윗변의 가운데 점을 차례로 선분으로 연결한 것이다.

이때 양 끝은 도수가 0인 계급이 하나씩 더 있… 것으로 생각하여 그 가운데 점과 연결한다.

❶ … 같이 그린 다각형 모양의 그래프를 …**분포다각형**이라고 한다.

도수분포다각형은 히스토그램과 마찬가지로 자료의 분포 상태를 쉽게 파악할 수 있다.



문제 2 다음 도수분포표는 어느 중학교 1학년 여학생 40명의 100 m 달리기 기록을 조사하여 나타낸 것이다. 이것을 도수분포다각형으로 나타내어라.

100 m 달리기 기록

기록(초)	학생 수(명)
14 이상 ~ 16 미만	7
16 ~ 18	14
18 ~ 20	10
20 ~ 22	5
22 ~ 24	4
합계	40



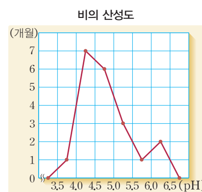
문제 3 오른쪽 그림은 20개월 동안 한 도시에 내린 비의 월평균 산성도(pH)를 측정하여 도수분포다각형으로 나타낸 것이다. 다음 물음에 답하여라.

수소 이온 농도 지수를 나타내는 pH는 potential of Hydrogen의 약자이다.

(1) 월평균 산성도가 4.5 pH 이상 5.0 pH 미만인 비가 내린 것은 몇 개월인가?

(2) 도수가 가장 큰 계급의 계급값을 구하여라.

(3) 월평균 산성도가 5.5 pH 미만인 개월 수는 전체의 몇 %인가?

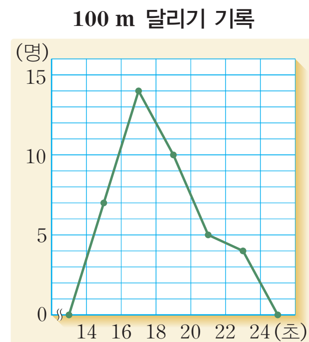


주의| 도수분포다각형을 그릴 때 히스토그램의 각 직사각형의 윗변의 가운데 점이 아닌 왼쪽이나 오른쪽 점을 기준으로 그리지 않도록 한다.

2

목표| 도수분포표를 이용하여 도수분포다각형을 그릴 수 있게 한다.

풀이| 주어진 도수분포표를 이용하여 다음과 같은 도수분포다각형을 그릴 수 있다.

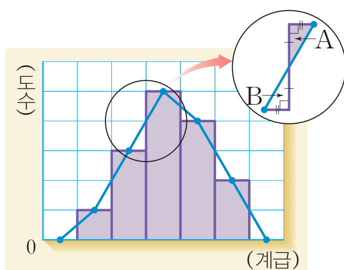


참고| 도수분포다각형의 꼭짓점의 좌표 $(a,\ b)$에서 a는 계급값, b는 도수이다.

본문 해설

❶ 도수분포표를 그래프로 나타내는 방법에는 히스토그램과 도수분포다각형이 있다. 히스토그램은 직사각형 모양의 그래프이고 도수분포다각형은 다각형 모양의 그래프이다. 히스토그램과 마찬가지로 도수분포다각형도 자료의 분포 상태를 쉽게 파악할 수 있다.

❷



위의 그림에서 두 직각삼각형 A와 B는 밑변의 길이와 높이가 각각 같으므로 그 넓이가 같다. 따라서 히스토그램의 직사각형들의 넓이의 합은 도수분포다각형과 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이와 같다.

3

목표| 도수분포다각형을 보고, 자료의 특징을 파악하고 해석하여 원하는 정보를 얻을 수 있게 한다.

풀이| (1) 도수분포다각형에서 4.5 pH 이상 5.0 pH 미만인 계급의 도수는 **6개월**이다.

(2) 도수분포다각형에서 도수가 가장 큰 계급은 4.0 pH 이상 4.5 pH 미만이므로 구하는 계급값은

$\frac{4.0+4.5}{2}=\mathbf{4.25(pH)}$이다.

(3) 3.5 pH 이상 4.0 pH 미만, 4.0 pH 이상 4.5 pH 미만, 4.5 pH 이상 5.0 pH 미만, 5.0 pH 이상 5.5 pH 미만인 계급의 도수를 모두 더하면

$1+7+6+3=17$(개월)이므로 전체의

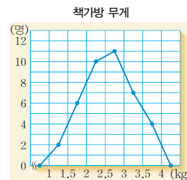
$\frac{17}{20}\times100=\mathbf{85(\%)}$이다.

교과서 172 쪽



문제 4

오른쪽 그림은 진희네 반 학생들의 책가방 무게를 조사하여 도수분포다각형으로 나타낸 것이다. 이것을 이용하여 도수분포다각형에 대한 여러 가지 문제를 만들어 보아라.

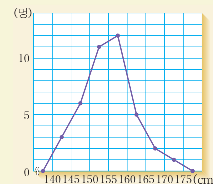


창의 UP

다음은 수진이네 중학교 1학년 학생들의 키를 조사하여 도수분포표와 도수분포다각형으로 나타낸 것이다. 이와 같은 자료에 대한 두 가지 표현은 각각 자료의 어떤 내용을 알고 싶을 때 편리한지 설명하여라.

학생들의 키

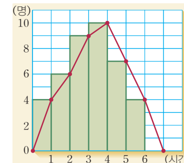
키(cm)	학생 수(명)
140 이상 ~ 145 미만	3
145 ~ 150	6
150 ~ 155	11
155 ~ 160	12
160 ~ 165	5
165 ~ 170	2
170 ~ 175	1
합계	40







오른쪽 그림은 지윤이가 같은 반 친구들의 하루 평균 인터넷 사용 시간에 대한 도수분포다각형을 그린 것이다. 지윤이가 그린 그래프에서 잘못된 부분을 말하여 보자.



4

|출제 의도| 도수분포다각형을 보고, 자료의 분포 상태를 파악하는 것을 연습하기 위한 문제이다.

예시| (1) 책가방의 무게가 가벼운 쪽에서 7번째인 학생이 속하는 계급의 계급값을 구하여라.

(2) 도수가 가장 큰 계급과 도수가 가장 작은 계급의 계급값의 차를 구하여라.

(3) 도수분포다각형을 보고, 진희네 반 학생들의 책가방의 평균 무게를 구하여라.

풀이| (1) 책가방의 무게가 가벼운 쪽에서 7번째인 학생이 속하는 계급은 1.5 kg 이상 2 kg 미만이므로 계급값은 $\frac{1.5+2}{2}=1.75(\text{kg})$이다.

(2) 도수가 가장 큰 계급은 2.5 kg 이상 3 kg 미만이므로 계급값은 2.75 kg이고, 도수가 가장 작은 계급은 1 kg 이상 1.5 kg 미만이므로 계급값은 1.25 kg이다.
따라서 두 계급값의 차는 $2.75-1.25=1.5(\text{kg})$이다.

(3) 진희네 반 학생들의 책가방의 평균 무게를 구하면 다음과 같다.

$$\frac{1.25\times2+1.75\times6+2.25\times10+2.75\times11+3.25\times7+3.75\times4}{40}$$

$$=\frac{103.5}{40}=2.5875(\text{kg})$$

창의 UP

|출제 의도| 도수분포표와 도수분포다각형의 차이점을 알도록 하기 위한 문제이다.

풀이| 도수분포표는 자료의 평균을 구하기 쉽지만 자료 전체의 분포 상태를 파악하기가 쉽지 않다. 반면 도수분포다각형은 도수가 가장 큰 계급, 도수가 가장 작은 계급 등을 찾기 쉽다. 즉, 도수의 분포 상태를 쉽게 파악할 수 있다. 그러나 평균을 구하는 것은 도수분포표보다 쉽지 않다.

참고| 히스토그램과 도수분포다각형은 그림의 형태만 다를 뿐 같은 성질을 지니고 있으므로 도수분포표와 히스토그램의 장단점은 도수분포표와 도수분포다각형의 장단점과 같다.

의/사/소/통

|출제 의도| 도수분포다각형을 그리는 방법을 이해하였는지 확인하기 위한 문제이다.

풀이| 도수분포다각형은 히스토그램에서 각 직사각형의 윗변의 가운데 점을 차례로 선분으로 연결한 것이다. 그러나 지윤이가 그린 그래프는 히스토그램의 윗변의 오른쪽 점을 연결한 것이므로 옳지 않다.

1-4 상대도수와 그래프

● 상대도수를 구하여 이를 그래프로 나타내고, 상대도수의 분포를 이해한다.

상대도수의 분포를 이해하는가?

창의력 기르기

등교 시간

"소아청소년의학(APAM)"이라는 전문지에 10대 청소년들의 등교 시간을 30분 늦추었더니 긍정적인 효과를 보았다는 연구 결과가 발표되어 화제를 모았다. 이 연구에 따르면 수업 집중력이 좋아지고 낮잠은 49 %에서 20 %로 감소하고 아침을 먹게 되었다는 학생이 2배 이상 늘었다고 한다.



탐구 활동

오른쪽 도수분포표는 어느 중학교 1학년 농구반 학생 50명과 1학년 전체 학생 400명의 등교할 때 걸리는 시간을 조사하여 나타낸 것이다. 다음 물음에 답하여 보자.

1 1학년 농구반 학생 중 등교할 때 걸리는 시간이 10분 미만인 학생은 몇 %인가?

2 1학년 전체 학생 중 등교할 때 걸리는 시간이 10분 미만인 학생은 몇 %인가?

〈표 8〉 등교할 때 걸리는 시간

시간(분)	학생 수(명)	
	1학년 농구반	1학년 전체
0 이상 ~ 10 미만	4	28
10 ~ 20	9	80
20 ~ 30	15	128
30 ~ 40	13	96
40 ~ 50	8	64
50 ~ 60	1	4
합계	50	400

❶ [illegible]포표에서 각 계급 [illegible] 쉽게 알 수 있지[illegible]만, 각 계급의 도수가 전체에서 차지하는 비율은 한눈에 알기 어렵다.

탐구 활동에서 등교할 때 걸리는 시간이 0분 이상 10분 미만인 학생 수는 1학년 농구반에서 4명, 1학년 전체에서 28명이다. 이때 학생 수가 1학년 농구반은 50명, 1학년 전체는 400명이므로 4명과 28명을 그대로 비교하는 것은 의미가 없다.

이와 같은 경우에는 도수 대신 도수의 합계에 대한 각 계급의 도수의 비율을 구하여 그 값을 비교한다.

1-4 상대도수와 그래프

소단원 지도 목표

① 상대도수의 분포를 이해하고, 상대도수를 구할 수 있게 한다.
② 상대도수의 분포를 그래프로 나타낼 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 두 자료의 도수의 총합이 다른 경우에는 전체 도수에 대한 각 계급의 도수의 비율인 상대도수를 이용하여 비교할 수 있음을 알게 한다.

2. 상대도수의 분포표에서 각 계급의 상대도수의 합은 반드시 1이 됨을 이해하게 한다.

3. 복잡한 계산은 계산기나 계산용 소프트웨어를 사용할 수 있도록 한다.

새로 나온 용어와 기호

• 상대도수(相對度數, relative frequency)

창의력 기르기 참/고/자/료

미국 소아청소년의학 저널 "Archives of Pediatrics & Adolescent Medicine"에 따르면 청소년들의 등교 시간을 30분 늦추었더니 지각이 줄어들 뿐만 아니라 학습 집중도가 높아지고 건강한 아침 식사를 하는 등 여러 가지 긍정적인 효과가 있다는 연구 결과가 나왔다고 한다. 등교 시간을 늦춤으로써 학생들의 수면, 정서, 행동에 좋은 영향을 미친다는 것이다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 도수의 합이 다른 두 집단의 자료를 비교하여 봄으로써 상대도수의 필요성을 알게 하려는 것이다.

1. 1학년 농구반 학생 중 등교할 때 걸리는 시간이 10분 미만인 학생은 모두 4명이므로

$$\frac{4}{50}\times 100=8(\%)\text{이다.}$$

2. 1학년 전체 학생 중 등교할 때 걸리는 시간이 10분 미만인 학생은 모두 28명이므로 $\frac{28}{400}\times 100=7(\%)$이다.

본문 해설

❶ 전체 도수에 대한 어떤 계급의 도수의 비율은

$$\frac{(\text{각 계급의 도수})}{(\text{전체 도수})}$$

로 나타내며 보통 소수로 표현한다. 한편 탐구 활동에서와 같이 도수분포표의 도수만 보고, 등교할 때 걸리는 시간이 10분 미만인 학생이 각 집단에서 어느 정도 비중을 차지하는지 알기에는 불편하다.

본문 해설

❶ 자료의 총수가 서로 다른 두 집단에서 자료의 분포 상태를 도수분포표로 비교하는 것은 쉽지 않다. 이때에는 전체 도수에 대한 각 계급의 도수의 비율인 상대도수를 이용하여 비교한다.
상대도수는 시청률, 투표율 등 총도수보다는 전체에서 차지하는 비율을 확인하는 경우에 유용하고, 두 자료를 비교할 때 의미가 있다.

❷ 상대도수를 나타낸 표는 도수를 비율로 나타낸 것이므로 표의 구성 원리는 도수분포표와 비슷하다.

참고| 상대도수의 성질

(1) $0 \le$ (상대도수) ≤ 1

(2) (상대도수의 합) $=1$

(3) 상대도수는 그 계급의 도수에 정비례한다.

(4) (어떤 계급의 도수)
$=$(그 계급의 상대도수) $\times$ (전체 도수)

(5) (전체 도수) $= \dfrac{\text{(각 계급의 도수)}}{\text{(각 계급의 상대도수)}}$

교과서 174 쪽

즉, 1학년 농구반과 1학년 전체에서 등교할 때 걸리는 시간이 0분 이상 10분 미만인 학생의 비율은 각각 $\frac{4}{50}=0.08$, $\frac{28}{400}=0.07$이다.

따라서 등교할 때 걸리는 시간이 0분 이상 10분 미만인 학생의 비율은 1학년 농…의 경우가 1학년 전체에 비하여 높음을 알 수 있다.

❶ …같이 도수의 합계에 대한 각 계급의 도수의 비율을 그 계급의 **상대도수**라 …한다.

$$\text{(어떤 계급의 상대도수)} = \frac{\text{(그 계급의 도수)}}{\text{(전체 도수)}}$$

이때 상대도수의 합은 자료에 관계없이 항상 1이다.

● 상대도수는 백분율(%)로 나타내기도 한다.

● 반올림하여 상대도수를 구한 경우에는 상대도수의 합이 1이 되지 않을 수도 있다.

예 제 1

〈표 8〉의 도수분포표에서 각 계급의 상대도수를 구하여 오른쪽 표를 완성하고, 등교할 때 걸리는 시간이 10분 이상 20분 미만인 학생의 비율은 어느 쪽이 더 높은지 말하여라. ❷

등교할 때 걸리는 시간

간(분)	상대도수	
	1학년 농구반	1학년 전체
0 이상 ~ 10 미만		
10 ~ 20		
20 ~ 30		
30 ~ 40		
40 ~ 50		
50 ~ 60		
합계		

● 풀이 각 계급의 도수를 전체 도수로 나누어 정리하면 오른쪽 표와 같다.
이때 10분 이상 20분 미만인 계급에서 1학년 농구반의 상대도수는 0.18, 1학년 전체의 상대도수는 0.2이므로 등교할 때 걸리는 시간이 10분 이상 20분 미만인 학생의 비율은 1학년 전체가 높다고 할 수 있다.

등교할 때 걸리는 시간

시간(분)	상대도수	
	1학년 농구반	1학년 전체
0 이상 ~ 10 미만	0.08	0.07
10 ~ 20	0.18	0.2
20 ~ 30	0.3	0.32
30 ~ 40	0.26	0.24
40 ~ 50	0.16	0.16
50 ~ 60	0.02	0.01
합계	1	1

지/도/자/료

1. 도수의 총합이 다른 두 자료를 비교하는 데 도수를 비교하는 것이 왜 의미가 없는지를 이해하게 하고, 도수를 비교하는 대신 상대도수를 구하여 비교하는 것이 두 자료의 분포 상태를 알아보는 방법임을 알게 한다.

2. 각 계급의 도수를 $f_1, f_2, \cdots, f_n$이라 하고 도수의 총합을 N이라 하면

$N=f_1+f_2+\cdots+f_n$

이고 각 계급의 상대도수는 각각

$\frac{f_1}{N}, \frac{f_2}{N}, \cdots, \frac{f_n}{N}$

이다.

따라서 상대도수의 합은

$$\frac{f_1}{N}+\frac{f_2}{N}+\cdots+\frac{f_n}{N}=\frac{f_1+f_2+\cdots+f_n}{N}=\frac{N}{N}=1$$

이다.

3. 상대도수의 합은 이론상으로는 항상 1이지만 실제로는 그렇지 않은 경우도 있다. 계산 과정에서 상대도수가 나누어떨어지지 않는 경우 대체로 반올림하여 소수 둘째 자리까지 구하는데, 이 과정에서 총합이 1이 아닌 경우가 생긴다. 반올림을 통하여 상대도수를 구하면 상대도수의 합이 1.01이 되거나 0.99가 되는 경우가 많다. 이때 합이 1.01이 될 경우에는 가장 작은 값을 반올림한 곳에서 0.01을 빼 주고, 상대도수의 합이 0.99가 될 경우에는 가장 큰 값을 버린 곳에 0.01을 더해 주면 된다.

문제 

다음 표는 어느 중학교 1학년 1반과 2반 학생들의 수학 성적을 조사하여 나타낸 것이다. 각 계급의 상대도수를 구하고, 수학 성적이 70점 이상 80점 미만인 학생의 비율은 어느 반이 더 높은지 말하여라.

수학 성적

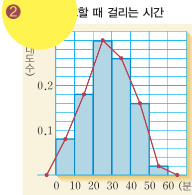
성적(점)	학생 수(명)		상대도수	
	1반	2반	1반	2반
50 이상 ~ 60 미만	5	2		
60 ~ 70	8	6		
70 ~ 80	14	12		
80 ~ 90	7	8		
90 ~ 100	6	4		
합계	40	32		

상대도수의 분포를 어떻게 그래프로 나타내는가?

도수분포표를 그래프로 나타내면 자료의 분포 상태를 알아보기 편리한 것과 같이, 상대도수의 분포표도 그래프로 나타내면 각 계급이 전체에서 차지하는 비율 아보거나 자료를 비교하는 데 편리하다.

❶ 도수의 분포표를 그래프로 나타낼 때에는 가로축에 각 계급의 양 끝 값을, 축에 상대도수를 써넣고 히스토그램이나 도수분포다각형과 같은 모양으로 그린다.

오른쪽 그림은 예제 1에서 구한 1학년 농구반 학생의 등교할 때 걸리는 시간에 대한 상대도수의 분포표를 히스토그램과 도수분포다각형과 같은 모양의 그래프로 나타낸 것이다.

❷ 

본문 해설

❶ 상대도수의 분포표의 그래프는 도수분포표의 그래프와 같은 모양이지만 세로축에 도수 대신 상대도수가 쓰여 있는 것이 다른 점이다.

❷ 상대도수의 분포표를 그래프로 나타낼 때에는 히스토그램이나 도수분포다각형과 같은 방법으로 그리지만 보통은 도수분포다각형과 같은 모양의 그래프를 많이 이용한다. 상대도수는 전체 도수가 다른 두 집단의 자료를 비교할 때 자주 이용되는데, 이때 두 자료의 그래프를 겹쳐서 그리므로 도수분포다각형 모양의 그래프가 더 알맞다.

목표| 상대도수의 분포표를 만들고, 자료의 특징을 파악할 수 있게 한다.

풀이| 각 계급의 도수를 도수의 총합으로 나누어 정리하면 다음 표와 같다.

수학 성적

성적(점)	학생 수(명)		상대도수	
	1반	2반	1반	2반
50 이상 ~ 60 미만	5	2	**0.125**	**0.0625**
60 ~ 70	8	6	**0.2**	**0.1875**
70 ~ 80	14	12	**0.35**	**0.375**
80 ~ 90	7	8	**0.175**	**0.25**
90 ~ 100	6	4	**0.15**	**0.125**
합계	40	32	**1**	**1**

이때 1반과 2반에서 70점 이상 80점 미만인 계급의 상대도수가 각각 0.35와 0.375이므로 **2반의 비율이 더 높다**고 할 수 있다.

지/도/자/료

상대도수의 분포다각형 모양의 그래프를 그리는 방법은 다음과 같다.

❶ 가로축에 계급을 써넣는다. 이때 계급의 양 끝에는 상대도수가 0인 계급이 하나씩 있다고 생각한다.

❷ 세로축에 상대도수를 써넣는다.

❸ 각 계급에서 (계급값, 상대도수)의 순서쌍을 만든다.

❹ 순서쌍들을 그래프 평면 위에 점으로 나타내고, 그 점들을 차례로 선분으로 연결한다.

본문 해설

❶ 도수분포다각형과 상대도수의 분포다각형 모양의 그래프에서 가로축은 모두 계급의 양 끝 값을 나타낸다. 또 도수분포다각형의 세로축은 각 계급의 도수를 나타내고, 상대도수의 분포다각형 모양의 그래프의 세로축은 각 계급의 상대도수를 나타낸다. 이때

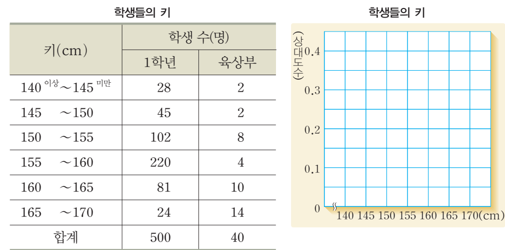
$$(\text{상대도수})=\frac{(\text{그 계급의 도수})}{(\text{전체 도수})}$$

이므로 그 계급의 도수에 따라 상대도수도 변한다. 따라서 어떤 자료에 대한 상대도수의 분포다각형 모양의 그래프는 그 자료의 도수분포다각형과 모양이 비슷하다.

교과서 176 쪽

예 제 2

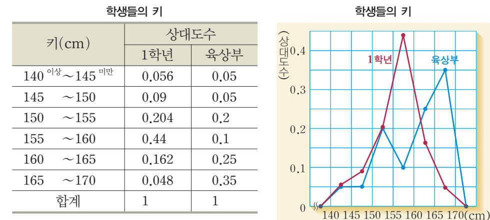
❶ …는 민경이네 중학교 1학년 학생 500명의 키와 육상부 학생 40명의 키를 …여 나타낸 것이다. 이것을 상대도수의 분포다각형 모양의 그래프로 나타내어라.



학생들의 키

키(cm)	학생 수(명)	
	1학년	육상부
140 이상 ~ 145 미만	28	2
145 ~ 150	45	2
150 ~ 155	102	8
155 ~ 160	220	4
160 ~ 165	81	10
165 ~ 170	24	14
합계	500	40

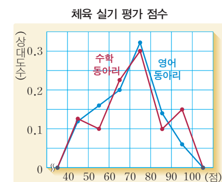
● 풀이 각 계급의 상대도수를 구하고 그래프로 나타내면 다음과 같다.



학생들의 키

키(cm)	상대도수	
	1학년	육상부
140 이상 ~ 145 미만	0.056	0.05
145 ~ 150	0.09	0.05
150 ~ 155	0.204	0.2
155 ~ 160	0.44	0.1
160 ~ 165	0.162	0.25
165 ~ 170	0.048	0.35
합계	1	1

문제 2 오른쪽 그림은 어느 중학교 수학 동아리와 영어 동아리 학생들의 체육 실기 평가 점수를 조사하여 상대도수의 분포다각형 모양의 그래프로 나타낸 것이다. 이때 70점 이상 80점 미만인 학생의 비율은 어느 쪽이 더 높은지 말하여라.



2

목표| 상대도수의 분포다각형 모양의 그래프를 보고, 자료의 특징을 파악할 수 있게 한다.

풀이| 체육 실기 평가 점수가 70점 이상 80점 미만인 계급에서 수학 동아리 학생들의 상대도수보다 영어 동아리 학생들의 상대도수가 더 크므로 **영어 동아리 학생들**의 비율이 더 높음을 알 수 있다.

지/도/자/료

통계에 관련된 사이트

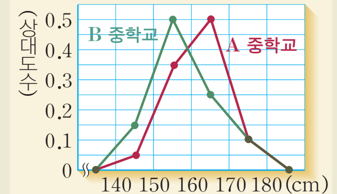
(1) 통계청(http://www.kostat.go.kr)
우리나라의 공식 통계 자료를 모으고 분석하여 발표하는 사이트이다. [통계이해] – [통계체험]을 누르면 실제로 통계 작성의 예를 경험할 수 있다.

(2) e-나라지표(http://www.index.go.kr)
국정통계정보시스템, 분야별 · 부처별 · 성격별 통계지표, 행정지표, 총량지표 자료를 제공하는 사이트이다.

(3) 고용노동통계(http://laborstat.molab.go.kr)
노동통계 소개, 보도 분석 자료, 임금구조기본통계, 기업체노동비용 등 조사통계 자료를 수록한 사이트이다.

기/초/력 향상 문제

오른쪽 그림은 A, B 두 중학교 1학년 학생들의 키를 조사하여 상대도수의 분포다각형 모양의 그래프로 나타낸 것이다. 다음 물음에 답하여라. (단, A 중학교 1학년 학생은 200명, B 중학교 1학년 학생은 300명이다.)



1 어느 중학교 1학년 학생들의 키가 비교적 크다고 할 수 있는지 말하여라.

2 키가 170 cm 이상 180 cm 미만인 학생은 어느 중학교에 더 많은지 말하여라.

답 **1** A 중학교 **2** B 중학교

교과서 177 쪽

중/단/원 기초

세로선을 긋고 세로선의 왼쪽에는 줄기의 숫자를, 오른쪽에는 잎의 숫자를 써서 자료를 나타낸 그림을 줄기와 잎 그림이라고 한다.

1 다음 표는 민영이네 반 학생들의 윗몸일으키기 기록을 조사하여 나타낸 것이다. 물음에 답하여라.

윗몸일으키기 기록 (단위: 회)

32	18	19	40	27	35	27	48	43	39
31	37	17	24	33	41	14	19	22	35

(1) 표를 보고, 줄기와 잎 그림으로 나타내어라.

(2) 잎이 가장 많은 줄기를 말하여라.

(3) 줄기가 2인 학생들의 윗몸일으키기 횟수는 모두 몇 회인가?

윗몸일으키기 기록 (3|2는 32회)

줄기	잎
1	
2	
3	
4	

2 다음은 어느 버스에 탄 승객 30명을 대상으로 버스를 기다린 시간을 분 단위로 조사하여 나타낸 것이다. 물음에 답하여라.

버스를 기다린 시간 (단위: 분)

6	2	8	5	3	1	7	9	12	17
6	7	3	14	10	8	5	4	1	8
13	7	16	10	9	14	7	5	8	11

(1) 오른쪽 표를 완성하여라. (단, 상대도수는 소수 셋째 자리에서 반올림한다.)

(2) 도수분포표의 계급의 크기를 말하여라.

(3) 버스를 14분 동안 기다린 승객이 속하는 계급을 말하여라.

(4) 도수가 가장 큰 계급의 계급값을 구하여라.

버스를 기다린 시간

시간(분)	승객 수(명)	상대도수
0 이상 ~ 3 미만	3	
3 ~ 6	6	
6 ~ 9		
9 ~ 12		
12 ~ 15		
15 ~ 18		
합계	30	1

(어떤 계급의 상대도수) $= \dfrac{\text{(그 계급의 도수)}}{\text{(전체 도수)}}$

중/단/원 기초

1

목표| 줄기와 잎 그림을 완성하고, 이를 해석할 수 있게 한다.

풀이| (1) 윗몸일으키기 기록 (3|2는 32회)

줄기	잎
1	**4 7 8 9 9**
2	**2 4 7 7**
3	**1 2 3 5 5 7 9**
4	**0 1 3 8**

(2) 잎이 가장 많은 줄기는 잎의 개수가 7개인 **3**이다.

(3) 줄기가 2인 자료의 값은 22, 24, 27, 27이므로 모두 더하면

$22+24+27+27=$**100(회)**

이다.

2

목표| 도수분포표와 상대도수의 분포표를 완성하고, 이를 해석할 수 있게 한다.

풀이| (1) 버스를 기다린 시간

시간(분)	승객 수(명)	상대도수
0 이상 ~ 3 미만	3	**0.1**
3 ~ 6	6	**0.2**
6 ~ 9	**10**	**0.33**
9 ~ 12	**5**	**0.17**
12 ~ 15	**4**	**0.13**
15 ~ 18	**2**	**0.07**
합계	30	1

(2) 계급의 크기는 $3-0=$**3(분)**이다.

(3) 버스를 14분 동안 기다린 승객이 속하는 계급은 **12분 이상 15분 미만**이다.

(4) 도수가 가장 큰 계급은 6분 이상 9분 미만이므로 구하는 계급값은 $\dfrac{6+9}{2}=$**7.5(분)**

이다.

읽/기/자/료 통계학의 역사

Statistics(통계학)의 어원은 State Arithmetic(국가 산술)에서 유래한다. 통계학은 과거 세금 징수를 목적으로 한 인구수 조사와 땅값 계산에서부터 시작되었는데, 17~18세기에 이르러 물리학과 천문학의 발달로 무게, 거리 등과 같은 물리량의 정확한 측정이 중요하게 되면서 크게 발전하였다.

통계학이 과학의 한 분야로서 정립된 것은 20세기에 들어서면서부터이다. 자료를 수집·분석하는 기법이 복잡하고 다양해지자, 여러 과학 분야에 산재되어 있던 통계적 방법이 모여 하나의 학문으로 자리 잡게 된 것이다.

오늘날 통계학은 일기 예보, 여론 조사 등 매우 다양한 분야에 이용되고 있다.

중/단/원 기본

1

목표| 줄기와 잎 그림을 보고, 자료를 해석할 수 있게 한다.

풀이| 1학년의 경우 줄기가 2이고 잎이 0, 3, 6, 7, 줄기가 3이고 잎이 2인 반으로 $4+1=5$(개) 반이고, 2학년의 경우 줄기가 2이고 잎이 5, 6, 7, 8, 줄기가 3이고 잎이 0, 1인 반으로 $4+2=6$(개) 반이다. 따라서 개근상을 받은 학생 수가 20명 이상 33명 미만인 반은 모두 **11개 반**이다.

교과서 178 쪽

중/단/원 기본

줄기와 잎 그림

1 다음은 1학년과 2학년 각 반에서 개근상을 받는 학생 수를 조사하여 줄기와 잎 그림으로 나타낸 것이다. 20명 이상 33명 미만의 학생들이 개근상을 받는 반은 모두 몇 개의 반인지 구하여라.

개근상 수상자 (1|1은 11명)

잎(1학년)	줄기	잎(2학년)
8 2 1	1	3 5
7 6 3 0	2	5 6 7 8
7 4 2	3	0 1 9

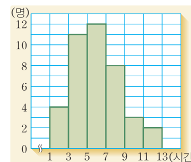
히스토그램

2 오른쪽 그림은 희진이네 중학교 1학년 학생들을 대상으로 일주일 동안 컴퓨터를 사용한 시간을 조사하여 히스토그램으로 나타낸 것이다. 다음 물음에 답하여라.

(1) 조사한 학생은 모두 몇 명인가?

(2) 컴퓨터 사용 시간이 일주일에 5시간 미만인 학생은 전체의 몇 %인가?

(3) 일주일 동안 컴퓨터 사용 시간의 평균을 구하여라.

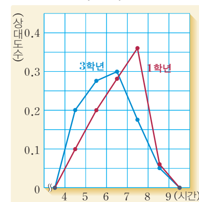


상대도수와 그래프

3 오른쪽 그림은 어진이네 중학교 1학년 학생 50명과 3학년 학생 40명의 하루 평균 수면 시간을 조사하여 상대도수의 그래프로 나타낸 것이다. 다음 물음에 답하여라.

(1) 1학년과 3학년에서 수면 시간에 대한 도수가 가장 큰 계급을 각각 말하여라.

(2) 오른쪽 그래프에서 3학년이 1학년보다 상대적으로 수면 시간이 적다고 말할 수 있는가?



2

목표| 히스토그램을 이해하고, 평균을 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) 조사한 학생은 모두

$4+11+12+8+3+2=$**40(명)**

이다.

(2) 컴퓨터 사용 시간이 일주일에 5시간 미만인 학생은

$4+11=15$(명)

이므로 전체의

$\frac{15}{40}\times100=$**37.5(%)**

이다.

(3) 각 계급의 계급값을 구하면 차례로 2시간, 4시간, 6시간, 8시간, 10시간, 12시간이다.

(평균)

$=\frac{2\times4+4\times11+6\times12+8\times8+10\times3+12\times2}{40}$

$=\frac{242}{40}=6.05$(시간)

따라서 일주일 동안 컴퓨터 사용 시간의 평균은 **6.05시간**이다.

3

목표| 상대도수의 그래프를 해석할 수 있게 한다.

풀이| (1) 상대도수와 도수는 비례하므로 상대도수가 가장 큰 계급이 도수가 가장 큰 계급이다.
따라서 1학년은 **7시간 이상 8시간 미만**인 계급이고, 3학년은 **6시간 이상 7시간 미만**인 계급이다.

(2) 3학년의 그래프가 1학년의 그래프에 비하여 왼쪽에 치우쳐 있으므로 **3학년이 1학년보다 상대적으로 수면 시간이 적다**고 말할 수 있다.

교과서 179 쪽

중 / 단 / 원 실 력

1 오른쪽 도수분포표는 한 달 동안 학교 도서관에서 대출된 책 중에서 40권의 대여 기간을 조사하여 나타낸 것인데 일부가 보이지 않는다. 다음 물음에 답하여라.

도서 대여 기간

대여 기간(일)	책 수(권)
0 이상 ~ 4 미만	4
4 ~ 8	6
8 ~ 12	
12 ~ 16	
16 ~ 20	7
20 ~ 24	3
합계	40

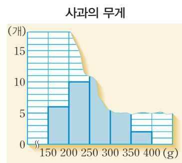
(1) 대여 기간이 12일 미만인 책이 전체의 45 %라고 할 때, 대여 기간이 8일 이상 12일 미만인 책은 몇 권인가?

(2) 대여 기간이 12일 이상 16일 미만인 책은 몇 권인가?

(3) 책의 평균 대여 기간을 구하여라.

• $\frac{(\text{대여 기간이 12일 미만인 책 수})}{(\text{조사한 전체 책 수})}\times 100=45(\%)$

2 오른쪽 그림은 한 상자에 들어 있는 사과 40개의 무게를 각각 재어서 히스토그램으로 나타낸 것인데 일부가 찢어져 보이지 않는다. 다음 물음에 답하여라.



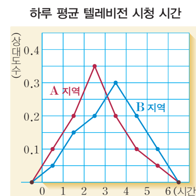
(1) 무게가 가벼운 쪽에서 20번째인 사과가 속하는 계급의 계급값을 구하여라.

(2) 무게가 300 g 미만인 사과가 전체의 75 %일 때, 무게가 250 g 이상 300 g 미만인 사과는 몇 개인가?

(3) 무게가 300 g 이상 350 g 미만인 사과는 몇 개인가?

• $\frac{(300\text{ g 미만인 사과의 수})}{(\text{전체 사과의 수})}\times 100=75(\%)$

3 오른쪽 그림은 가구 수가 3만 가구인 A 지역과 가구 수가 2만 가구인 B 지역에 있는 각 가정의 하루 평균 텔레비전 시청 시간을 조사하여 상대도수의 그래프로 나타낸 것이다. A, B 두 지역 중에서 어느 지역이 하루 평균 텔레비전 시청 시간이 더 길다고 할 수 있는가? 또 그 이유를 설명하여라.



중/단/원 실력

1

목표 | 도수분포표를 이해하고, 도수분포표에서의 평균을 구할 수 있게 한다.

풀이 | (1) 대여 기간이 8일 이상 12일 미만인 책을 a권이라고 하면

$$\frac{(\text{대여 기간이 12일 미만인 책 수})}{(\text{조사한 전체 책 수})}\times 100=45(\%)$$

이므로

$$\frac{4+6+a}{40}\times 100=45$$

$a+10=18$

따라서 $a=\mathbf{8}$**(권)**이다.

(2) 대여 기간이 12일 이상 16일 미만인 책을 b권이라고 하면

$4+6+8+b+7+3=40$

따라서 $b=\mathbf{12}$**(권)**이다.

(3) (평균)

$$=\frac{2\times 4+6\times 6+10\times 8+14\times 12+18\times 7+22\times 3}{40}$$

$$=\frac{484}{40}=\mathbf{12.1}\textbf{(일)}$$

2

목표 | 히스토그램을 해석할 수 있게 한다.

풀이 | (1) 주어진 히스토그램에서 무게가 250 g 미만인 사과는 6+10=16(개)이고, 250 g 이상 300 g 미만인 계급의 도수는 10개 이상이다.

따라서 무게가 가벼운 쪽에서 20번째인 사과가 속하는 계급은 250 g 이상 300 g 미만이므로 구하는 계급값은

$$\frac{250+300}{2}=\mathbf{275}\textbf{(g)}$$

(2) 무게가 250 g 이상 300 g 미만인 사과의 개수를 a개라고 하면

$$\frac{(300\text{ g 미만인 사과의 수})}{(\text{전체 사과의 수})}\times 100=75(\%)$$

이므로

$$\frac{6+10+a}{40}\times 100=75,\ a+16=30$$

따라서 $a=\mathbf{14}$**(개)**이다.

(3) 무게가 300 g 이상 350 g 미만인 사과의 개수를 b개라고 하면 전체 사과는 40개이므로

$6+10+14+b+2=40$

따라서 $b=\mathbf{8}$**(개)**이다.

3

목표 | 상대도수의 그래프를 해석할 수 있게 한다.

풀이 | 상대도수는 도수의 합이 다른 두 집단의 분포 상태를 비교하는 데 쓰인다. 즉, 변량의 개수가 다른 두 자료를 비교할 때, 도수를 그대로 비교하는 것은 의미가 없으므로 전체 도수에 대한 각 계급의 도수의 비율을 비교하는 것이 편리하다.

상대도수의 그래프에서 B 지역의 그래프가 A 지역의 그래프에 비하여 전체적으로 시청 시간이 긴 오른쪽으로 치우쳐 있다. 따라서 B 지역이 A 지역보다 하루 평균 텔레비전 시청 시간이 더 길다고 할 수 있다.

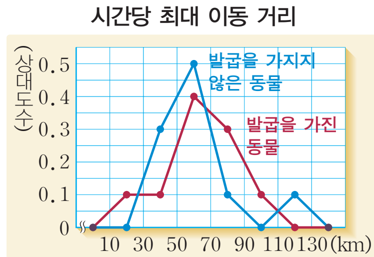
수행 과제

● 수행 과제 의도

이 수행 과제는 자료를 정리하여 상대도수의 분포다각형 모양의 그래프로 나타내고, 이를 해석할 수 있도록 하기 위한 것이다.

과제 1 _풀이

시간당 최대 이동 거리



과제 2 _풀이

주어진 자료로는 어느 동물이 더 빠르다고 단정할 수 없다.

교과서 180 쪽

수행 과제

어떤 동물이 빠를까?



지구 상에 살고 있는 동물들은 종류에 따라 다른 환경에서 진화하여 달리는 속력이 다르다고 한다. 다음 표는 동물들이 한 시간 동안 최대로 이동할 수 있는 거리를 발굽을 가진 동물과 그렇지 않은 동물로 나누어 조사한 것이다. 물음에 답하여 보자.

시간당 최대 이동 거리 (단위: km)

발굽을 가진 동물		발굽을 가지지 않은 동물	
얼룩말	64	고양이	46
엘크	75	코끼리	42
기린	52	치타	112
들소	51	코요테	69
사슴	56	여우	68
돼지	17	개	63
영양	98	곰	47
말	75	자칼	55
멧돼지	48	사자	81
아프리카 영양	84	토끼	56

과제 1 발굽을 가진 동물과 그렇지 않은 동물 각각에 대하여 시간당 최대 이동 거리를 계급의 크기를 20 km로 하는 상대도수의 분포다각형 모양의 그래프로 나타내어 보자.

과제 2 과제 1에서 그린 상대도수의 그래프를 보고 발굽을 가진 동물과 그렇지 않은 동물 사이의 속력을 비교하면, 어떤 쪽이 더 빠르다고 할 수 있는가?

과제 3 주어진 자료 이외에 발굽을 가진 동물과 그렇지 않은 동물을 더 많이 조사하여 상대도수의 그래프로 나타낸 후, 과제 2의 결과와 비교하여 보고 그 이유를 설명하여 보자.

교과서 181 쪽

학습에 대한 **자/기/평/가**

이름: ____________

점검 항목				
학습 내용	줄기와 잎 그림, 도수분포표를 이해하고 해석할 수 있는가?			
	도수분포표로 주어진 자료의 평균을 구할 수 있는가?			
	히스토그램, 도수분포다각형을 이해하고 해석할 수 있는가?			
	상대도수를 구하며, 이를 그래프로 나타낼 수 있는가?			
	상대도수의 분포를 이해하였는가?			
학습 태도	학습 준비물을 잘 준비하였는가?			
	수업 시간에 적극적으로 참여하였는가?			
	문제를 풀 때 끈기 있게 도전하였는가?			
	복습과 예습을 꼼꼼히 하였는가?			

재미있었거나 어려웠던 내용 적어 보기

더 알고 싶거나 궁금한 점 적어 보기

스스로 평가하기



선생님 의견

과제 3 _예시

시간당 최대 이동 거리 (단위: km)

발굽을 가진 동물		발굽을 가지지 않은 동물	
누	80	하이에나	64
코뿔소	45	퓨마	70
아프리카 물소	56	표범	90
가젤	64	늑대	60
순록	80	캥거루	40
노새 노루	72	도마뱀	29
당나귀	60	그레이하운드	70
낙타	60	호랑이	72
가지뿔영양	86	북극곰	40
버펄로	48	이리	70

교과서 182 쪽

대단원 핵심 한눈에 보기

① 줄기와 잎 그림

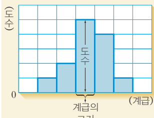
줄기와 잎 그림	세로선을 긋고 그 선을 중심으로 왼쪽에 있는 수를 줄기, 오른쪽에 있는 수를 잎으로 하여 자료를 나타낸 그림을 줄기와 잎 그림이라고 한다.

② 도수분포표와 평균

도수분포표	(1) 변량: 자료를 수량으로 나타낸 것 (2) 계급: 변량을 일정한 간격으로 나눈 구간 (3) 계급의 크기: 구간의 폭 (4) 계급값: 계급의 중앙의 값 (5) 도수: 각 계급에 속하는 자료의 개수 (6) 도수분포표: 각 계급의 도수를 조사하여 나타낸 표
도수분포표에서의 평균	$(\text{평균})=\dfrac{\{(\text{계급값})\times(\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수의 총합})}$

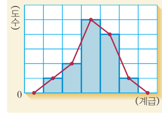
③ 히스토그램

히스토그램	도수분포표의 각 계급의 크기를 가로, 도수를 세로로 하는 직사각형을 그려 나타낸 그래프



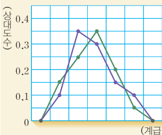
④ 도수분포다각형

도수분포 다각형	히스토그램에서 각 직사각형의 윗변의 가운데 점을 차례로 선분으로 연결하여 다각형 모양으로 그린 그래프



⑤ 상대도수와 그래프

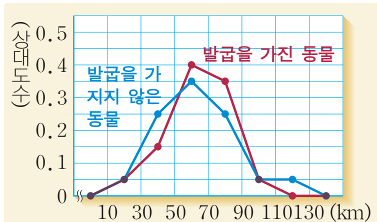
상대도수	(1) (어떤 계급의 상대도수) $=\dfrac{(\text{그 계급의 도수})}{(\text{전체 도수})}$ (2) 상대도수의 총합은 항상 1이다.
상대도수의 그래프	각 계급의 계급값에 상대도수를 대응시킨다.




이번 단원에서 배운 용어와 기호

• 줄기와 잎 그림, 변량, 계급, 계급의 크기, 도수, 도수분포표, 계급값, 히스토그램, 도수분포다각형, 상대도수

앞의 새로 조사한 자료를 추가하여 상대도수의 그래프를 그리면 다음과 같다.



과제 2와 달리 위의 그래프에서는 발굽을 가진 동물의 그래프가 오른쪽으로 조금 더 치우쳐 있는 경향이 나타나므로 발굽을 가진 동물이 비교적 더 빠르다고 할 수 있다.

지도 내용

1. 자료를 줄기와 잎 그림, 도수분포표, 히스토그램, 도수분포다각형으로 나타내고 도수분포표에서 평균을 구할 수 있도록 한다.
2. 총합이 다른 자료를 비교할 때 이용되는 상대도수를 알고 그 그래프를 그릴 수 있도록 한다.

만화로 보는 수학 이야기

만화에서와 같이 실생활에서 자료를 수집하여 이를 목적에 맞게 분류하고 정리하면 편리하다는 것을 지도하였다.

생각 키/우/기

기성복 치수, 신발 치수 등을 분류해 놓으면 판매량을 쉽게 알 수 있다.

교과서 183 쪽

나의 비결은?



생각 키/우/기 | 실생활에서 자료를 목적에 맞게 분류하면 편리한 예를 찾아보자.

대/단/원 평가 문제

1

목표| 줄기와 잎 그림을 보고, 잎의 전체 개수를 구할 수 있게 한다.

풀이| 잎의 개수가 28개이므로 28명이다.

답 ①

2

목표| 줄기와 잎 그림을 보고, 특정한 줄기의 잎의 개수를 구할 수 있게 한다.

풀이| 줄기가 2인 잎의 개수가 9개이므로 9명이다.

답 ④

3

목표| 도수분포표를 보고, 특정한 계급의 계급값을 구할 수 있게 한다.

풀이| 도수가 가장 큰 계급은 12편 이상 16편 미만이므로 계급값은 $\frac{12+16}{2}=14$(편)

답 ③

교과서 184 쪽

대/단/원 평가 문제

선/택/형

◈ 다음은 효리네 반 학생을 대상으로 등교할 때 걸리는 시간을 조사하여 줄기와 잎 그림으로 나타낸 것이다. 물음에 답하여라. [1~2]

등교할 때 걸리는 시간 (0|3은 3분)

줄기	잎
0	3 4 4 5 5 6 9
1	2 2 2 3 3 6 7 8
2	0 3 3 4 5 6 6 6 7
3	2 5 5 6

1 효리네 반 학생은 모두 몇 명인가?

① 28명 ② 30명 ③ 32명
④ 34명 ⑤ 40명

2 등교할 때 걸리는 시간이 20분대인 학생은 모두 몇 명인가?

① 6명 ② 7명 ③ 8명
④ 9명 ⑤ 10명

◈ 다음 도수분포표는 진우네 반 학생 20명을 대상으로 일 년 동안 본 영화의 편 수를 조사하여 나타낸 것이다. 물음에 답하여라. [3~4]

일 년 동안 본 영화의 편 수

편 수(편)	학생 수(명)
0 이상 ~ 4 미만	1
4 ~ 8	3
8 ~ 12	5
12 ~ 16	8
16 ~ 20	2
20 ~ 24	1
합계	20

3 도수가 가장 큰 계급의 계급값은?

① 6편 ② 10편 ③ 14편
④ 18편 ⑤ 22편

4 영화를 본 편 수의 평균은?

① 10편 ② 12편 ③ 14편
④ 16편 ⑤ 18편

◈ 다음 표는 지현이네 중학교 1학년 학생 40명을 대상으로 타자를 칠 때 1분당 타 수를 조사하여 나타낸 것이다. 물음에 답하여라. [5~6]

1분당 타 수

타 수(타)	학생 수(명)	상대도수
0 이상 ~ 100 미만	3	
100 ~ 200	6	
200 ~ 300	A	0.3
300 ~ 400	16	D
400 ~ 500	B	
500 ~ 600	C	
합계	40	

5 A와 $B+C$의 값을 바르게 구한 것은?

① 3, 3 ② 5, 3 ③ 8, 5
④ 10, 5 ⑤ 12, 3

6 D에 들어갈 알맞은 수는?

① 0.1 ② 0.2 ③ 0.3
④ 0.4 ⑤ 0.5

4

목표| 도수분포표에서의 평균을 구할 수 있게 한다.

풀이| $\frac{2\times1+6\times3+10\times5+14\times8+18\times2+22\times1}{20}$

$=\frac{240}{20}=12$(편)

답 ②

5

목표| 상대도수를 이용하여 주어진 계급의 도수를 구하고, 도수분포표를 해석할 수 있게 한다.

풀이| A의 상대도수가 0.3이므로 $A=40\times0.3=12$
학생 수의 총합이 40명이므로
$3+6+12+16+B+C=40$, $B+C=3$

답 ⑤

6

목표| 상대도수를 구할 수 있게 한다.

풀이| $D=\frac{16}{40}=0.4$

답 ④

7

목표| 도수분포다각형을 해석할 수 있게 한다.

풀이| 학생들이 가장 많이 등교하는 8시부터 8시 30분 이전까지이다.

답 ④

8

목표| 히스토그램을 보고, 전체 학생 수를 구할 수 있게 한다.

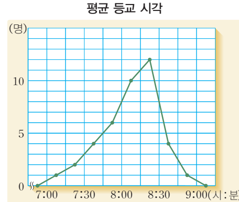
풀이| 우주네 반 전체 학생 수는 각 계급의 도수의 합이다.
따라서 우주네 반 전체 학생 수는
$2+8+15+10+4+1=40$(명)

답 40명

9

목표| 히스토그램을 보고, 자료의 분포 상태를 파악할 수 있게 한다.

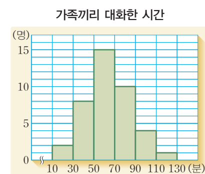
7 다음은 민정이네 반 학생들의 평균 등교 시각을 조사하여 도수분포다각형으로 나타낸 것이다. 등교 시간에 가장 많은 학생들이 음악을 들을 수 있도록 학교 방송반에서 30분 동안 음악을 틀어 주려고 한다. 가장 적당한 시간대는?



① 7시 이전
② 7시부터 7시 30분 이전
③ 7시 30분부터 8시 이전
④ 8시부터 8시 30분 이전
⑤ 8시 30분 이후

서/답/형

◈ 다음은 우주네 반 학생들을 대상으로 일주일 동안 가족끼리 대화한 시간을 조사하여 히스토그램으로 나타낸 것이다. 물음에 답하여라. [8~10]



8 우주네 반 전체 학생 수를 구하여라.

9 일주일 동안 가족끼리 대화한 시간이 70분 이상인 학생은 몇 명인지 구하여라.

|서술형|
10 가족끼리 대화한 시간의 평균을 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라.

|서술형|
11 다음 표는 지성이네 밭과 경미네 밭에서 하루 동안 수확한 토마토의 무게를 조사하여 상대도수의 분포표로 나타낸 것이다. 210 g 미만인 토마토는 상품성이 없다고 할 때, 상품성이 없는 토마토를 수확한 비율은 어느 밭이 더 높은지 상대도수의 그래프를 그리고 그 이유를 설명하여라.

하루 동안 수확한 토마토의 무게

무게(g)	상대도수	
	지성이네	경미네
150 이상 ~180 미만	0.02	
180 ~210		0.1
210 ~240	0.24	0.32
240 ~270	0.42	0.38
270 ~300	0.18	0.15
300 ~330	0.08	0.02
합계	1	1

풀이 일주일 동안 가족끼리 대화한 시간이 70분 이상인 학생 수는 10+4+1=15(명)

답 15명

10

목표| 히스토그램에서 평균을 구할 수 있게 한다.

풀이

가족끼리 대화한 시간

계급(분)	도수(명)	계급값(분)	(계급값)×(도수)
10 이상 ~ 30 미만	2	20	40
30 ~ 50	8	40	320
50 ~ 70	15	60	900
70 ~ 90	10	80	800
90 ~110	4	100	400
110 ~130	1	120	120
합계	40		2580
	⋮ ㉠	⋮ ㉡	⋮ ㉢

$$(\text{평균})=\frac{\{(\text{계급값})\times(\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수의 총합})}$$

$$=\frac{2580}{40}=64.5(\text{분}) \quad \cdots ㉣$$

답 64.5분

채점 기준

영역 \ 요소	채점 요소		배점
해결 과정	각 계급의 도수 구하기	㉠	30%
	각 계급의 계급값 구하기	㉡	30%
	(계급값)×(도수) 구하기	㉢	30%
답 구하기	평균 구하기	㉣	10%

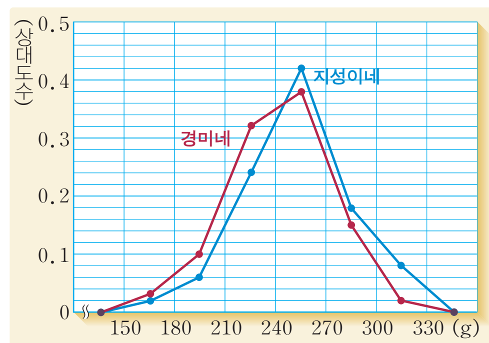
11

목표| 상대도수의 그래프를 그리고, 이를 해석할 수 있게 한다.

풀이| 상대도수의 총합은 1이므로 지성이네 밭의 경우 180 g 이상 210 g 미만인 계급의 상대도수는 0.06이고, 경미네 밭의 경우 150 g 이상 180 g 미만인 계급의 상대도수는 0.03이다. …㉠

따라서 두 밭의 자료에 대한 상대도수를 그래프로 나타내면 다음과 같다.

하루 동안 수확한 토마토의 무게



…㉡

위의 그래프를 보면 210 g 미만인 경우 경미네 밭에서 수확한 토마토가 지성이네 밭에서 수확한 토마토보다 왼쪽으로 치우쳐 있으므로 경미네 밭이 상품성이 없는 토마토의 비율이 더 높다고 할 수 있다. …㉢

답 풀이 참조

채점 기준

영역 \ 요소	채점 요소		배점
해결 과정 및 답 구하기	상대도수의 분포표 완성하기	㉠	20%
	상대도수의 그래프 그리기	㉡	40%
	토마토의 상품성 비교하기	㉢	40%

컴퓨터의 활용

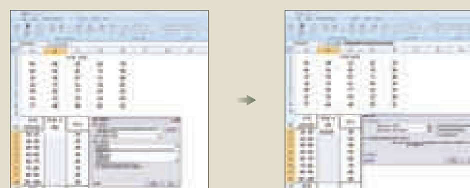
컴퓨터를 이용하여 자료를 나타내어 보자.

컴퓨터에서 스프레드시트 프로그램을 이용하여 우리 반 학생들의 수학 성적을 도수분포표와 도수분포다각형으로 나타내어 보자.

1 도수분포표 작성

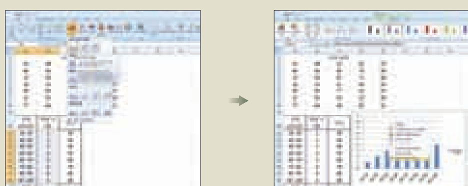
1. 워크시트에 오른쪽 그림과 같이 입력한다.
이 프로그램은 이상, 미만이 포함된 계급을 인식하지 못하므로 도수분포표에 비고란을 만들어 계급의 끝 값을 표시한다.

2. 도수를 구하여 도수분포표를 완성한다.
B11~B18 영역을 지정하고, [수식] – [함수 삽입] – [범주 선택:통계] – [함수 선택:FREQUENCY] – [확인]을 클릭한다. 나타나는 창의 Data_array에 'A2 : E8', Bins_array에 'C11 : C18'을 입력하고, Ctrl+Shift+Enter를 누른다.



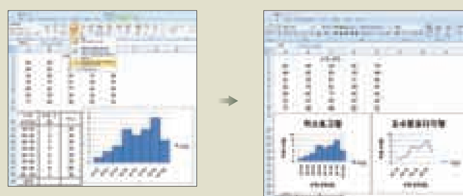
2 히스토그램과 도수분포다각형의 작성

1. 히스토그램을 그린다.
A11~B18의 영역을 지정하고, [삽입] – [차트: 세로 막대형] – [묶은 세로 막대형]을 클릭하여 그래프를 그린다. 그래프의 막대 위에 커서를 놓고, 마우스의 오른쪽 버튼을 누른다. [데이터 계열 서식] – [계열 옵션] – [간격 너비: 간격 없음] – [테두리 색] – [실선] – [색: 검정] – [닫기]를 클릭하여 히스토그램을 만든다.



2. 도수분포다각형을 그린다.
A11~B18 영역을 지정하고, [삽입] – [차트: 꺾은선형] – [꺾은선형]을 클릭하여 도수분포다각형을 그린다.

3. 차트 제목, 축 제목, 범례 등을 지정하여 히스토그램과 도수분포다각형을 완성한다.
히스토그램과 도수분포다각형을 각각 클릭하여 [레이아웃] – [차트 제목], [축 제목], [범례]를 이용하여 다음 그림과 같이 입력한다.



수학 산책

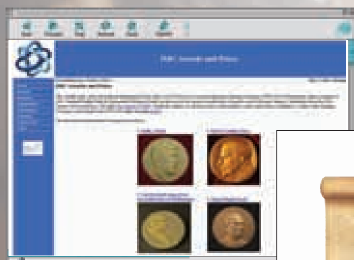
필즈 메달

스웨덴의 노벨이 만든 노벨상에는 수학 분야가 없다. 그래서 수학자들은 노벨상과 같은 세계적으로 권위 있는 상을 만들었다. 이 상은 '수학에서 뛰어난 발견에 관한 국제 메달'인데 보통 필즈 메달(Fields Medal)이라고 한다.

이 상은 캐나다의 수학자 필즈(Fields, J. C.: 1863~1932)의 노력으로 만들어졌다. 그는 1924년 캐나다의 토론토에서 국제수학자총회를 주관했고, 이 상의 스폰서와 후원자를 모았다. 국제수학자총회는 4년마다 한 번씩 열리며, 그곳에서 필즈 메달의 수상자를 선정하여 수상한다.

이 메달은 40세 이전에 뛰어난 업적을 이룩했거나 가까운 장래에 완성할 것으로 인정되는 사람에게 수여된다. 1936년 국제수학자총회에서 첫 번째 필즈 메달 수상자가 선정된 이후 1962년까지 매번 두 명의 수상자가 선정되었다. 그런데 수학의 분야가 점점 넓어지고 있고 뛰어난 업적이 많이 나오기 때문에 1966년부터 수상자를 4명 이하로 늘렸다. 189쪽의 표는 1936년부터 2010년까지의 수상자 명단이다.

국제수학자총회와 필즈 메달에 관한 자세한 내용은 국제수학연맹 홈페이지(http://www.mathunion.org/)에 접속하면 볼 수 있다.



교과서 189 쪽

역대 필즈 메달 수상자

연도(년)	이름	나이	국적
1936	Lars Ahlfors	29	핀란드
	Jesse Douglas	39	미국
1950	Laurent Schwartz	35	프랑스
	Atle Selberg	33	노르웨이
1954	Kunihiko Kodaira	39	일본
	Jean-Pierre Serre	33	프랑스
1958	Klaus Roth	32	영국
	René Thom	35	프랑스
1962	Lars Hörmander	31	스웨덴
	John Milnor	31	미국
1966	Michael Atiyah	37	영국
	Paul Cohen	32	미국
	Alexander Grothendieck	38	프랑스
	Stephen Smale	36	미국
1970	Alan Baker	31	영국
	Heisuke Hironaka	39	일본
	Serge Novikov	32	소련
	John Thompson	37	미국
1974	Enrico Bombieri	33	이탈리아
	David Mumford	37	미국
1978	Pierre Deligne	33	프랑스
	Charles Fefferman	29	미국
	Gregori Margulis	32	소련
	Daniel Quillen	38	미국
1982	Alain Connes	35	프랑스
	William Thurston	35	미국
	Shing-Tung Yau	33	중국
1986	Simon Donaldson	27	영국
	Gerd Faltings	32	독일
	Michael Freedman	35	미국
1990	Vladimir Drinfeld	36	소련
	Vaughan Jones	38	뉴질랜드
	Shigefumi Mori	39	일본
	Edward Witten	38	미국
1994	Jean Bourgain	40	벨기에
	Pierre-Louis Lions	38	프랑스
	Jean-Christophe Yoccoz	37	프랑스
	Efim I. Zelmanov	39	미국
1998	Richard Borcherds	39	영국
	Maxim Kontsevich	34	프랑스
	William Gowers	35	영국
	Curtis McMullen	39	미국
2002	Laurent Lafforgue	36	프랑스
	Vladimir Voevodsky	36	러시아
2006	Andrei Okounkov	37	러시아
	Grigori Perelman	39	러시아
	Terence Tao	31	미국
	Wendelin Werner	38	프랑스
2010	Stanislav Smirnov	40	러시아
	Elon Lindenstrauss	40	이스라엘
	Ngo Bao Chau	38	베트남
	Cedric Villani	37	프랑스

선/택/형

◈ 다음은 수연이네 반 학생들의 제자리멀리뛰기 기록을 줄기와 잎 그림으로 나타낸 것이다. 물음에 답하여라.[1~2]

제자리멀리뛰기 기록 (11|2는 112 cm)

줄기	잎
11	2 6 9
12	0 1 4 8
13	2 5 6 7 9
14	0 4 4 8
15	2 4 6

1 잎이 가장 많은 줄기는? [7점]

① 11 ② 12 ③ 13
④ 14 ⑤ 15

2 가장 멀리 뛴 학생의 기록과 가장 가깝게 뛴 학생의 기록의 차는 얼마인가? [7점]

① 12 cm ② 24 cm ③ 35 cm
④ 40 cm ⑤ 44 cm

3 오른쪽 표는 어느 중학생 50명의 몸무게를 조사하여 도수분포표로 나타낸 것이다. 다음 중 옳지 않은 것은? [7점]

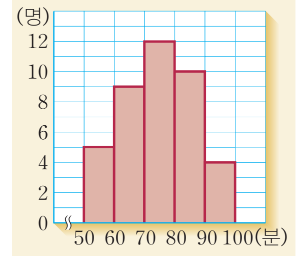
몸무게

몸무게(kg)	학생 수(명)
35 이상 ~ 40 미만	5
40 ~ 45	8
45 ~ 50	14
50 ~ 55	A
55 ~ 60	9
60 ~ 65	4
합계	50

① 계급의 크기는 5 kg이다.
② A의 값은 10이다.
③ 도수가 가장 작은 계급의 계급값은 63.5 kg이다.
④ 몸무게가 40 kg 이상 55 kg 미만인 학생 수는 32명이다.
⑤ 몸무게가 10번째로 무거운 학생이 속하는 계급은 55 kg 이상 60 kg 미만이다.

◈ 오른쪽 그림은 혜성이네 반 학생 40명의 하루 동안의 온라인 게임 시간을 조사하여 히스토그램으로 나타낸 것이다. 다음 물음에 답하여라.[4~6]

하루 동안의 온라인 게임 시간



4 게임을 7번째로 많이 한 학생이 속하는 계급의 도수는? [7점]

① 4명 ② 5명 ③ 9명
④ 10명 ⑤ 12명

5 계급값이 75분인 계급의 직사각형의 넓이는 계급값이 95분인 계급의 직사각형의 넓이의 몇 배인가? [8점]

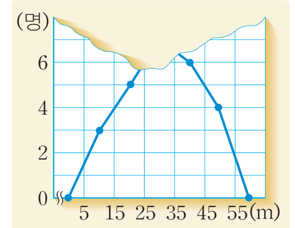
① 1배 ② 1.5배 ③ 2배
④ 2.5배 ⑤ 3배

6 혜성이네 반 학생들 중에서 게임 시간이 70분 미만인 학생은 전체의 몇 %인가? [8점]

① 30 % ② 35 % ③ 38 %
④ 42 % ⑤ 45 %

◈ 오른쪽 그림은 어느 학급 학생들의 공 던지기 기록을 조사하여 도수분포다각형으로 나타낸 것인데 일부가 찢어져 보이지 않는다. 기록이 25 m 미만인 학생이 전체의 32 %일 때, 다음 물음에 답하여라.[7~9]

공 던지기 기록



7 이 학급의 전체 학생 수는? [7점]

① 18명 ② 20명 ③ 25명
④ 30명 ⑤ 35명

8 기록이 25 m 이상 35 m 미만인 학생 수는? [7점]

① 3명 ② 4명 ③ 5명
④ 7명 ⑤ 11명

9 공 던지기 기록의 평균은? [8점]

① 28 m ② 31.2 m ③ 34.6 m
④ 38 m ⑤ 38.7 m

서/답/형

10 다음 표는 효정이네 반 학생 20명의 영어 성적을 조사하여 도수분포표로 나타낸 것이다. 영어 성적이 60점 이상 70점 미만인 학생이 전체의 20 %일 때, $A-B$의 값을 구하여라. [10점]

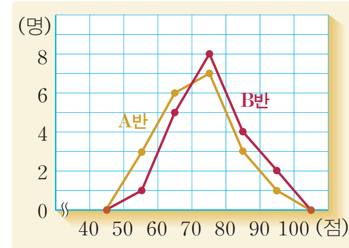
영어 성적

성적(점)	학생 수(명)
50 이상 ~ 60 미만	2
60 ~ 70	A
70 ~ 80	B
80 ~ 90	6
90 ~ 100	3
합계	20

| 서술형 |

11 다음 그림은 어느 중학교의 A, B 두 반의 국어 성적을 조사하여 도수분포다각형으로 나타낸 것이다. A반에서 성적이 상위 20 % 이내에 드는 학생의 성적은 B반에서 최소한 상위 몇 % 이내에 드는지 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라. [12점]

국어 성적



| 서술형 |

12 다음 표는 어느 중학교 1학년 3반과 1학년 전체 학생들의 수학 성적에 대한 상대도수의 분포표이다. 수학 성적이 70점 이상 80점 미만인 학생이 1학년 3반에서 14명, 1학년 전체에서 150명일 때, 수학 성적이 1학년 3반에서 5등인 자현이는 1학년 전체에서는 적어도 몇 등 안에 드는지 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라. [12점]

수학 성적

성적(점)	상대도수	
	1학년 3반	1학년 전체
40 이상 ~ 50 미만	0.05	0.05
50 ~ 60	0.1	0.13
60 ~ 70	0.3	0.36
70 ~ 80	0.35	0.3
80 ~ 90	0.15	0.12
90 ~ 100	0.05	0.04
합계	1	1

60점 미만이면 **하 · 수준** 문제를, 60점 이상 80점 미만이면 **중 · 수준** 문제를, 80점 이상이면 **상 · 수준** 문제를 풀어 보세요.

하·수준

1 다음 줄기와 잎 그림을 보고 물음에 답하여라.

줄기	잎
0	2 6 9
1	1 4 6 7 8
2	1 2 2 3 5 5 6 7 8
3	2 3 4 4 6 9 9
4	1 2 5 6 8 9

(1) 잎이 가장 많은 줄기를 구하여라.

(2) 줄기가 1인 자료들을 모두 더하여라.

2 오른쪽 도수분포표는 어느 중학교 1학년 학생 40명의 수학 성적을 조사하여 나타낸 것이다. 다음 물음에 답하여라.

(1) 도수가 가장 큰 계급을 구하여라.

(2) 각 계급의 계급값을 구하여라.

수학 성적

성적(점)	학생 수(명)
40 이상 ~ 50 미만	2
50 ~ 60	4
60 ~ 70	8
70 ~ 80	13
80 ~ 90	8
90 ~ 100	5
합계	40

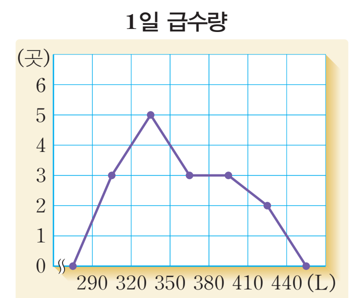
3 오른쪽 그림은 우리나라 광역시 · 도별 1인당 1일 급수량을 조사하여 도수분포다각형으로 나타낸 것이다. 다음 물음에 답하여라.

(1) 계급의 크기를 말하여라.

(2) 1인당 1일 급수량이 350 L 이상 410 L 미만인 곳은 몇 곳인가?

(3) 조사한 광역시 · 도는 모두 몇 곳인가?

1일 급수량



4 오른쪽 표는 20명의 학생들이 농구공으로 자유투를 12번 던져 성공한 횟수를 조사하여 나타낸 것이다. 상대도수의 분포표를 완성하여라.

자유투 성공 횟수

횟수(회)	학생 수(명)	상대도수
2 이상 ~ 4 미만	2	
4 ~ 6	6	
6 ~ 8	8	
8 ~ 10	3	
10 ~ 12	1	
합계	20	

중·수준

1 오른쪽은 독서 동아리 학생들의 1년 동안 읽은 책의 수를 조사하여 줄기와 잎 그림으로 나타낸 것이다. 다음 물음에 답하여라.

(1) 독서 동아리의 학생은 모두 몇 명인가?

(2) 세 번째로 책을 많이 읽은 학생은 몇 권을 읽었는가?

읽은 책의 수 (1|4는 14권)

줄기	잎
1	4 5 8
2	0 1 4 6 7 9
3	2 3 8 8
4	1 2 4

2 오른쪽 도수분포표는 중학교 1학년 학생 32명의 1분 동안의 윗몸일으키기 횟수를 조사하여 나타낸 것이다. 다음 물음에 답하여라.

(1) 도수가 가장 큰 계급과 가장 작은 계급의 계급값의 차를 구하여라.

(2) 기록이 좋은 쪽에서 8번째인 학생이 속하는 계급을 말하여라.

윗몸일으키기 기록

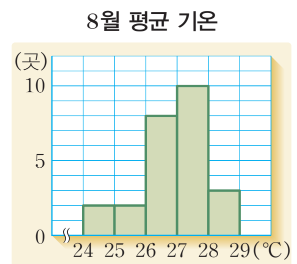
횟수(회)	학생 수(명)
10 이상 ~ 20 미만	2
20 ~ 30	7
30 ~ 40	9
40 ~ 50	A
50 ~ 60	3
합계	32

3 오른쪽 그림은 어느 해 우리나라 도시의 8월 평균 기온을 조사하여 히스토그램으로 나타낸 것이다. 다음 물음에 답하여라.

(1) 조사한 도시는 모두 몇 곳인가?

(2) 평균 기온이 27 ℃ 미만인 도시는 전체의 몇 %인가?

8월 평균 기온

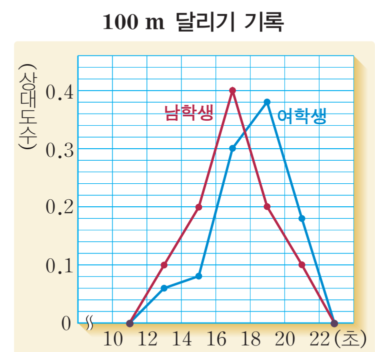


4 오른쪽 그림은 A 중학교 1학년 남학생과 여학생의 100 m 달리기 기록에 대한 상대도수의 분포를 그래프로 나타낸 것이다. 다음 물음에 답하여라.

(1) 기록이 16초 이상 18초 미만인 남학생의 수가 36명이고, 여학생의 수가 30명일 때, 1학년 전체 학생 수를 구하여라.

(2) 기록이 18초 이상 20초 미만인 남학생과 여학생의 수를 각각 구하여라.

100 m 달리기 기록



상·수준

1 다음은 중학교 1학년 1반과 2반 학생들의 윗몸일으키기 횟수를 조사하여 줄기와 잎 그림으로 나타낸 것이다. 어느 반의 기록이 더 좋은지 말하고, 그 이유를 설명하여라.

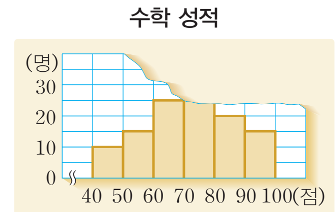
윗몸일으키기 기록

(0|5는 5회)

잎(1반)	줄기	잎(2반)
9 6	0	5 7
8 7 6 4 2 2 1	1	2 3 4
8 7 6 5 5 3 2 2 2 1	2	2 5 6 7 8 8 9
9 9 6 4 4 3 2	3	1 2 3 4 4 5 6 7 8 9
9 6 5 1	4	2 3 5 6 7 8 9 9

2 오른쪽 그림과 같이 어느 학교 학생들의 수학 성적을 나타낸 히스토그램의 일부분이 훼손되었다. 90점 이상인 학생이 전체의 12.5 %일 때, 성적이 70점 이상 80점 미만인 학생 수를 구하여라.

수학 성적



3 오른쪽 표는 찬이네 반 학생 40명의 제자리높이뛰기 기록을 조사하여 나타낸 것이다. 다음 물음에 답하여라.

(1) A, B, C, D의 값을 구하여라.

(2) 기록이 40 cm 이상 60 cm 미만인 학생은 전체의 몇 %인가?

(3) 10번째로 높게 뛴 학생이 속하는 계급의 계급값을 구하여라.

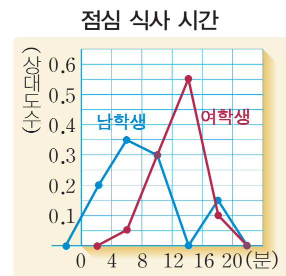
제자리높이뛰기 기록

기록(cm)	학생 수(명)	상대도수
30 이상 ~ 35 미만	1	0.025
35 ~ 40	A	0.05
40 ~ 45	5	B
45 ~ 50	10	0.25
50 ~ 55	14	0.35
55 ~ 60	C	0.125
60 ~ 65	3	0.075
합계	40	D

4 오른쪽 그림은 소라네 중학교 1학년 남학생 100명, 여학생 200명의 점심 식사 시간을 조사하여 나타낸 상대도수의 그래프이다. 다음 중에서 옳지 않은 것을 찾아라.

> ㄱ. 남학생이 여학생보다 점심 식사 시간이 짧다.
> ㄴ. 8분 안에 식사한 남녀 학생 수의 비를 알 수 있다.
> ㄷ. 점심 식사 시간이 8분 이상 12분 미만인 학생 수는 남녀가 같다.
> ㄹ. 여학생인 소라가 점심을 보통 10분 동안 먹는다면, 소라는 여학생 중에서 비교적 빠른 속도로 먹는 편이다.

점심 식사 시간



1 목표| 줄기와 잎 그림을 보고, 잎이 가장 많은 줄기를 찾을 수 있게 한다.

풀이| 잎이 가장 많은 줄기는 잎의 개수가 5개인 13이다.

답 ③

2 목표| 줄기와 잎 그림을 보고, 해석할 수 있게 한다.

풀이| 가장 멀리 뛴 학생의 기록은 156 cm이고 가장 가깝게 뛴 학생의 기록은 112 cm이므로 그 차는 $156-112=44$(cm)이다.

답 ⑤

3 목표| 도수분포표를 보고, 해석할 수 있게 한다.

풀이| ③ 도수가 가장 작은 계급은 60 kg 이상 65 kg 미만이므로 계급값은 $\frac{60+65}{2}=62.5$(kg)

답 ③

4 목표| 히스토그램을 보고, 자료의 분포 상태를 파악할 수 있게 한다.

풀이| 게임을 7번째로 많이 한 학생이 속하는 계급은 80분 이상 90분 미만이고, 이 계급의 도수는 10명이다.

답 ④

5 목표| 히스토그램에서 각 직사각형의 넓이는 각 계급의 도수에 비례함을 알게 한다.

풀이| 계급값이 75분인 계급은 70분 이상 80분 미만이므로 그 도수는 12명이고, 계급값이 95분인 계급은 90분 이상 100분 미만이므로 그 도수는 4명이다. 이때 각 직사각형의 넓이는 각 계급의 도수에 정비례하므로 계급값이 75분인 계급의 직사각형의 넓이는 계급값이 95분인 계급의 직사각형의 넓이의 3배이다.

답 ⑤

6 목표| 히스토그램을 보고, 특정한 계급이 전체에서 차지하는 비율을 구할 수 있게 한다.

풀이| 게임 시간이 70분 미만인 학생 수는 $5+9=14$(명)이고, 전체 학생 수는 40명이므로 전체의 $\frac{14}{40}\times100=35(\%)$이다.

답 ②

7 목표| 도수분포다각형을 보고, 전체 학생 수를 구할 수 있게 한다.

풀이| 기록이 25 m 미만인 학생 수는 $3+5=8$(명)이므로 전체 학생 수를 x명이라고 하면

$\frac{8}{x}\times100=32$, $x=25$

답 ③

8 목표| 도수분포다각형을 보고, 특정한 계급의 도수를 구할 수 있게 한다.

풀이| $25-(3+5+6+4)=7$(명)

답 ④

9 목표| 도수분포다각형을 보고, 평균을 구할 수 있게 한다.

풀이| $\frac{10\times3+20\times5+30\times7+40\times6+50\times4}{25}$

$=\frac{780}{25}=31.2$(m)

답 ②

10 목표| 도수분포표를 보고, 해석할 수 있게 한다.

풀이| 영어 성적이 60점 이상 70점 미만인 학생이 전체의 20 %이므로

$\frac{A}{20}\times100=20$, $A=4$

따라서 $B=20-(2+4+6+3)=5$이므로

$A-B=4-5=-1$

답 -1

11 목표| 두 집단의 도수분포다각형을 보고, 자료를 해석할 수 있게 한다.

풀이| A반의 학생 수는 $3+6+7+3+1=20$(명)

A반에서 성적이 상위 20 % 이내에 드는 학생 수는

$20\times\frac{20}{100}=4$(명) …㉠

A반에서 80점 이상인 학생 수가 $3+1=4$(명)이므로 상위 20 % 이내에 드는 학생의 성적은 80점 이상이다. …㉡

B반의 학생 수는 $1+5+8+4+2=20$(명)

80점 이상인 학생 수는 $4+2=6$(명) …㉢

이므로 그 비율은 $\frac{6}{20}\times100=30$(%)

따라서 B반에서 최소한 상위 30 % 이내에 든다.

…㉣

답 30 %

채점 기준

영역 \ 요소	채점 요소		배점
해결 과정	A반의 상위 20 % 이내 학생 수 구하기	㉠	4점
	A반의 상위 20 % 이내 성적 구하기	㉡	4점
	B반의 80점 이상인 학생 수 구하기	㉢	2점
답 구하기	B반의 80점 이상인 학생의 백분율 구하기	㉣	2점

12 목표| 상대도수의 분포표를 보고, 원하는 정보를 얻을 수 있게 한다.

풀이| 1학년 3반 학생 수는 $\frac{14}{0.35}=40$(명)

1학년 전체 학생 수는 $\frac{150}{0.3}=500$(명) …㉠

1학년 3반에서 90점 이상 100점 미만인 학생 수는 $0.05\times40=2$(명)

80점 이상 90점 미만인 학생 수는 $0.15\times40=6$(명)

이므로 5등인 자현이는 80점 이상 90점 미만인 계급에 속한다. …㉡

1학년 전체에서 80점 이상인 학생 수는

$(0.12+0.04)\times500=0.16\times500=80$(명) …㉢

따라서 자현이는 1학년 전체에서 적어도 80등 안에 든다. …㉣

답 80등

채점 기준

영역 \ 요소	채점 요소		배점
해결 과정	두 집단의 학생 수 각각 구하기	㉠	3점
	1학년 3반에서 5등이 속하는 계급 구하기	㉡	4점
	1학년 전체에서 80점 이상인 학생 수 구하기	㉢	4점
답 구하기	자현이의 1학년 전체 등수 구하기	㉣	1점

하·수준

1 목표| 줄기와 잎 그림을 보고, 해석할 수 있게 한다.

풀이| (1) 잎이 가장 많은 줄기는 잎의 개수가 9개인 2이다.

(2) 줄기가 1인 잎은 1, 4, 6, 7, 8이므로 자료의 값은 11, 14, 16, 17, 18이고 모두 더하면 76이다.

답 (1) 2 (2) 76

2 목표| 도수분포표에서 자료를 파악할 수 있게 한다.

풀이| (1) 도수가 가장 큰 계급은 70점 이상 80점 미만이다.

(2) (계급값)$=\frac{\text{(계급의 양 끝 값의 합)}}{2}$

이므로 차례대로 구하면 45점, 55점, 65점, 75점, 85점, 95점이다.

답 (1) 70점 이상 80점 미만
(2) 45점, 55점, 65점, 75점, 85점, 95점

3 목표| 도수분포다각형을 보고, 해석할 수 있게 한다.

풀이| (1) 계급의 크기는 $320-290=30$(L)

(2) 1인당 1일 급수량이 350 L 이상 380 L 미만, 380 L 이상 410 L 미만인 두 계급의 도수를 더하면 $3+3=6$(곳)

(3) 도수를 모두 더하면 $3+5+3+3+2=16$(곳)

답 (1) 30 L (2) 6곳 (3) 16곳

4 목표| 상대도수의 분포표를 만들 수 있게 한다.

풀이| 상대도수의 분포표를 만들면 다음과 같다.

자유투 성공 횟수

횟수(회)	학생 수(명)	상대도수
2 이상 ~ 4 미만	2	0.1
4 ~ 6	6	0.3
6 ~ 8	8	0.4
8 ~ 10	3	0.15
10 ~ 12	1	0.05
합계	20	1

답 풀이 참조

중·수준

1 목표| 줄기와 잎 그림을 보고, 해석할 수 있게 한다.

풀이| (1) 잎의 개수가 16개이므로 동아리의 학생은 모두 16명이다.

(2) 세 번째로 많이 읽은 학생은 41권을 읽었다.

답 (1) 16명 (2) 41권

2 목표| 도수분포표를 완성하고, 이를 해석할 수 있게 한다.

풀이| 전체 학생 수가 32명이므로

$A=32-(2+7+9+3)=11$

(1) 도수가 가장 큰 계급의 계급값은 $\frac{40+50}{2}=45$(회)이고, 도수가 가장 작은 계급의 계급값은 $\frac{10+20}{2}=15$(회)이다.

따라서 두 계급값의 차는 $45-15=30$(회)

(2) 기록이 50회 이상인 학생은 3명, 40회 이상인 학생은 $11+3=14$(명)이므로 기록이 좋은 쪽에서 8번째인 학생이 속하는 계급은 40회 이상 50회 미만이다.

답 (1) 30회 (2) 40회 이상 50회 미만

3 목표| 히스토그램을 보고, 해석할 수 있게 한다.

풀이| (1) $2+2+8+10+3=25$(곳)

(2) 평균 기온이 27 ℃ 미만인 도시는 모두 $2+2+8=12$(곳)이므로 $\frac{12}{25}\times100=48(\%)$

답 (1) 25곳 (2) 48 %

4 목표| 상대도수의 그래프를 보고, 해석할 수 있게 한다.

풀이| (1) 남학생의 수를 x명, 여학생의 수를 y명이라고 하면 $\frac{36}{x}=0.4$에서 $x=90$

$\frac{30}{y}=0.3$에서 $y=100$

따라서 $x+y=90+100=190$(명)이다.

(2) 남학생: $90\times0.2=18$(명)

여학생: $100\times0.38=38$(명)

답 (1) 190명
(2) 남학생: 18명, 여학생: 38명

상·수준

1 목표| 줄기와 잎 그림을 이용하여 두 집단을 비교할 수 있게 한다.

풀이| 두 반에 대한 잎들의 분포 상태를 비교하면 2반에서 30점대와 40점대가 상대적으로 많으므로 2반이 1반보다 기록이 더 좋음을 알 수 있다.

답 풀이 참조

2 목표| 히스토그램을 보고, 해석할 수 있게 한다.

풀이| 전체 학생 수를 x명이라고 하면

$\frac{15}{x}\times100=12.5,\ x=120$

따라서 70점 이상 80점 미만인 학생 수는

$120-(10+15+25+20+15)=35$(명)

답 35명

3 목표| 도수분포표와 상대도수의 분포표를 보고, 해석할 수 있게 한다.

풀이| (1) $\frac{A}{40}=0.05,\ A=2$

$\frac{5}{40}=B,\ B=0.125$

$\frac{C}{40}=0.125,\ C=5$

상대도수의 합은 항상 1이므로 $D=1$

(2) 기록이 40 cm 이상 60 cm 미만에 해당하는 상대도수의 합은 $0.125+0.25+0.35+0.125=0.85$이므로 전체의 85 %이다.

(3) 10번째로 높게 뛴 학생이 속하는 계급은 50 cm 이상 55 cm 미만이므로 $\frac{50+55}{2}=52.5$(cm)

답 (1) $A=2,\ B=0.125,\ C=5,\ D=1$
(2) 85 % (3) 52.5 cm

4 목표| 상대도수의 그래프를 보고, 해석할 수 있게 한다.

풀이| ㄷ. 남학생: $100\times0.3=30$(명)

여학생: $200\times0.3=60$(명)

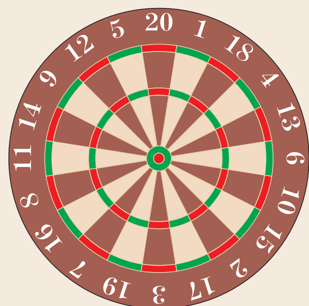
답 ㄷ

다트 게임으로 배우는 통계

‘작은 화살’이라는 뜻을 지닌 다트 게임은 영국에서 처음 시작되었다. 다트 게임은 지름의 길이가 45.3 cm인 원형 점수판에 1부터 20까지의 수를 써넣은 다트 보드를 1 m 73 cm 높이의 벽면에 걸고, 2 m 37 cm 거리에서 길이가 15 cm인 다트 핀을 던져서 맞힌 점수가 높은 사람이 이기는 경기이다. 양궁에서는 과녁의 중앙에 화살이 꽂히면 높은 점수를 얻는다. 그러나 다트는 보드에 그려진 원의 영역을 구분해 점수를 다르게 적었기 때문에 보드의 중앙에 다트 핀이 꽂혔다고 해서 반드시 점수가 높은 것은 아니다. 친구들과 다트 게임을 하여 보자.

준비물

다트 보드, 다트 핀



수행 과제 ● 1. 다트 게임에서 나온 점수를 기록하여 도수분포표를 만들고, 히스토그램을 그려 보자.
2. 만들어진 도수분포표를 이용하여 게임에서 얻은 점수의 평균을 구하여 보자.
3. 도수분포표에서 각 계급의 상대도수를 구하여 상대도수의 그래프를 그려 보자.

수행 과제 ●

1. ㉠예

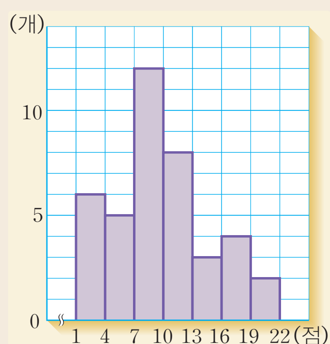
다트 게임 점수 (단위: 점)

5	9	12	1	20	9	11	10
16	8	9	3	7	15	2	1
8	13	10	9	18	13	12	11
3	9	2	12	5	4	5	12
8	16	7	7	18	7	19	6

다트 게임 점수

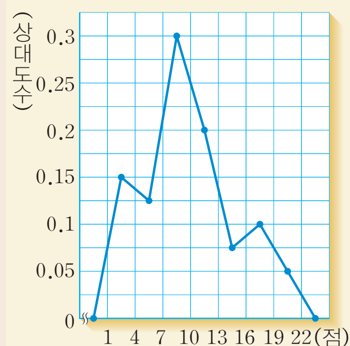
점수(점)	도수(개)
1 이상 ~ 4 미만	6
4 ~ 7	5
7 ~ 10	12
10 ~ 13	8
13 ~ 16	3
16 ~ 19	4
19 ~ 22	2
합계	40

다트 게임 점수



2. 9.775점

3. **다트 게임 점수**



삼척동자(三尺童子)와 도량형

우리는 어떤 일이 너무 분명하여 변명의 여지가 없을 때 '삼척동자(三尺童子)도 아는 사실'이라고 말한다. 여기서 삼척동자는 키가 3척 정도인 5~6세가량의 어린아이를 말하는데, 아직 사물이나 사리를 구별하고 판단할 역량이 부족한 사람을 일컫는 말이다. 삼척동자는 경우에 따라 오척지동(五尺之童)이라고도 하는데, 이 말은 "맹자(孟子)"의 '등문공(縢文公)'에 나온 다음 구절에서 그 유래를 찾아볼 수 있다.

비록 다섯 척인 아이를 시켜 시장에서 물건을 사오게 하여도 누구도 그를 속이지 않을 것이다(雖使五尺之童適市 莫之或欺).

그리고 송나라의 호전(胡銓)이 지은 "상고종봉사(上高宗封事)"에도 다음과 같은 구절이 나온다.

무릇 세 척 키의 어린아이는 지극히 어리석지만, 그에게 개나 돼지를 가리키며 절을 하게 하면 즉시 얼굴빛을 붉히면서 화를 낼 것입니다(夫三尺童子至無知也 指犬豕而使之拜 則怫然怒).

우리가 수학과 관련하여 삼척동자에 관심을 가지는 이유는 '척(尺)' 때문이다. 척은 우리 선조들이 사용하던 길이의 단위였다. 그리고 삼척동자 이외에 길이, 무게, 들이, 넓이 등과 관련된 고사로는 '거재두량(車載斗量)'이 있다. '좋은 날씨로 대풍, 곡식이 거재두량일 듯'과 같이 어떤 것의 수량이 헤아릴 수 없이 많음을 비유하는 말이 바로 거재두량이다. 이 말은 수레에 싣고 말(斗)로 재어야 할 정도로 많다는 뜻이니 그 수가 얼마나 많은지 쉽게 짐작할 수 있다.

우리나라는 현재 길이, 넓이, 부피, 무게를 나타내는 도량형(度量衡)의 단위로 미터법을 택하고 있다. 그러나 얼마 전까지만 해도 척, 평, 섬, 근 등과 같은 단위를 사용했다. 도량형에서 도(度)는 길이, 양(量)은 부피, 형(衡)은 무게를 뜻한다.

우리나라의 경우 도량형이 통일된 것은 조선 시대에 이르러서이다. 고려 시대까지는 시대에 따라 여러 종류의 도량형을 사용하여 혼란스러웠다. 도량형의 혼란은 조선 전기까지 지속되다가 세종 대왕의 명에 의하여 더 정확하고 통일된 도량형을 정했다. 도량형을 정하는 것은 나라의 기본 질서를 바로잡는 데 중요했는데, 세종 대왕은 한글과 여러 가지 과학 기구들을 만들었을 뿐만 아니라 도량형을 정비한 왕이기도 하다.

도량형도 시대에 따라 자주 변했기 때문에 1자가 오늘날 우리가 사용하는 미터법으로 정확히 얼마라고 말하기는 힘들다. 그러나 여러 자료를 근거로 오늘날과 비교하면 1치는 3.0303 cm이고 1자는 30.303 cm이다. 넓이 단위인 1보(=1평)는 약 3.3 m^2이며 들이 단위인 1홉은 180.39 cm^3이고, 무게 단위인 1근은 600 g이다.

이와 같은 길이를 근거로 삼척동자의 키는 3척, 즉 3자이므로 약 90.909 cm이다. 또 거재두량에서의 두는 1말이고, 1말은 100홉인 18039 cm^3로 약 18 L가 된다. 옛날 우리 선조들이 사용했던 수학은 오늘날 우리에게 흥미로운 문화일 뿐만 아니라 당시 과학 기술의 수준을 가늠할 수 있는 귀중한 자료이다.

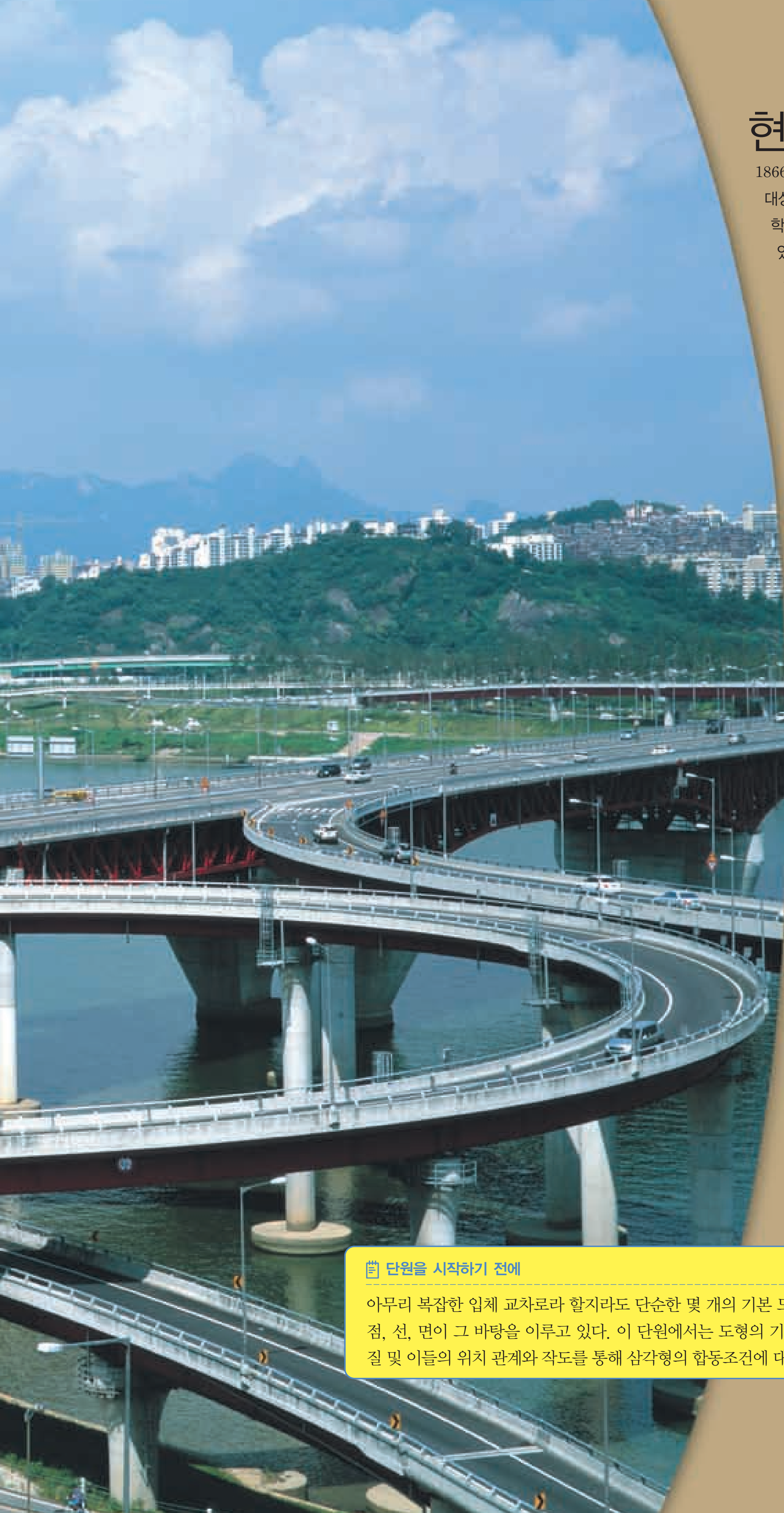
삼척동자(三尺童子) 三(석 삼), 尺(자 척), 童(아이 동), 子(아들 자)

V 기본 도형과 작도

이 단원의 |학|습|목|표|

1. 점, 선, 면, 각을 이해하고, 점, 직선, 평면의 위치 관계를 설명할 수 있다.
2. 평행선에서 동위각과 엇각의 성질을 이해한다.
3. 삼각형을 작도할 수 있다.
4. 삼각형의 합동조건을 이해하고, 이를 이용하여 두 삼각형이 합동인지 판별할 수 있다.





현대 추상 미술의 선구자인 바실리 칸딘스키(Wassily Kandinsky : 1866～1944)는 러시아 출신의 프랑스 화가로 대상의 구체적인 재현에 연연하지 않고, 기하학적 형태에 의한 구성적 추상화를 추구하였다. 칸딘스키는 우리가 접하는 모든 도형의 기본인 점, 선, 면을 회화의 기본 요소로서 연구하고 표현하였다. 그는 하나의 그림을 오케스트라에 비유했는데 화가는 오케스트라의 지휘자이고 모든 점, 선, 면의 형태는 연주자여서 이 모든 것이 조화를 이룰 때, 아름다운 그림이 나온다고 생각하였다.

단원을 시작하기 전에

아무리 복잡한 입체 교차로라 할지라도 단순한 몇 개의 기본 도형으로 이루어져 있고, 이것은 모두 점, 선, 면이 그 바탕을 이루고 있다. 이 단원에서는 도형의 기본이 되는 점, 선, 면의 여러 가지 성질 및 이들의 위치 관계와 작도를 통해 삼각형의 합동조건에 대하여 지도한다.

단원의 지도 목표

1. 기본 도형

① 점, 선, 면을 이해하게 한다.
② 각과 평행선의 성질을 이해하게 한다.
③ 점, 직선, 평면의 위치 관계를 설명할 수 있게 한다.

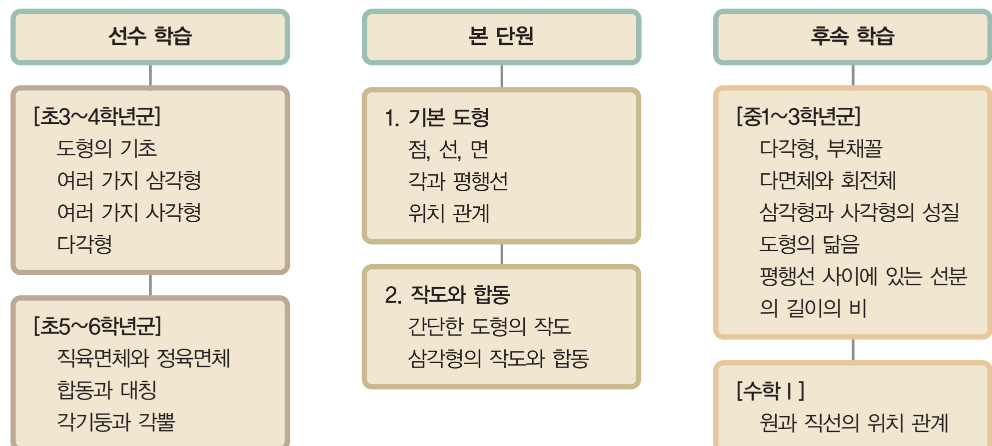
2. 작도와 합동

① 작도의 뜻을 알게 한다.
② 주어진 선분의 길이와 각의 크기가 같은 도형을 각각 작도할 수 있게 한다.
③ 주어진 삼각형과 합동인 삼각형을 작도할 수 있게 한다.
④ 삼각형의 합동조건을 이해하고, 이를 이용하여 두 삼각형이 합동인지 판별할 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

① 점, 선, 면, 각과 관련된 용어의 뜻을 직관적으로 이해하고, 이를 토대로 여러 가지 도형의 성질을 추론할 수 있게 한다.
② 작도를 이용하여 삼각형의 합동조건을 이해하게 한다.
③ 도형의 기본적인 성질을 다룰 때에는 직관적 이해에 중점을 둔다.

교수 · 학습의 계열



단원의 차시별 지도 계획

중단원	소단원	차시	교과서(쪽)	지도 내용	용어와 기호
단원의 개관			190~191	• 단원의 개관	
1. 기본 도형	**준비 학습**		192	• 선분, 직선, 반직선 • 각 • 두 직선의 수직, 평행 • 두 평면의 수직, 평행	
	1-1 점, 선, 면	1~3	193~196	• 도형을 이루는 기본 요소 • 직선, 반직선, 선분 • 두 점 사이의 거리	교점, 교선, 두 점 사이의 거리, 중점, $\overleftrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AB}$, $\overline{AB}$
	1-2 각과 평행선	4~7	197~203	• 각 • 맞꼭지각 • 동위각과 엇각 • 평행선과 동위각, 엇각의 관계	평각, 교각, 맞꼭지각, 직교, 수선의 발, 동위각, 엇각, $\angle ABC$, $\overline{AB}\perp\overline{CD}$, $l /\!/ m$
	1-3 위치 관계	8~10	204~208	• 평면에서 두 직선의 위치 관계 • 공간에서 두 직선의 위치 관계 • 공간에서 직선과 평면의 위치 관계	꼬인 위치
	수준별 학습	11	209~211	• 중단원 확인 학습 문제	
2. 작도와 합동	**준비 학습**		212	• 원으로 여러 가지 모양 만들기 • 도형의 합동 • 합동인 도형	
	2-1 간단한 도형의 작도	12~13	213~215	• 작도의 뜻 • 주어진 선분과 길이가 같은 선분의 작도 • 주어진 각과 크기가 같은 각의 작도	작도
	2-2 삼각형의 작도와 합동	14~17	216~222	• 삼각형의 대변, 대각 • 주어진 삼각형과 합동인 삼각형의 작도 • 삼각형의 합동조건	대변, 대각, (도형의) 대응, 삼각형의 합동조건, $\triangle ABC$, $\equiv$
	수준별 학습	18	223~225	• 중단원 확인 학습 문제	
단원 마무리		19~20	226~235	• 수행 과제 • 학습에 대한 자기 평가 • 대단원 핵심 한눈에 보기 • 만화로 보는 수학 이야기 • 대단원 평가 문제 • 컴퓨터의 활용 • 수학 산책	

학습 지도 계획 수립 시 차시별 지도 계획을 바탕으로 학교의 실정이나 학생들의 학습 속도에 따라 적절히 조정할 수 있다.

단원의 이론적 배경

1. 기하학의 탄생

기하학의 기원은 기원전 2500년경까지 거슬러 올라간다. 아메스의 파피루스나 이집트의 피라미드가 그 좋은 예이다. 아메스의 파피루스에는 정사각형, 직사각형, 이등변삼각형, 등변사다리꼴의 넓이와 각뿔, 닮은 도형에 관한 내용이 들어 있다. 고대 문명에서 추상적인 도형은 절대적이고 근원적인 의미를 가지는 대상으로 인식되었다.

이집트의 기하학은 토지 측량, 피라미드 건축과 같은 실생활의 필요로 등장하였다. 도형의 관찰보다는 계산법을 중요시하여 문제를 처리하기 위한 기술을 발달시키는 데 주요 목적이 있었다. 따라서 이집트의 기하학은 지나치게 실용적이고 구체적이었기 때문에 학문적으로 발전하지 못하였다. 하지만 이집트에서 발생된 기하학의 싹은 이후 그리스에서 체계적인 학문으로 발달한 기하학의 밑거름이 되었다.

한편 차근차근 따져 들어가는 논리적 사고를 좋아했던 그리스 인들은 모든 학문에 접근하기 위한 도구로서의 기하학을 중요시하여 이를 정의, 공리, 증명 등의 논리적 체계를 갖춘 학문으로 발전시켰다.

그리스의 기하학은 명확하고 논리적인 증명이 주된 특징이었는데, 이러한 논리적 체계와 학문의 기초를 다진 수학자는 유클리드(Euclid : ? B.C. 325～? B.C. 265)였다. 그는 13권으로 된 "원론(Elements)"이란 책에서 23개의 정의, 5개의 공준, 5개의 공리를 근거로 엄밀한 연역적 추론에 의하여 465개의 명제를 증명하였다. 이 책은 논리적 엄밀성과 고도의 조직적 체계를 지닌 구성상의 특징으로 인해 기하학의 교과서로서 높이 평가받았다.

유클리드의 "원론"은 오랫동안 완전한 논리 체계로 생각되었으나, 19세기에 와서 많은 논리적 결함이 있음이 지적되었다. 유클리드의 제5공준(평행선 공리)에 대한 문제 제기에서 출발하여 러시아의 로바쳅스키(Lobachevskii, N. I. : 1792～1856), 헝가리의 보여이(Bolyai, J. : 1802～1860), 독일의 리만(Riemann, G. F. B. : 1826～1866) 등은 제5공준과 상반되지만 모순이 없는 새로운 형태의 기하학을 발전시켰다. 이를 유클리드 기하학과 비교하여 비유클리드 기하학이라고 부른다.


리만

2. 작도와 작도 가능성

작도란 눈금 없는 자와 컴퍼스만을 유한 번 사용하여 도형을 그리는 것을 의미한다. 이때 작도 가능하다는 뜻은 직선과 직선, 직선과 원, 원과 원의 교점을 구하는 시행을 유한 번 반복하여 얻을 수 있다는 뜻이다. 유클리드의 "원론"에는 원에 내접하는 3, 4, 5, 6, 15각형을 작도하는 법이 소개되어 있다. 작도 가능에 대해 연구하면서 작도 불가능에 대한 문제들이 제기되었는데 정다각형의 경우에는 7, 9, 11, 13각형이 작도 불가능하다고 알려졌다.

3. 작도의 기원과 기능

작도에 관한 문제 해결은 고대 그리스 시대부터 많은 수학자들에 의해 연구되어 왔다. 작도는 그리스 인의 문화를 꽃피우는 데 일조하였는데 그리스의 웅장하고

아름다운 신전도 자와 컴퍼스만으로 설계하여 세운 것이라고 한다.

탈레스(Thales: ? B.C. 624～? B.C. 546)는 작도를 이용하여 여러 가지 정리를 증명하고자 하였고, 그의 영향을 받은 피타고라스학파의 수학자들은 기원전 6세기경에 정오각형을 작도하는 문제를 풀었다. 작도에 관한 문제의 해결 방법은 아름답고 독창적인 아이디어를 개발하는 교육적 가치와 건축이나 공학 등의 분야에서 실용적인 가치를 지닌다.


피타고라스

4. 3대 작도 불가능 문제

3대 작도 불가능 문제란 다음과 같이 자와 컴퍼스만으로는 작도가 불가능한 세 가지 경우를 말한다.

(1) 임의의 각의 삼등분선의 작도

(2) 주어진 정육면체의 부피의 두 배가 되는 정육면체의 한 변의 작도

(3) 주어진 원과 같은 넓이를 가지는 정사각형의 한 변의 작도

위와 같은 고대 그리스의 3대 작도 불가능 문제는 처음 문제가 제기된 이후로 2000여 년이 지난 19세기에 와서야 자와 컴퍼스만으로는 작도가 불가능하다는 것이 판명되었다. 이 세 문제를 풀기 위한 왕성한 연구가 결국 그리스 기하학에 큰 영향을 끼쳤고, 원뿔곡선, 삼차 · 사차곡선, 초월곡선 등의 많은 발견을 가져왔다. 훨씬 뒤에는 대수적 수, 군론 등의 발전에 커다란 영향을 주었다.

이 세 가지의 작도 불가능성에 대한 엄밀한 증명은 상당한 대수적 지식을 요구하지만, 대체로 다음과 같이 설명할 수 있다.

자는 직선을 긋는 데 사용하므로 일차방정식의 풀이와 관련이 있고, 컴퍼스는 원을 그리는 데 사용하므로 이차방정식의 풀이와 관련이 있다. 이때 일차방정식의 풀이는 사칙연산만으로 해결이 가능하고, 이차방정식의 풀이에는 사칙연산 이외에 제곱근의 계산이 필요하다. 따라서 사칙연산과 제곱근의 계산만을 유한 번 사용하여 해결이 가능한 문제는 자와 컴퍼스만을 유한 번 사용하여 작도가 가능한 반면, 앞의 세 경우는 세제곱근의 계산 및 초월수인 π와 관련되므로 작도가 불가능하다.

교수 · 학습 과정안 (기초)

대단원	V. 기본 도형과 작도	쪽수	교과서 202~203쪽
소단원	1. 기본 도형 1-2 각과 평행선	차시	7/20
학습 목표	평행선과 동위각, 엇각의 관계를 안다.		

단계	학습 과정	교수 · 학습 활동	교수 · 학습상의 유의점
도입	선수 학습 확인 동기 유발 학습 목표 제시	◐ 이전에 학습한 내용을 간단히 확인, 점검한다. ◐ 두 직선과 다른 한 직선이 만나 생기는 각에 대하여 질문한다. ◐ 학습 목표를 제시한다. • 평행선과 동위각, 엇각의 관계를 안다.	모둠 학습을 위한 소집단을 사전에 편성한다.
전개	탐구 활동 개념 학습 문제 해결	◐ 탐구 활동을 모둠별로 해결하도록 한다. ◐ 탐구 활동 결과를 발표하게 하고, 정답 확인 및 보충 설명을 한다. ◐ 학습 내용 설명 **평행선의 뜻** 한 평면 위에 있는 두 직선 l, m이 만나지 않을 때, 두 직선은 서로 평행이라고 하며, 기호로 $l /\!/ m$과 같이 나타낸다. 이때 서로 평행한 두 직선을 평행선이라고 한다. **평행선의 성질** (1) 평행한 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때, 동위각의 크기는 서로 같다. (2) 평행한 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때, 엇각의 크기는 서로 같다. (3) 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때, 동위각의 크기가 서로 같으면 두 직선은 서로 평행하다. (4) 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때, 엇각의 크기가 서로 같으면 두 직선은 서로 평행하다. ◐ 문제 7, 8, 창의 UP 문제를 풀게 한다. 정답을 확인하고, 보충 설명을 한다.	두 직선이 평행하지 않을 때 동위각과 엇각의 크기는 같지 않음을 알게 한다.
정리 및 평가	학습 내용 정리 형성 평가 수준별 과제 차시 예고	◐ 본시의 학습 내용을 정리한다. ◐ 형성 평가 문제를 제시하여 성취 수준을 파악한다. ● 오른쪽 그림에서 $l /\!/ m$일 때, 다음을 구하여라. (1) $\angle a$의 동위각 (2) $\angle b$의 엇각 (3) $\angle b=115°$일 때, $\angle f$, $\angle h$의 크기 답 (1) $\angle e$ (2) $\angle h$ (3) $\angle f=115°$, $\angle h=115°$ ◐ 형성 평가 결과에 따라 수준별 학습지(기초, 기본)를 과제로 선택하도록 한다. ◐ 다음 차시를 예고한다. • 평면에서 두 직선의 위치 관계를 알아본다.	

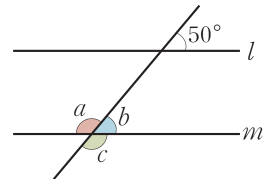
수준별 학습지 (기초)

대단원	V. 기본 도형과 작도	쪽수	교과서 202~203쪽
소단원	1. 기본 도형 1-2 각과 평행선	차시	7/20
( )학년 ( )반 ( )번 이름:			

1 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때, 두 직선이 ( )하면 동위각과 엇각의 크기는 각각 서로 같다.

답 평행

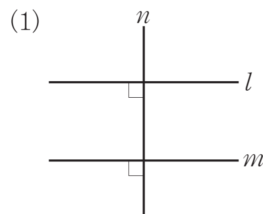
2 오른쪽 그림에서 $l /\!/ m$일 때, $\angle a$, $\angle b$, $\angle c$의 크기를 각각 구하여라.



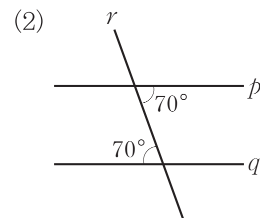
답 $\angle a=130^\circ$, $\angle b=50^\circ$, $\angle c=130^\circ$

3 다음 그림에서 서로 평행한 두 직선을 찾아 기호 $/\!/$를 써서 나타내어라.

(1)

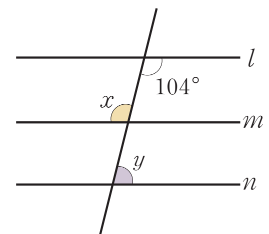


(2)



답 (1) $l /\!/ m$ (2) $p /\!/ q$

4 오른쪽 그림에서 $l /\!/ m /\!/ n$일 때, $\angle x$와 $\angle y$의 크기를 각각 구하여라.



답 $\angle x=104^\circ$, $\angle y=76^\circ$

교수 · 학습 과정안 (기본)

대단원	V. 기본 도형과 작도	쪽수	교과서 202~203쪽
소단원	1. 기본 도형 1-2 각과 평행선	차시	7/20
학습 목표	평행선과 동위각, 엇각의 관계를 안다.		

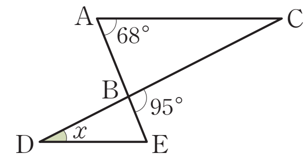
단계	학습 과정	교수 · 학습 활동	교수 · 학습상의 유의점
도입	선수 학습 확인 동기 유발 학습 목표 제시	◎ 이전에 학습한 내용을 간단히 확인, 점검한다. ◎ 두 직선과 다른 한 직선이 만나 생기는 각에 대하여 질문한다. ◎ 학습 목표를 제시한다. • 평행선과 동위각, 엇각의 관계를 안다.	모둠 학습을 위한 소집단을 사전에 편성한다.
전개	탐구 활동 개념 학습 문제 해결	◎ 탐구 활동을 모둠별로 해결하도록 한다. ◎ 탐구 활동 결과를 발표하게 하고, 정답 확인 및 보충 설명을 한다. ◎ 학습 내용 설명 **평행선의 뜻** 한 평면 위에 있는 두 직선 l, m이 만나지 않을 때, 두 직선은 서로 평행이라고 하며, 기호로 $l /\!/ m$과 같이 나타낸다. 이때 서로 평행한 두 직선을 평행선이라고 한다. **평행선의 성질** (1) 평행한 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때, 동위각의 크기는 서로 같다. (2) 평행한 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때, 엇각의 크기는 서로 같다. (3) 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때, 동위각의 크기가 서로 같으면 두 직선은 서로 평행하다. (4) 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때, 엇각의 크기가 서로 같으면 두 직선은 서로 평행하다. ◎ 문제 7, 8, 창의 UP 문제를 풀게 한다. 정답을 확인하고, 보충 설명을 한다.	두 직선이 평행하지 않을 때 동위각과 엇각의 크기는 같지 않음을 알게 한다.
정리 및 평가	학습 내용 정리 형성 평가 수준별 과제 차시 예고	◎ 본시의 학습 내용을 정리한다. ◎ 형성 평가 문제를 제시하여 성취 수준을 파악한다. ● 다음 중 오른쪽 그림에 대한 설명으로 옳지 않은 것은? ① $l /\!/ m$이면 $\angle d=55^{\circ}$ ② $l /\!/ m$이면 $\angle e=125^{\circ}$ ③ $l /\!/ m$이면 $\angle c+\angle e=180^{\circ}$ ④ $\angle d=55^{\circ}$이면 $l /\!/ m$ ⑤ $\angle b=125^{\circ}$이면 $l /\!/ m$ 답 ⑤ ◎ 형성 평가 결과에 따라 수준별 학습지(기초, 기본, 실력)를 과제로 선택하도록 한다. ◎ 다음 차시를 예고한다. • 평면에서 두 직선의 위치 관계를 알아본다.	

수준별 학습지 (기본)

대단원	V. 기본 도형과 작도	쪽수	교과서 202~203쪽
소단원	1. 기본 도형　1-2 각과 평행선	차시	7/20
(　　)학년 (　　)반 (　　)번　이름:			

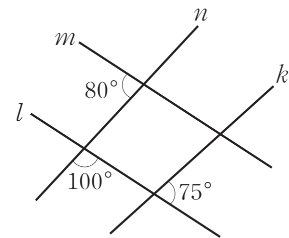
1 오른쪽 그림에서 $\overline{AC} /\!/ \overline{DE}$일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.

답 $27°$



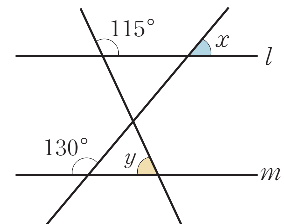
2 오른쪽 그림에서 서로 평행한 두 직선을 찾아라.

답 직선 l과 m



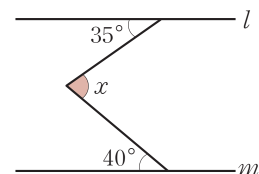
3 오른쪽 그림에서 $l /\!/ m$일 때, $\angle x$와 $\angle y$의 크기를 각각 구하여라.

답 $\angle x=50°$, $\angle y=65°$



4 오른쪽 그림에서 $l /\!/ m$일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.

답 $75°$



교수 · 학습 과정안 (실력)

대단원	V. 기본 도형과 작도	쪽수	교과서 202~203쪽
소단원	1. 기본 도형　1-2 각과 평행선	차시	7/20
학습 목표	평행선과 동위각, 엇각의 관계를 안다.		

단계	학습 과정	교수 · 학습 활동	교수 · 학습상의 유의점
도입	선수 학습 확인 동기 유발 학습 목표 제시	◐ 이전에 학습한 내용을 간단히 확인, 점검한다. ◐ 두 직선과 다른 한 직선이 만나 생기는 각에 대하여 질문한다. ◐ 학습 목표를 제시한다. • 평행선과 동위각, 엇각의 관계를 안다.	모둠 학습을 위한 소집단을 사전에 편성한다.
전개	탐구 활동 개념 학습 문제 해결	◐ 탐구 활동을 모둠별로 해결하도록 한다. ◐ 탐구 활동 결과를 발표하게 하고, 정답 확인 및 보충 설명을 한다. ◐ 학습 내용 설명 **평행선의 뜻** 한 평면 위에 있는 두 직선 l, m이 만나지 않을 때, 두 직선은 서로 평행이라고 하며, 기호로 $l /\!/ m$과 같이 나타낸다. 이때 서로 평행한 두 직선을 평행선이라고 한다. **평행선의 성질** (1) 평행한 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때, 동위각의 크기는 서로 같다. (2) 평행한 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때, 엇각의 크기는 서로 같다. (3) 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때, 동위각의 크기가 서로 같으면 두 직선은 서로 평행하다. (4) 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때, 엇각의 크기가 서로 같으면 두 직선은 서로 평행하다. ◐ 문제 7, 8, 창의 UP 문제를 풀게 한다. 정답을 확인하고, 보충 설명을 한다.	두 직선이 평행하지 않을 때 동위각과 엇각의 크기는 같지 않음을 알게 한다.
정리 및 평가	학습 내용 정리 형성 평가 수준별 과제 차시 예고	◐ 본시의 학습 내용을 정리한다. ◐ 형성 평가 문제를 제시하여 성취 수준을 파악한다. ● 오른쪽 그림에서 $l /\!/ m$일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라. 답 $80°$ (그림: l, m, $70°$, $105°$, x, $45°$) ◐ 형성 평가 결과에 따라 수준별 학습지(기본, 실력)를 과제로 선택하도록 한다. ◐ 다음 차시를 예고한다. • 평면에서 두 직선의 위치 관계를 알아본다.	

수준별 학습지 (실력)

대단원	V. 기본 도형과 작도	쪽수	교과서 202~203쪽
소단원	1. 기본 도형 1-2 각과 평행선	차시	7/20
( )학년 ( )반 ( )번 이름:			

1 오른쪽 그림에서 $l /\!/ m$일 때, $\angle x$, $\angle y$, $\angle z$의 크기를 각각 구하여라.

답 $\angle x=48^\circ$, $\angle y=74^\circ$, $\angle z=58^\circ$

2 오른쪽 그림에서 $l /\!/ m$일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.

답 60°

3 오른쪽 그림에서 $l /\!/ m$일 때, $\angle x+\angle y-\angle z$의 크기를 구하여라.

답 170°

4 오른쪽 그림과 같이 직사각형 모양의 종이테이프를 접었을 때, $\angle x$와 $\angle y$의 크기를 각각 구하여라.

답 $\angle x=55^\circ$, $\angle y=30^\circ$

1 기본 도형

중단원을 시작하며

이번 중단원에서는 다음 내용을 지도한다.

① 점, 선, 면을 이해하게 한다.
② 각과 평행선의 성질을 이해하게 한다.
③ 점, 직선, 평면의 위치 관계를 설명할 수 있게 한다.

중단원의 구성

소단원명	지도 내용
1-1 점, 선, 면	도형을 이루는 기본 요소
	직선, 반직선, 선분
	두 점 사이의 거리
1-2 각과 평행선	각, 맞꼭지각, 동위각, 엇각
	평행선과 동위각, 엇각의 관계
1-3 위치 관계	평면에서 두 직선의 위치 관계
	공간에서 두 직선의 위치 관계
	공간에서 직선과 평면의 위치 관계
수준별 학습	중단원 확인 학습 문제

교과서 192 쪽

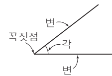
1 기본 도형

만나지도 않고 평행하지도 않는 두 선?

준 | 비 | 학 | 습

선분, 직선, 반직선
- 선분: 두 점을 곧게 이은 선
- 직선: 선분을 양쪽으로 끝없이 늘린 곧은 선
- 반직선: 한 점에서 다른 한 점의 방향으로 끝없이 늘린 곧은 선

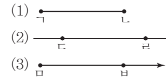
각
한 점에서 그은 두 반직선으로 이루어진 도형



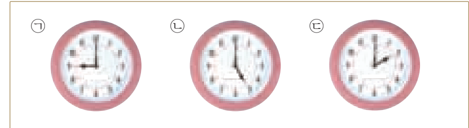
두 직선의 수직, 평행
- 두 직선이 만나서 이루는 각이 직각일 때, 두 직선은 서로 수직이라고 한다.
- 평면에서 서로 만나지 않는 두 직선을 평행이라고 한다.

두 평면의 수직, 평행
직육면체에서 계속 늘려도 만나지 않는 두 면을 서로 평행이라 하고, 직각으로 만나는 두 면을 서로 수직이라고 한다.

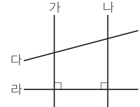
1 다음 도형의 이름을 말하여라.



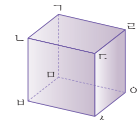
2 다음 그림과 같은 시계에서 시침과 분침이 이루는 작은 각이 예각인 경우와 둔각인 경우를 각각 찾아라.



3 오른쪽 그림에서 다음을 모두 말하여라.
(1) 서로 수직인 직선
(2) 서로 평행인 직선



4 오른쪽 직육면체를 보고, 다음 물음에 답하여라.
(1) 면 ㄱㄴㄷㄹ과 평행인 면을 말하여라.
(2) 면 ㄱㄴㄷㄹ과 수직인 면은 몇 개인가?



준비 학습의 해설

1

목표| 주어진 도형을 보고 선분, 직선, 반직선을 구분할 수 있게 한다.

풀이| (1) **선분 ㄱㄴ**
(2) **직선 ㄷㄹ**
(3) **반직선 ㅁㅂ**

2

목표| 각의 크기에 따라 예각과 둔각을 구분할 수 있게 한다.

풀이| 직각보다 작은 각을 예각이라 하고, 직각보다 크고 180°보다 작은 각을 둔각이라고 하므로
예각 : ㉢, 둔각 : ㉡

3

목표| 수직과 평행의 뜻을 알고, 서로 수직인 직선과 서로 평행인 직선을 구분할 수 있게 한다.

풀이| (1) **직선 가와 라, 직선 나와 라**
(2) **직선 가와 나**

4

목표| 직육면체를 보고, 서로 평행인 면과 서로 수직인 면을 구분할 수 있게 한다.

풀이| (1) **면 ㅁㅂㅅㅇ**
(2) 면 ㄱㄴㄷㄹ과 수직인 면은 면 ㄱㄴㅂㅁ, 면 ㄴㄷㅅㅂ, 면 ㄷㄹㅇㅅ, 면 ㄱㄹㅇㅁ으로 모두 **4**개이다.

1-1 점, 선, 면

● 점, 선, 면을 이해한다.

도형은 무엇으로 이루어져 있는가?

창의력 기르기

은하계

태양계가 포함되어 있는 은하계의 수많은 별들이 띠 모양으로 펼쳐져 은빛으로 빛나는 강처럼 보이는 것을 은하수라고 한다. 은하계는 지름이 길고 두께가 얇은 원반 모양(나선 은하)이지만, 태양계는 은하계의 가장자리에 위치하고 있어 중심부를 바라보면 기다랗게 보인다.

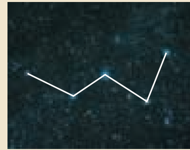


탐구 활동

오른쪽 그림은 카시오페이아자리를 포함한 밤하늘의 일부분이다. 다음 물음에 답하여 보자.

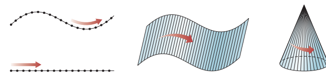
1 카시오페이아자리에서 W자를 이루는 5개의 별로 만들 수 있는 직선의 개수를 구하여 보자.

2 각 별을 점으로 보고 연결하여 여러 가지 도형을 만들어 보자.

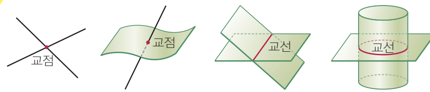


선에는 직선과 곡선이 있고, 면에는 평면과 곡면이 있다.

❶ 연속하여 움직이면 선이 되고, 선이 연속하여 움직이면 면이 된다. 따라서 무수히 많은 점으로 이루어져 있고, 면은 무수히 많은 선으로 이루어져 있다.



❷ 음 그림과 같이 선과 선 또는 선과 면이 만나서 생기는 점을 **교점**이라 하고, 이 만나서 생기는 선을 **교선**이라고 한다.



새로 나온 용어와 기호

- 교점(交點, intersection point)
- 교선(交線, line of intersection)
- 두 점 사이의 거리(distance between two points)
- 중점(中點, midpoint)
- $\overleftrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AB}$, $\overline{AB}$

창의력 기르기 참/고/자/료

18세기에 토머스 라이트와 윌리엄 허셜은 태양이 우주의 중심이 아니라 우주 공간에 떠 있는 원반 모양의 거대한 별무리(은하)에 속해 있다는 사실을 발견했다. 이 발견은 우주의 실제 모양을 그리려는 인간의 노력이 처음 결실을 맺은 것이었으며 우주를 이해하려는 과학적인 노력에 큰 진보를 가져왔다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 별을 점으로 가정하여 도형을 만들어 봄으로써 점, 선, 면이 도형의 기본이 됨을 알게 하려는 것이다.

1-1 점, 선, 면

소단원 지도 목표

① 점, 선, 면 사이의 관계를 알게 한다.

② 교점과 교선의 뜻을 알게 한다.

③ 직선, 반직선, 선분의 뜻을 알고, 이것을 기호로 나타낼 수 있게 한다.

④ 두 점 사이의 거리와 중점의 뜻을 알게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 점, 선, 면의 정의보다는 이들 사이의 관계를 이해하는 데 중점을 둔다.

2. 실생활 소재를 이용하여 한 직선을 결정하는 조건을 직관적으로 이해하게 한다.

1. 10개

2. 삼각형, 사각형 등 여러 가지 모양이 만들어진다.

본문 해설

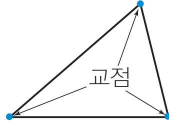
❶ 점, 선, 면은 기하학의 가장 기초가 되는 용어로 예로부터 많은 수학자들이 여러 가지로 정의하였으나 오늘날에 와서는 정의하지 않고 사용하는 무정의 용어로 다룬다. 점은 크기도 모양도 없기 때문에 넓이를 차지하지 않고 위치만 정해져 있다. 따라서 이를 나타내는 적당한 방법이 없으므로 '·'과 같이 나타내기로 약속한 것이다. 한편 수학에서는 선 위에는 무수히 많은 점들이 있다고 생각하며, 마찬가지로 면 위에는 무수히 많은 선들이 있다고 생각한다.

❷ 평면과 평면, 평면과 곡면, 곡면과 곡면이 만날 때 생기는 선이 모두 교선이다.

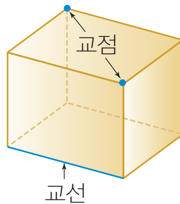
목표| 교점과 교선의 뜻을 알게 한다.

풀이| (1) 선과 선이 만나서 생기는 교점의 개수는 8개이다.
(2) 면과 면이 만나서 생기는 교선의 개수는 12개이다.

참고| • 평면도형에서 교점의 개수는 꼭짓점의 개수와 같다.



• 입체도형에서 교점의 개수는 꼭짓점의 개수와 같고, 교선의 개수는 모서리의 개수와 같다.



의/사/소/통

|출제 의도| 생활 주변에서 도형의 3요소인 점, 선, 면을 찾아보고, 점, 선, 면 사이의 관계를 파악할 수 있도록 하기 위한 문제이다.

풀이| • 점: 모눈종이의 가로선과 세로선이 만나는 점, 거미줄의 선과 선이 만나는 점, 바둑판의 가로선과 세로선이 만나는 점 등
• 선: 수평선, 철도 선로, 전깃줄, 도로의 차선 등
• 면: 모니터 화면, 책상, 책, 책받침, 칠판, 벽, 천장 등

창의력 기르기 참/고/자/료

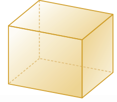
독도 근해는 청정 수역이며, 관광을 비롯한 해저 지하자원 개발 등 그 가치가 크다. 독도에 관한 자세한 정보는 경상북도 공식 독도 홈페이지(http://www.dokdo.go.kr)에서 찾아볼 수 있다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 우리가 흔히 보는 지도 위의 도시를 점으로 보고 직선을 결정하는 조건을 직관적으로 이해하게 하려는 것이다.

교과서 194 쪽

문제 | 오른쪽 직육면체를 보고, 다음 물음에 답하여라.
(1) 교점은 몇 개 있는가?
(2) 교선은 몇 개 있는가?





생활 주변에서 점, 선, 면을 찾아 서로 이야기하여 보자.

직선, 반직선, 선분이란 무엇인가?

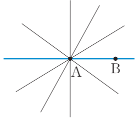
창의력 기르기

독도
독도는 경상북도 울릉군에 속하는 화산섬으로 대한민국의 동쪽 끝에 있는 영토이다. 조선 시대에는 '우산도(于山島)', '삼봉도(三峰島)' 등으로 불렸으며, 울릉도 주민들은 돌(石)을 '독'이라 하고 돌섬을 '독섬'이라고 하였다. 오늘날과 같이 '독도(獨島)'라고 한 것은 1906년부터이다.



탐구 활동

오른쪽 지도를 보고 다음 물음에 답하여 보자.
1 독도를 통과하는 직선 항로를 지도 위에 표시하여 보자.
2 포항에서 독도를 잇는 가장 짧은 항로를 지도 위에 표시하여 보자.



초등학교에서 배운 직선, 반직선, 선분을 기호로 나타내어 보자.

❶ 다른 두 점 A, B 직선을 결정한다.

한 점 A를 지나는 직선은 무수히 많지만 서로 다른 두 점 B를 지나는 직선은 오직 하나뿐이다.

❷ 다른 두 점 A, B를 지나는 직선을 직선 AB라고 하 것을 기호로

$\overleftrightarrow{AB}$

와 같이 나타낸다.

1.



2.



본문 해설

❶ 한 점을 지나는 직선은 무수히 많고, 세 점을 모두 지나는 직선은 없을 수도 있으므로 한 점 또는 세 점은 직선을 결정하는 조건이 되지 않는다.

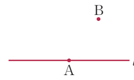
❷ 직선은 넓이나 길이를 생각하지 않고, 양 끝으로 끝없이 계속되는 방향만을 생각하므로 직선 AB를 기호로 $\overleftrightarrow{AB}$와 같이 나타낸다. 한편 다음 그림에서 $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{BC}$, $\overleftrightarrow{AC}$, $\overleftrightarrow{BA}$, $\overleftrightarrow{CB}$, $\overleftrightarrow{CA}$는 모두 같은 직선이다.



교과서 195 쪽

직선을 소문자 l, m, n, …으로 나타내기도 한다.

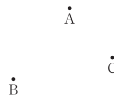
직선 l이 점 A를 지날 때 '점 A는 직선 l 위에 있다.' 고 한다. 또 직선 l이 점 B를 지나지 않을 때, '점 B는 직선 l 위에 있지 않다.' 고 한다.



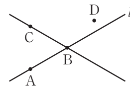
문제 2 오른쪽 그림과 같이 세 점 A, B, C가 있다. 두 점을 지나는 직선을 그어 보고, 다음 물음에 답하여라.

(1) 두 점을 지나는 직선은 모두 몇 개인가?

(2) 두 점을 지나는 직선을 기호로 나타내어라.



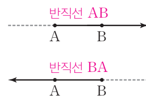
문제 3 오른쪽 그림에서 직선 l 위에 있는 점과 직선 l 위에 있지 않은 점을 각각 말하여라.



오른쪽 그림과 같이 직선 AB 위의 점 A에서 시작하여 점 B 쪽으로 뻗어 나가는 부분을 반직선 AB라고 하며, 이것을 기호로

$$\overrightarrow{AB}$$

와 같이 나타낸다. 또 직선 AB 위의 점 B에서 시작하여 점 A 쪽으로 뻗어 나가는 반직선 BA는 $\overrightarrow{BA}$와 같이 나타낸다.



❶ $\overrightarrow{BA}$는 서로 다른 …다.

❷ 직선 AB 위의 점 A에서 점 B까지의 부분을 … AB라고 하며, 이것을 기호로

$$\overline{AB}$$

와 같이 나타낸다.



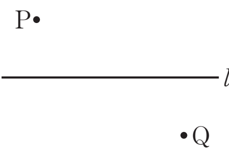
3

목표| 점이 직선 위에 있다는 것을 이해하게 한다.

풀이| • 직선 l 위에 있는 점: **점 A, 점 B**

• 직선 l 위에 있지 않은 점: **점 C, 점 D**

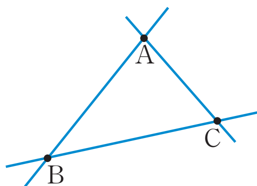
주의| 수학에서는 직선으로 나누어진 평면을 위, 아래로 구분하지 않으므로 다음 그림에서 '점 P가 직선 l 위에 있다.' 또는 '점 Q가 직선 l 아래에 있다.'라고 하지 않는다. 이와 같이 일상용어와 수학적 용어를 혼동하지 않도록 주의한다.



2

목표| 두 점을 지나는 직선을 그어 보고, 직선을 기호로 나타낼 수 있게 한다.

풀이| 두 점을 지나는 직선은 다음과 같다.



(1) 두 점을 지나는 직선은 모두 **3개**이다.

(2) 두 점을 지나는 직선을 기호로 나타내면 $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{BC}$, $\overleftrightarrow{AC}$이다.

본문 해설

❶ 직선 AB와 직선 BA는 같은 직선을 나타낸다. 그러나 반직선 AB와 반직선 BA는 시작점과 뻗어 나가는 방향이 다르므로 서로 다른 반직선을 나타낸다.

❷ 선분 AB는 양 끝 점 A, B와 그 사이에 있는 직선의 부분으로 양 끝 점 A, B가 반드시 포함되며, $\overline{AB}$ 또는 $\overline{BA}$로 표시한다.

지/도/자/료

어느 세 점도 일직선 위에 있지 않은 n개의 점에서 두 점을 지나는 직선, 반직선의 개수는 다음과 같다.

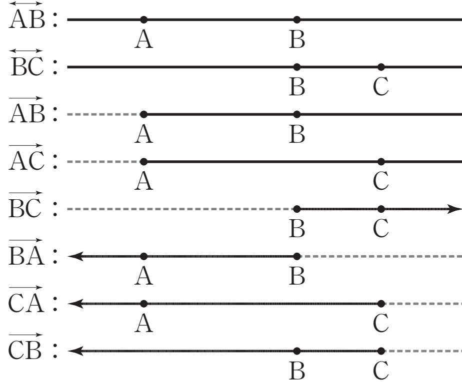
직선(또는 선분)의 개수: $\dfrac{n(n-1)}{2}$개

반직선의 개수: $n(n-1)$개

4

목표| 직선, 반직선, 선분의 기호를 이해하게 한다.

풀이| (1) 세 점이 모두 한 직선 위에 있으므로 $\overleftrightarrow{AB}$와 $\overleftrightarrow{BC}$는 같은 직선이다.
$\overrightarrow{AB}$와 $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{CA}$와 $\overrightarrow{CB}$는 시작점과 방향이 모두 같으므로 같은 반직선이다.



(2) $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{AC}$

교과서 196 쪽

문제 4 오른쪽 그림과 같이 한 직선 위에 세 점 A, B, C가 있다. 물음에 답하여라.



(1) 다음 중에서 서로 같은 것끼리 짝지어라.

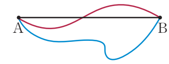


$\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{CB}$

(2) 위의 그림에서 서로 다른 선분을 모두 찾아라.

의사소통 반직선을 기호로 나타낼 때, 두 점의 순서를 고려해야 하는 이유를 말하여 보자.

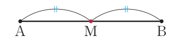
두 점 A와 B를 양 끝 점으로 하는 여러 개의 선 가운데 길이가 가장 짧은 것이 선분 AB이고, 이것의 길이를 **두 점 A, B 사이의 거리**라고 한다. 한편 선분 AB의 길이가 3 cm일 때 $\overline{AB}=3$ cm로 나타내고, 선분 AB와 선분 CD의 길이가 같을 때 $\overline{AB}=\overline{CD}$로 나타낸다.



❶ 도형으로서 선분 ... 타내기도 하고, 선분 AB의 길이를 나타내기도 한다.

$\overline{AB}$의 중점을 M이라고 하면 $\overline{AB}=2\overline{AM}=2\overline{MB}$이다.

오른쪽 그림과 같이 점 M이 선분 AB를 이등분할 때, 즉 $\overline{AM}=\overline{MB}$일 때 점 M을 선분 AB의 **중점**이라고 한다.



이때 $\overline{AM}=\overline{MB}=\frac{1}{2}\overline{AB}$이다.

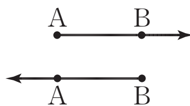
문제 5 오른쪽 그림에서 점 M은 선분 AB의 중점이고, 점 N은 선분 MB의 중점이다. 다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣어라.



(1) $\overline{AB}=\square\overline{AM}$
(2) $\overline{AB}=\square\overline{NB}$
(3) $\overline{AB}=12$ cm일 때, $\overline{MN}=\square$ cm이다.

의/사/소/통

|출제 의도| 반직선의 기호를 정확히 알게 하기 위한 문제이다.



풀이| 오른쪽 그림과 같이 반직선 $\overrightarrow{AB}$는 점 A를 시작점으로 하고 점 B 쪽을 향하지만, 반직선 $\overrightarrow{BA}$는 점 B를 시작점으로 하고 점 A 쪽으로 향하고 있어 두 점의 순서가 바뀌면 방향이 반대인 반직선이 된다.

본문 해설

❶ $\overline{AB}$의 의미
- $\overline{AB}$: 직선 AB 위의 점 A에서 점 B까지의 부분
- $\overline{AB}=5$ cm : 선분 AB의 길이가 5 cm이다.

주의| $\overline{AB}=\overline{CD}$는 선분 AB와 선분 CD의 길이가 서로 같다는 뜻이다.

5

목표| 주어진 선분을 이등분하였을 때 생기는 선분과 중점을 이해하고, 이를 활용할 수 있게 한다.

풀이| 점 M은 선분 AB의 중점이므로 $\overline{AM}=\overline{MB}$
점 N은 선분 MB의 중점이므로 $\overline{MN}=\overline{NB}$

(1) $\overline{AB}=\overline{AM}+\overline{MB}=\overline{AM}+\overline{AM}=\boxed{2}\,\overline{AM}$

(2) $\overline{AB}=2\overline{MB}=2(\overline{MN}+\overline{NB})=2\times2\overline{NB}=\boxed{4}\,\overline{NB}$

(3) $\overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{MB}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\overline{AB}$
$=\frac{1}{4}\overline{AB}=\frac{1}{4}\times12$
$=\boxed{3}\,(\text{cm})$

교과서 197 쪽

1-2 각과 평행선

● 각을 이해한다.
● 평행선과 동위각, 엇각과의 관계를 이해한다.

각이란 무엇인가?

창의력 기르기

책장과 각

오른쪽 그림은 이탈리아의 칼튼 책장으로 선반이나 책장은 항상 똑바르게 만들어야 한다는 전통적인 생각에서 벗어나 새롭게 개인의 느낌이나 감정을 표현한 것이다. 밝은 빨강, 파랑, 노랑 등 새로운 색깔의 플라스틱 합판과 목재 합판을 재료로 사용하여 마치 어린이 장난감처럼 재치 있고 재미있게 만든 작품이다.



탐구 활동

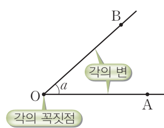
창의력 기르기의 책장 그림을 보면 다양한 크기의 각이 있다. 다음 물음에 답하여 보자.

1 예각을 찾아 그림에 표시하여 보자.
2 직각을 찾아 그림에 표시하여 보자.
3 둔각을 찾아 그림에 표시하여 보자.

오른쪽 그림과 같이 한 점 O에서 시작하는 두 반직선 OA, OB로 이루어진 도형을 각 AOB라고 하며, 이것을 기호로

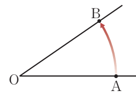
$\angle AOB$

와 같이 나타낸다. 또 $\angle AOB$를 $\angle BOA$로 나타내기도 하고, 간단히 $\angle O$, $\angle a$와 같이 나타내기도 한다.



$\angle AOB$에서 점 O를 각의 꼭짓점이라 하고, 두 반직선 OA, OB를 각의 변이라고 한다.

$\angle AOB$에서 꼭짓점 O를 중심으로 변 OA를 회전시켜 변 OB와 겹치게 할 수 있는데, 이때 회전한 양을 $\angle AOB$의 크기라고 한다.



새로 나온 용어와 기호

- 평각(平角, straight angle)
- 교각(交角, angle of intersection)
- 맞꼭지각(vertical angles)
- 직교(直交, orthogonal)
- 수선의 발(foot of perpendicular)
- 동위각(同位角, corresponding angle)
- 엇각(alternate angles)
- $\angle ABC$, $\overline{AB} \perp \overline{CD}$, $l /\!/ m$

창의력 기르기 참/고/자/료

창의력 기르기의 그림은 산업 디자이너 에토레 소트사스(Ettore Sottsass: 1917~2007)의 대표작 칼튼 책장이다. 치열한 국제 경쟁 시대에 제품에 대한 디자인이 중요시되면서 산업 디자이너에 대한 관심이 높아지고 있다. 한국직업정보시스템 홈페이지(http://know.work.go.kr)에서 산업 디자이너에 대해 알아볼 수 있다.

1-2 각과 평행선

소단원 지도 목표

① 각의 뜻을 알고, 이를 기호로 나타낼 수 있게 한다.
② 평각과 교각의 뜻을 알게 한다.
③ 맞꼭지각의 뜻을 알고, 그 성질을 이해하게 한다.
④ 직교, 수선의 발, 점과 직선 사이의 거리를 이해하게 한다.
⑤ 동위각과 엇각의 뜻을 알고, 평행선의 성질을 이해하게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

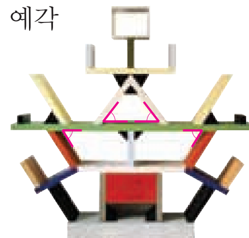
1. 각의 한 변이 다른 변까지 회전한 회전량을 각의 크기라고 함을 알게 한다. 이때 회전 방향은 고려하지 않는다. 또한 수선, 수직, 직교, 직각의 용어를 혼동하지 않도록 지도한다.

2. 평행선의 성질은 엄밀하게 증명하기보다는 관찰을 통하여 직관적으로 이해하게 하고, 이를 토대로 여러 가지 도형의 성질을 추론할 수 있게 한다.

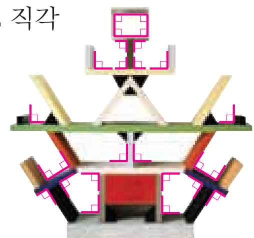
탐구 활동의 이해

활동 목표 • 실생활과 밀접한 관계가 있는 디자인 속에서 예각, 직각, 둔각을 찾아봄으로써 그 뜻을 확인하게 하려는 것이다.

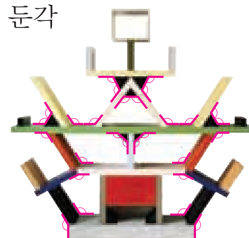
1. 예각



2. 직각



3. 둔각

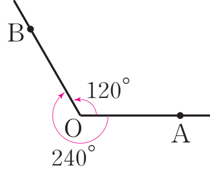


본문 해설

❶ ∠AOB의 의미

- ∠AOB: 한 점 O에서 시작하는 두 반직선 OA, OB로 이루어진 도형
- ∠AOB=30°: ∠AOB의 크기가 30°이다.

참고| 오른쪽 그림에서 ∠AOB의 크기는 120° 또는 240°라고 할 수 있으나 보통 작은 쪽의 각을 말한다.



1

목표| 각을 기호로 나타낼 수 있게 한다.

풀이| 각을 기호로 나타낼 때에는 각의 꼭짓점을 항상 가운데에 쓴다.
∠ABC (또는 **∠CBA** 또는 **∠B**),
∠MON (또는 **∠NOM** 또는 **∠O**)

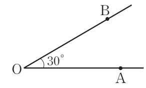
교과서 198 쪽

❶ 　　B는 도형으로서 　　내기도 하고, 그 각 　　를 나타내기도 한다.

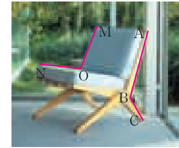
∠AOB의 크기가 30°이면

∠AOB=30°, ∠O=30°

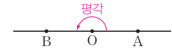
와 같이 나타낸다.



문제 1 오른쪽 그림에서 빨간색 선으로 표시된 부분의 각들을 각각 기호를 사용하여 나타내어라.

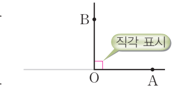


오른쪽 그림과 같이 ∠AOB의 두 변 OA, OB가 점 O를 중심으로 반대쪽에 있고 한 직선을 이룰 때, ∠AOB를 **평각**이라고 한다.



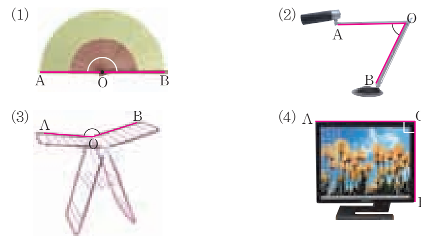
❷ 　의 크기는 180°이고, 평각의 크기의 $\frac{1}{2}$인 각을 　이라고 한다.

❸ 　서 직각의 크기는 90°이고, 각의 크기가 0°보다 　90°보다 작은 각을 예각, 90°보다 크고 180°보다 작은 각을 둔각이라고 한다.





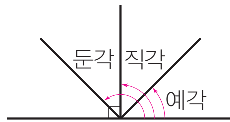
문제 2 다음 그림에서 ∠AOB는 예각, 직각, 둔각, 평각 중 어느 것인지 말하여라.



본문 해설

❷ 각의 두 변이 일직선을 이룰 때, 이를 평각이라 하고 평각의 반을 직각이라고 한 다음 직각의 크기의 $\frac{1}{90}$을 1°라고 정한다.

❸ 오른쪽 그림과 같이 0°보다 크고 90°보다 작은 각을 예각, 90°인 각을 직각, 90°보다 크고 180°보다 작은 각을 둔각이라고 한다. 이때 둔각을 그 크기가 90°보다 큰 각으로 잘못 이해하여 평각보다 큰 각을 둔각으로 생각하지 않도록 주의한다.



2

목표| 생활 주변의 물건에서 예각, 직각, 둔각, 평각을 구분할 수 있게 한다.

풀이| (1) **평각** (2) **예각**
(3) **둔각** (4) **직각**

지/도/자/료

1. 각도의 단위

(1) 1°(1도): 직각의 크기의 $\frac{1}{90}$

(2) 1′(1분): 1°의 $\frac{1}{60}$

(3) 1″(1초): 1′의 $\frac{1}{60}$

2. 각의 크기에 따른 분류

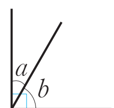
0°<(예각)<90°, (직각)=90°, 90°<(둔각)<180°, (평각)=180°이므로

0°<(예각)<(직각)<(둔각)<(평각)=180°이다.

3. 여각과 보각

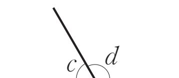
(1) 여각: 크기의 합이 90°가 되는 두 각

예 $\angle a=30°$의 여각은 $\angle b=60°$



(2) 보각: 크기의 합이 180°가 되는 두 각

예 $\angle c=60°$의 여각은 $\angle d=120°$



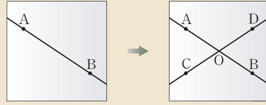
교과서 199 쪽

맞꼭지각이란 무엇인가?

탐 구 활 동

●준비물
투명 종이, 연필, 자

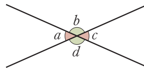
다음 그림과 같이 투명 종이 위에 한 점 O에서 만나는 두 직선 AB와 CD를 그리고 물음에 답하여 보자.



1 점 O를 중심으로 $\overrightarrow{OA}$와 $\overrightarrow{OC}$가 겹치도록 접었을 때, ∠AOD와 ∠COB가 겹쳐지는지 알아보자.

2 점 O를 중심으로 $\overrightarrow{OA}$와 $\overrightarrow{OD}$가 겹치도록 접었을 때, ∠AOC와 ∠DOB가 겹쳐지는지 알아보자.

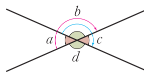
3 $\overleftrightarrow{AB}$와 $\overleftrightarrow{CD}$가 만나서 생기는 네 개의 각 중에서 크기가 서로 같은 각을 찾아보자.



오른쪽 그림과 같이 서로 다른 두 직선이 한 점에서 만날 때 생기는 ∠a, ∠b, ∠c, ∠d를 두 직선의 **교각**이라고 한다. 특히 교각 중에서

∠a와 ∠c, ∠b와 ∠d

❶ 서로 마주 보는 두 각을 **맞꼭지각**이라고 한다.



∠a+∠b=180°, ∠b+∠c=180°

이므로 ∠a+∠b=∠b+∠c에서

∠a=∠c

❷ 가지로 ∠b=∠d임을 알 수 있다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

맞꼭지각의 성질
맞꼭지각의 크기는 서로 같다.

3. **1**에서 ∠AOD와 ∠COB의 크기가 같음을 알 수 있다. 또 **2**에서 ∠AOC와 ∠DOB의 크기가 같음을 알 수 있다.

본문 해설

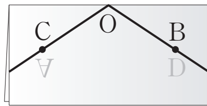
❶ 맞꼭지각이라는 용어는 '∠a의 맞꼭지각은 ∠c이다.'와 같이 어떤 각에 대하여 사용한다.
그러나 '∠a와 ∠c는 맞꼭지각이다.'와 같이 ∠a와 ∠c를 같이 말할 때에도 맞꼭지각이라 하기도 한다. 이것은 하나가 다른 것의 맞꼭지각이라는 말을 생략하여 사용한 것이다.

❷ ∠b+∠c=180°, ∠c+∠d=180°이므로
∠b+∠c=∠c+∠d에서
∠b=∠d
이다.

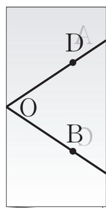
탐구 활동의 이해

활동 목표 • 종이를 직접 접어 봄으로써 맞꼭지각의 성질을 이해하게 하려는 것이다.
준비물 • 투명 종이, 연필, 자

1. 점 O를 중심으로 $\overrightarrow{OA}$와 $\overrightarrow{OC}$가 겹치도록 접으면 ∠AOD와 ∠COB가 **겹쳐진다.**

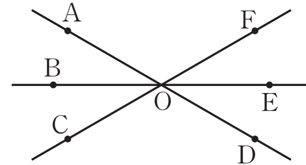


2. 점 O를 중심으로 $\overrightarrow{OA}$와 $\overrightarrow{OD}$가 겹치도록 접으면 ∠AOC와 ∠DOB가 **겹쳐진다.**



지/도/자/료 맞꼭지각

1. 다음 그림과 같이 세 직선이 한 점에서 만날 때 생기는 맞꼭지각은



∠AOB와 ∠DOE, ∠AOF와 ∠DOC,
∠BOC와 ∠EOF, ∠BOF와 ∠EOC,
∠AOE와 ∠DOB, ∠AOC와 ∠DOF
로 모두 6쌍이다.

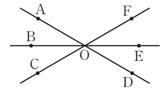
2. n개의 서로 다른 직선이 한 점에서 만날 때 생기는 맞꼭지각은 모두 $n(n-1)$쌍이다.
예를 들어 세 직선이 한 점에서 만날 때 생기는 맞꼭지각은 $3\times(3-1)=6$(쌍)이다.

교과서 200 쪽

문제 3 오른쪽 그림과 같이 세 직선이 한 점 O에서 만날 때, 다음 각의 맞꼭지각을 말하여라.

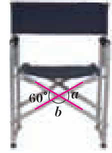
(1) ∠AOB (2) ∠AOC

(3) ∠BOD (4) ∠EOF





문제 4 오른쪽 그림에서 $\angle a$와 $\angle b$의 크기를 각각 구하여라.

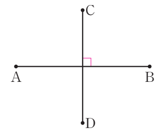




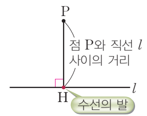
오른쪽 그림과 같이 두 선분 AB와 CD의 교각이 직각일 때, 이 두 선분은 서로 **직교**한다 또는 수직이다라고 하며, 이것을 기호로

$\overline{AB} \perp \overline{CD}$

❶ 나타낸다. 이때 한 선분은 다른 선분의 수선이라 ...다.



❷ ...쪽 그림과 같이 직선 l 위에 있지 않은 한 점 P에 ...선 l에 수선을 그었을 때, 그 교점 H를 점 P에서 ❸ ...에 내린 **수선의 발**이라고 한다. 이때 선분 PH의 ...를 점 P와 직선 l 사이의 거리라고 한다.

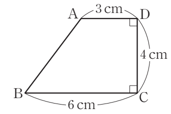


문제 5 오른쪽 사다리꼴 ABCD에서 다음을 구하여라.

(1) 변 BC와 직교하는 변

(2) 점 D에서 변 BC에 내린 수선의 발

(3) 점 D와 변 BC 사이의 거리



3

목표| 세 직선이 한 점에서 만나는 경우에 생기는 맞꼭지각을 찾을 수 있게 한다.

풀이| 두 직선이 한 점에서 만날 때 생기는 각 중에서 서로 마주 보는 두 각을 맞꼭지각이라고 하므로

(1) ∠AOB의 맞꼭지각은 **∠DOE**

(2) ∠AOC의 맞꼭지각은 **∠DOF**

(3) ∠BOD의 맞꼭지각은 **∠EOA**

(4) ∠EOF의 맞꼭지각은 **∠BOC**

4

목표| 맞꼭지각의 성질과 평각의 크기를 이용하여 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| 맞꼭지각의 크기는 서로 같으므로

$\angle a = \mathbf{60^\circ}$

$60^\circ + \angle b = 180^\circ$이므로

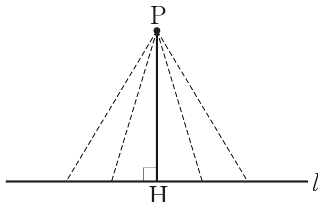
$\angle b = 180^\circ - 60^\circ = \mathbf{120^\circ}$

본문 해설

❶ 수선은 한 선분과 직각으로 만나는 선분을 나타내는 용어이고, 직각은 크기가 90°인 각을 나타내는 용어이다.

❷ 수선의 발은 직선 밖의 한 점에서 그 직선에 수직이 되도록 직선을 그었을 때 직선과 만나는 교점이다.

❸ 점 P와 직선 l 사이의 거리 $\overline{PH}$는 점 P와 직선 l 위의 점을 잇는 선분 중에서 그 길이가 가장 짧다.



5

목표| 직교하는 변과 수선의 발을 찾아 점과 직선 사이의 거리를 구할 수 있게 한다.

풀이| 변 BC와 변 CD가 수직이므로

(1) 변 BC와 직교하는 변은 **변 CD**이다.

(2) 점 D에서 변 BC에 내린 수선은 $\overline{CD}$이므로 $\overline{BC}$와 $\overline{CD}$의 교점인 **점 C**가 구하는 수선의 발이다.

(3) 점 D와 변 BC 사이의 거리는 점 D에서 변 BC에 내린 수선 CD의 길이이므로 구하는 길이는 **4 cm**이다.

창의력 기르기 참/고/자/료

도로명 주소는 주소의 기준을 기존에 사용하던 지번에서 도로명과 건물 번호로 변경한 것이다. 자세한 내용은 도로명주소안내시스템 홈페이지(http://www.juso.go.kr)에서 알아볼 수 있다.

동위각, 엇각이란 무엇인가?

창의력 기르기 **도로명 주소**

예전에 쓰던 지번 주소는 1910년대 일제 강점기 시절 세금을 걷기 위해 토지를 나누면서 번호를 붙인 것이었다. 하지만 번지수만 보고는 위치를 찾기 어렵게 되어 '도로명 주소'라고 하는 현 주소 체계가 도입되었다.

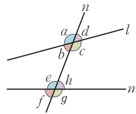
탐구 활동 **오른쪽 그림과 같이 단풍길과 솔길, 단풍길과 샘길이 각각 만날 때, 다음 물음에 답하여 보자.**



1 단풍길과 솔길의 교차로를 기준으로 도서관이 오른쪽 위에 있다고 할 때, 문방구는 단풍길과 샘길의 교차로를 기준으로 오른쪽 위에 있으므로 서로 같은 위치에 있다고 볼 수 있다. 우체국과 같은 위치에 있는 건물을 찾아보자.

2 단풍길과 솔길의 교차로를 기준으로 학교가 오른쪽 아래에 있다고 할 때, 병원은 단풍길과 샘길의 교차로를 기준으로 왼쪽 위에 있으므로 서로 엇갈린 위치에 있다고 볼 수 있다. 약국과 엇갈린 위치에 있는 건물을 찾아보자.

❶ 쪽 그림과 같이 두 직선 l, m이 다른 한 직선 n과 만나면 8개의 각이 생긴다. 이때



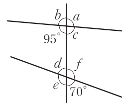
$\angle a$와 $\angle e$, $\angle b$와 $\angle f$, $\angle c$와 $\angle g$, $\angle d$와 $\angle h$

와 같이 같은 위치에 있는 두 각을 각각 서로 **동위각**이라고 한다. 또

$\angle b$와 $\angle h$, $\angle c$와 $\angle e$

❷ 엇갈린 위치에 있는 두 각을 각각 서로 **엇각**이라고 한다.

문제 6 오른쪽 그림을 보고, 다음 물음에 답하여라.



(1) $\angle a$, $\angle b$의 동위각을 각각 말하여라.

(2) $\angle c$의 엇각을 말하여라.

(3) $\angle d$, $\angle e$, $\angle f$의 크기를 각각 구하여라.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 생활 주변에서 두 직선과 한 직선이 만나서 생기는 8개의 각을 비교해 봄으로써 동위각과 엇각을 알게 하려는 것이다.

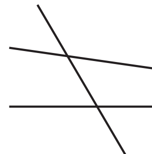


1. 우체국은 단풍길과 솔길이 만나는 교차로를 기준으로 (왼쪽, 위)에 있으므로 우체국과 같은 위치에 있는 건물은 단풍길과 샘길이 만나는 교차로를 기준으로 (왼쪽, 위)에 있는 **병원**이다.

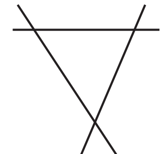
2. 약국은 단풍길과 솔길이 만나는 교차로를 기준으로 (왼쪽, 아래)에 있으므로 약국과 엇갈린 위치에 있는 건물은 단풍길과 샘길이 만나는 교차로를 기준으로 (오른쪽, 위)에 있는 **문방구**이다.

본문 해설

❶ 동위각은 다음과 같이 한 평면 위에서 세 개의 직선이 두 점에서 만나거나 세 점에서 만나는 경우에만 생각할 수 있다.

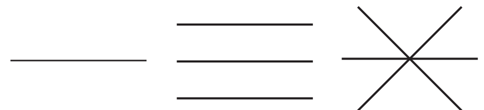


두 점에서 만날 때



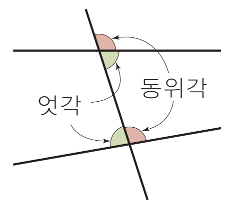
세 점에서 만날 때

참고| 동위각이 생기지 않는 경우는 다음과 같다.



일치 평행 한 점에서 만날 때

❷ 동위각은 같은 위치에 있는 각이고, 엇각은 엇갈린 위치에 있는 각으로 동위각과 엇각은 각의 크기와 관계없고, 위치와 관계있다.



6

목표| 두 직선이 한 직선과 만나서 생기는 각 중에서 동위각과 엇각을 찾을 수 있게 한다.

풀이| (1) $\angle a$와 같은 위치에 있는 각은 $\angle \boldsymbol{f}$이다.

$\angle b$와 같은 위치에 있는 각은 $\angle \boldsymbol{d}$이다.

(2) $\angle c$와 엇갈린 위치에 있는 각은 $\angle \boldsymbol{d}$이다.

(3) 맞꼭지각의 크기는 같으므로 $\angle d = \mathbf{70^\circ}$

평각의 크기는 180°이므로 $\angle e = 180^\circ - 70^\circ = \mathbf{110^\circ}$

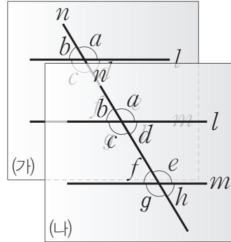
맞꼭지각의 크기는 같으므로 $\angle f = \angle e = \mathbf{110^\circ}$

교과서 202 쪽

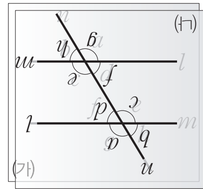
탐구 활동의 이해

활동 목표 • 투명 종이를 움직여 봄으로써 평행선의 성질을 직접 확인할 수 있게 하려는 것이다.
준비물 • 투명 종이, 연필, 자

1. 투명 종이를 오른쪽 그림과 같이 움직여 보면 동위각인 $\angle a$와 $\angle e$, $\angle b$와 $\angle f$, $\angle c$와 $\angle g$, $\angle d$와 $\angle h$가 겹쳐지므로 그 크기가 각각 **같다.**



2. 투명 종이 (나)를 오른쪽 그림과 같이 움직여 보면 엇각인 $\angle c$와 $\angle e$, $\angle d$와 $\angle f$가 겹쳐지므로 그 크기가 각각 **같다.**

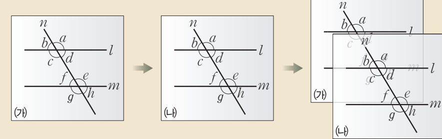


평행선과 동위각, 엇각은 어떤 관계가 있는가?

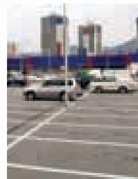
탐구 활동 다음 과정에 따라 투명 종이 위에 선을 그리고 물음에 답하여 보자.

• 준비물
투명 종이, 연필, 자

❶ 투명 종이 (가) 위에 서로 평행한 직선 l, m을 그리고, 그 두 직선과 만나는 직선 n을 그린다.
❷ 투명 종이 (나)를 투명 종이 (가) 위에 대고 똑같이 세 직선을 따라서 그린다.
❸ 투명 종이 (나)를 투명 종이 (가) 위에 올려놓고 움직여 본다.



1 투명 종이 (나)를 움직여 동위각의 크기가 각각 같은지 알아보자.
2 투명 종이 (나)를 움직여 엇각의 크기가 각각 같은지 알아보자.



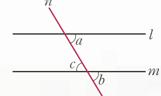
한 평면 위에 있는 두 직선 l, m이 만나지 않을 때, 두 직선은 서로 평행이라고 하며, 이것을 기호로

$$l /\!/ m$$

과 같이 나타낸다. 이때 서로 평행한 두 직선을 평행선이라고 한다.

❶ [illegible]적으로 평행한 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때 생기는 동위각의 크기는 [illegible] 같고, 엇각의 크기도 서로 같다.

또 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때 생기는 동위각의 크기나 엇각의 크기가 각각 서로 같으면 두 직선은 서로 평행하다. 이를테면 오른쪽 그림에서



$\angle a = \angle b$이면 $l /\!/ m$

$\angle a = \angle c$이면 $l /\!/ m$

이다.

본문 해설

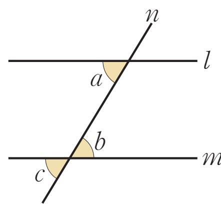
❶ 평행한 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때 생기는 엇각의 크기가 같은 이유를 맞꼭지각과 동위각의 성질을 이용하여 알 수 있다.

오른쪽 그림에서

$\angle a$와 $\angle c$: 동위각

$\angle b$와 $\angle c$: 맞꼭지각

$\angle a$와 $\angle b$: 엇각



이고, 동위각과 맞꼭지각의 크기가 각각 서로 같으므로 $\angle a = \angle c = \angle b$이다.

따라서 엇각인 $\angle a$와 $\angle b$의 크기는 서로 같다.

주의 동위각이나 엇각의 크기가 무조건 같은 것이 아니라 평행선이 다른 한 직선과 만날 때에만 동위각과 엇각의 크기가 각각 같다는 것에 주의한다.

지/도/자/료 평행선의 정의

평행선을 정의하는 방법으로는 다음의 3가지가 있다.

(1) 불교성(不交性): 아무리 연장하여도 서로 만나지 않는 두 직선을 평행선이라고 한다.

(2) 동방향성(同方向性): 동일한 방향의 두 직선을 평행선이라고 한다.

(3) 등거리성(等距離性): 두 직선 사이의 거리가 항상 일정할 때, 두 직선을 평행선이라고 한다.

읽/기/자/료

프톨레마이오스 왕이 수학자 유클리드에게 물었다.
"기하학을 좀 더 쉽게 배우는 방법은 없는가?"
유클리드가 대답했다.
"지금 이 세상에는 두 종류의 길이 있습니다. 바로 평민이 다니는 길과 왕이 다니는 길입니다. 그러나 기하학에는 왕도가 없습니다."

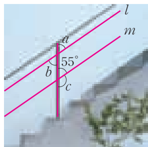
교과서 203 쪽

이상을 정리하면 다음과 같다.

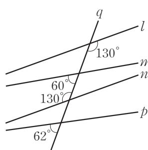
❶ 선의 성질

평행한 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때, 동위각의 크기는 서로 같다.
(2) 평행한 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때, 엇각의 크기는 서로 같다.
(3) 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때, 동위각의 크기가 서로 같으면 두 직선은 서로 평행하다.
(4) 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때, 엇각의 크기가 서로 같으면 두 직선은 서로 평행하다.

문제 7 오른쪽 그림에서 $l /\!/ m$일 때, $\angle a$, $\angle b$, $\angle c$의 크기를 각각 구하여라.

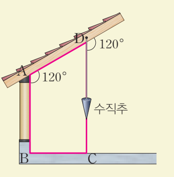


문제 8 오른쪽 그림에서 서로 평행한 두 직선을 찾아라.



창의 UP

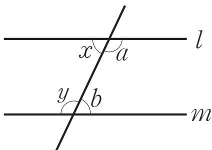
오른쪽 그림과 같이 지붕과 벽이 이루는 각의 크기가 120°이고 수직추를 매단 줄과 지붕이 이루는 각의 크기도 120°였을 때, 선분 AB와 선분 BC가 수직임을 설명하여라. (단, 바닥은 수평면이다.)



본문 해설

❶ 두 직선이 서로 평행함을 설명하려면 동위각이나 엇각의 크기가 각각 같음을 확인한다.

참고| $l /\!/ m$이면
$\angle a + \angle b = 180°$,
$\angle x + \angle y = 180°$



7

목표| 평행선의 성질을 이용하여 동위각, 엇각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| 평행한 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때
동위각의 크기는 서로 같으므로 $\angle a = \mathbf{55°}$
엇각의 크기도 서로 같으므로 $\angle b = \mathbf{55°}$
평각의 크기는 180°이므로 $\angle c = 180° - 55° = \mathbf{125°}$

8

목표| 평행선의 성질을 이용하여 평행한 두 직선을 찾을 수 있게 한다.

풀이| **두 직선 l과 n**이 직선 q와 만날 때 생기는 엇각의 크기가 130°로 같고, 엇각의 크기가 같으면 두 직선은 서로 평행하므로 $l /\!/ n$이다.

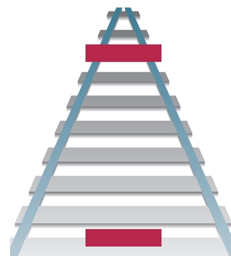
창의 UP

|출제 의도| 평행선의 성질을 이해하고 이를 이용하여 문제를 해결할 수 있도록 하기 위한 문제이다.

풀이| 수직추는 공중에서 늘어뜨린 가는 줄에 매단 작은 추로 중력에 의하여 줄이 바닥과 수직을 이룬다.
그림에서 수직추를 매단 줄과 지붕이 이루는 각과 지붕과 벽이 이루는 각은 동위각이다. 동위각의 크기가 같으므로 수직추의 줄과 벽은 평행하고, 수직추의 줄이 바닥과 수직이므로 선분 AB와 선분 BC가 수직임을 알 수 있다.

읽/기/자/료 퐁조 착시

기찻길은 평행하지만 우리 눈에는 멀리 갈수록 좁아지는 것처럼 보인다. 길이가 같은 막대 두 개를 기찻길의 두 지점에 놓을 때, 멀리 놓인 막대가 더 길어 보이는데, 이러한 현상을 폰조 착시 또는 기찻길 착시라고 한다.



1-3 위치 관계

소단원 지도 목표

① 점과 직선의 위치 관계를 설명할 수 있게 한다.
② 한 평면에서 두 직선의 위치 관계를 설명할 수 있게 한다.
③ 공간에서 두 직선의 위치 관계를 설명할 수 있게 한다.
④ 공간에서 직선과 평면의 위치 관계를 설명할 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 평면은 일반적으로 평행사변형 모양으로 나타내며, 직선과 마찬가지로 무한히 뻗어 있음을 유의하여 지도한다.

2. 직선과 직선의 위치 관계는 같은 평면 위에 있을 때와 그렇지 않을 때로 나누어 차이점을 강조하여 지도한다. 같은 평면 위에 있지 않을 때는 꼬인 위치에 있는 경우도 있음을 알게 한다.

새로 나온 용어와 기호

• 꼬인 위치(skew position)

교과서 204 쪽

1-3 위치 관계

● 점, 직선, 평면의 위치 관계를 설명할 수 있다.

평면에서 두 직선은 어떤 위치 관계에 있는가?

창의력 기르기

철도와 침목

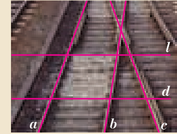
침목은 레일을 정해진 위치에 고정하고, 기차가 지나가면서 누르는 힘을 분산하기 위하여 레일 밑에 가로로 깔아 놓은 것이다. 예전에는 목재를 주로 사용하였지만 요즈음은 콘크리트나 철재를 사용하기도 한다.

탐구 활동

오른쪽 그림을 보고 다음 물음에 답하여 보자.

1 직선 l과 만나는 직선은 어느 것인가?

2 직선 l과 만나지 않는 직선은 어느 것인가?



직선의 위치 관계는 다음 두 가지 경우가 있음을 앞에서 배웠다.

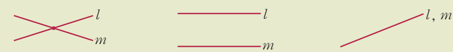
❶ 는 직선 l 위에 있다. (2) 점 A는 직선 l 위에 있지 않다.



한편 한 평면 위에 있는 두 직선 l, m의 위치 관계는 다음 세 가지 경우가 있다.

❷ 면에서 두 직선의 위치 관계

한 점에서 만난다. (2) 평행하다. (3) 일치한다.



창의력 기르기 참 / 고 / 자 / 료

한국 최초의 철도인 경인선은 노량진에서 제물포까지 운행되었으며 그 길이는 33.2 km이었다. 운행 시간은 1시간 30분가량이었으며, 평균 시속 20~22 km, 최고 시속 60 km까지 낼 수 있었다. 철도의 역사에 대한 자세한 내용은 한국철도공사 홈페이지(http://www.korail.com)에서 찾아볼 수 있다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 한 평면에서의 두 직선의 위치 관계를 생활 주변에서 찾아봄으로써 그 관계를 이해하게 하려는 것이다.

1. 직선 a, 직선 b, 직선 c

2. 직선 d

본문 해설

❶ • 점 A는 직선 l 위에 있다.
⇨ 직선 l이 점 A를 지난다.



• 점 A는 직선 l 위에 있지 않다.
⇨ 직선 l이 점 A를 지나지 않는다.
⇨ 점 A가 직선 l 밖에 있다.



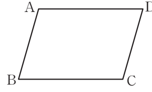
❷ 한 평면에서 두 직선은 만나지 않으면 반드시 평행하고, 평행하지 않으면 반드시 만난다.
한편 평면은 공간도형의 기본적인 요소인 점, 선, 면의 하나로서 무정의 용어이다.

교과서 205 쪽

문제 | 오른쪽 평행사변형 ABCD에서 다음을 말하여라.

(1) 변 AB와 평행한 변

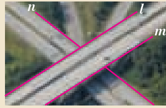
(2) 변 BC와 만나는 변



공간에서 두 직선은 어떤 위치 관계에 있는가?

창의력 기르기 입체 도로의 유용성

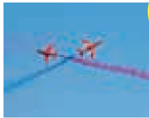
교통량이 많은 주요 도로나 고속 국도에서 교차하는 부분을 평면적으로 만들면 교통이 혼잡해져서 차량이 정체되거나 사고가 많이 발생하게 된다. 따라서 교차하는 부분을 입체적으로 만들면 교통이 원활해지고 사고를 줄일 수 있다.



탐구 활동 창의력 기르기의 그림을 보고 다음 물음에 답하여 보자.

1 직선 l과 평행한 직선은 어느 것인가?

2 직선 l과 만나지도 않고, 평행하지도 않는 직선은 어느 것인가?



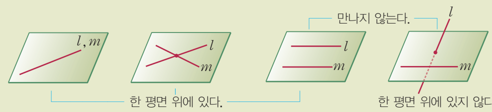
❶ …서 두 직선이 서로 만나지도 않고 평행하지도 않을 때, 두 직선은 …위치에 있다고 한다.

공간에서 서로 다른 두 직선 l, m의 위치 관계는 다음 네 가지 경우가 있다.

❷ …치에 있는 두 직 … 평면 위에 있지 않다.

공간에서 두 직선의 위치 관계

(1) 일치한다. (2) 한 점에서 만난다. (3) 평행하다. (4) 꼬인 위치에 있다.



창의력 기르기 참/고/자/료

생활 기반 시설인 도로를 만들 때에 기하학이 이용된다. 도로는 평면적 요소와 입체적인 형상이 조화를 이루어야만 도로 이용자에게 쾌적성, 신속성과 안전성을 충족시키며 교통을 원활하게 할 수 있다. 도로에 대한 보다 많은 정보는 도로시설기준 홈페이지(http://rdguide.kict.re.kr)에서 찾아볼 수 있다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 공간에서의 두 직선의 위치 관계를 생활 주변에서 찾아봄으로써 그 관계를 이해하게 하려는 것이다.

1. 직선 l과 평행한 직선은 **직선 m**이다.

2. 직선 l과 만나지도 않고, 평행하지도 않는 직선은 **직선 n**이다.

목표 | 한 평면에 주어진 도형에서 직선의 위치 관계를 알게 한다.

풀이 | (1) 변 AB와 평행한 변은 **변 CD**이다.

(2) 변 BC와 만나는 변은 **변 AB, 변 CD**이다.

주의 | 평면도형에서 위치 관계를 말할 때에는 평면도형의 변을 그 변을 포함하는 직선으로 생각한다.

지/도/자/료

한 평면에서

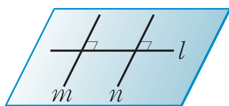
(1) 한 직선에 평행한 두 직선은 서로 평행하다. 즉,

$l /\!/ m$, $l /\!/ n$이면 $m /\!/ n$



(2) 한 직선에 수직인 두 직선은 서로 평행하다. 즉,

$l \perp m$, $l \perp n$이면 $m /\!/ n$



본문 해설

❶ 공간에서 두 직선의 위치 관계와 한 평면에서 두 직선의 위치 관계의 차이점은 만나지도 않고 평행하지도 않는 꼬인 위치에 있는 경우이다.

❷ 두 직선이 만나는 경우나 평행한 경우는 한 평면 위에 있을 수 있지만, 꼬인 위치에 있는 두 직선은 한 평면 위에 있을 수 없다.

참고 | 공간에서 두 직선이 만나지 않는 경우는

(1) 평행한 경우

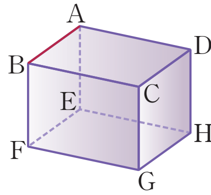
(2) 꼬인 위치에 있는 경우

의 2가지뿐이다.

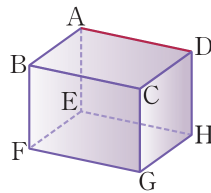
2

목표| 직육면체의 모서리를 관찰하여 공간에서 두 직선의 위치 관계를 알게 한다.

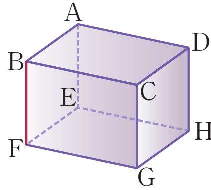
풀이| (1) 모서리 AB와 만나는 모서리는 **모서리 AD, 모서리 AE, 모서리 BC, 모서리 BF**



(2) 모서리 AD와 평행한 모서리는 **모서리 BC, 모서리 FG, 모서리 EH**



(3) 모서리 BF와 꼬인 위치에 있는 모서리는 **모서리 AD, 모서리 CD, 모서리 EH, 모서리 GH**



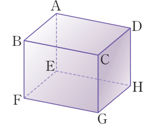
교과서 206 쪽

문제 2 오른쪽 직육면체에서 다음을 말하여라.

(1) 모서리 AB와 만나는 모서리

(2) 모서리 AD와 평행한 모서리

(3) 모서리 BF와 꼬인 위치에 있는 모서리





의사소통 공간에서 두 직선의 위치 관계를 보여 주는 예를 생활 주변에서 찾아 말하여 보자.



공간에서 직선과 평면은 어떤 위치 관계에 있는가?

창의력 기르기 가드펜스와 도로

차도와 인도 사이 또는 고속 국도의 중앙 분리대에 설치한 가드펜스는 자동차와 사람이 안전하게 이동할 수 있도록 하기 위하여 반드시 필요한 시설물이다. 요즈음은 직선, 곡선, 원 등을 사용하여 이것이 주변과 조화를 이루어 아름답고 개성 있는 공간이 되도록 만들고 있다.



탐구 활동 창의력 기르기의 그림을 보고 다음 물음에 답하여 보자.

1 지면과 한 점에서 만나는 직선은 어느 것인가?

2 지면과 만나지 않는 직선은 어느 것인가?

3 지면에 포함되는 직선은 어느 것인가?

의/사/소/통

|출제 의도| 생활 주변의 소재를 이용하여 공간에서 두 직선의 위치 관계를 파악할 수 있도록 하기 위한 문제이다.

풀이| • 두 직선이 한 점에서 만나는 경우: 그물의 씨실과 날실

• 두 직선이 평행한 경우: 이단 평행봉

• 두 직선이 꼬인 위치에 있는 경우: 에어쇼에서 교차하는 두 비행기의 직선 경로

창의력 기르기 참/고/자/료

안전을 위해 설치하던 가드펜스가 소음 방지, 환경 개선 등 설치된 지역의 특징이나 개성을 살리는 조형물이 되고 있다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 우리 주변의 시설물에서 선과 면을 살펴봄으로써 공간에서 직선과 평면의 위치 관계를 확인하게 하려는 것이다.

1. 지면과 한 점에서 만나는 직선은 **직선 l**이다.

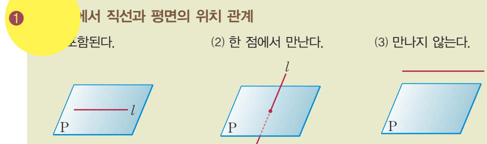
2. 지면과 만나지 않는 직선은 **직선 m**이다.

3. 지면에 포함되는 직선은 **직선 n**이다.

교과서 207 쪽

공간에서 직선 l과 평면 P의 위치 관계는 다음 세 가지 경우가 있다.

❶ 에서 직선과 평면의 위치 관계



공간에서 직선이 평면과 만나는 경우는 직선이 평면에 포함되거나 평면과 한 점에서 만나는 경우이다.

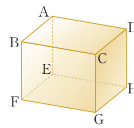
공간에서 직선과 평면의 위치 관계 (3)과 같이 직선 l이 평면 P와 만나지 않는 경우는 직선 l과 평면 P가 서로 평행하다고 하며, 이것을 기호로

$$l /\!/ \mathrm{P}$$

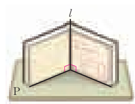
와 같이 나타낸다.

문제 3 오른쪽 직육면체에서 다음을 말하여라.

(1) 면 ABCD에 포함되는 모서리
(2) 면 ABCD와 평행한 모서리
(3) 모서리 AE와 한 점에서 만나는 면



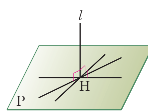
직선 l과 평면 P의 교점을 지나고 평면 P 위에 있는 두 개의 직선이 각각 직선 l에 수직이면 직선 l과 평면 P는 수직이다.



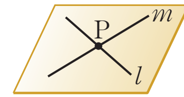
❷ 쪽 그림과 같이 직선 l과 평면 P가 한 점 H에서 나고, 직선 l이 점 H를 지나는 평면 P 위의 모든 직선과 수직으로 만날 때, 직선 l과 평면 P는 수직이라고 하며, 이것을 기호로

$$l \perp \mathrm{P}$$

와 같이 나타낸다. 이때 직선 l은 평면 P의 수선이라고 한다.



(3) 한 점에서 만나는 두 직선

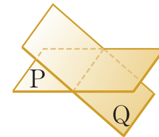


(4) 평행한 두 직선



• 두 평면의 위치 관계

(1) 만난다.

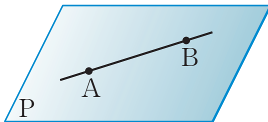


(2) 평행하다.



본문 해설

❶ 직선 위의 서로 다른 두 점이 한 평면 위에 있을 때 직선은 그 평면에 포함된다.



주의| 직선과 평면의 위치 관계에는 꼬인 위치가 없음에 주의한다.

참고| • 평면은 다음의 각 경우에 한 개로 결정된다.

(1) 한 직선 위에 있지 않는 세 점



(2) 한 직선과 그 직선 밖에 있는 한 점



3

목표| 직육면체에서 모서리와 면의 위치 관계를 알게 한다.

풀이| (1) **모서리 AB, 모서리 BC, 모서리 CD, 모서리 AD**

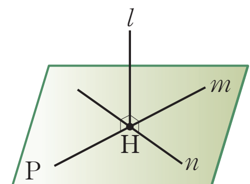
(2) **모서리 EF, 모서리 FG, 모서리 GH, 모서리 EH**

(3) **면 ABCD, 면 EFGH**

참고| 면과 평행한 모서리는 면과 만나지 않는 모서리이다.

본문 해설

❷ 직선 l과 평면 P의 교점이 H이고, 점 H를 지나는 평면 P 위의 두 직선 m, n에 대하여 $l \perp m$, $l \perp n$이면 $l \perp \mathrm{P}$이다.



4

목표| 삼각기둥에서 모서리와 면의 위치 관계를 알게 한다.

풀이| (1) **모서리 DE, 모서리 EF, 모서리 DF**

(2) **모서리 AD**

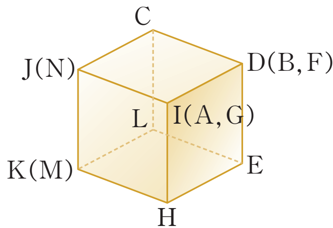
(3) **모서리 BC, 모서리 EF**

(4) **면 ABC, 면 DEF**

5

목표| 전개도로 주어진 정육면체에서 모서리와 면의 위치 관계를 알게 한다.

풀이| 면 LEHK를 밑면으로 한 정육면체를 그리면 다음 그림과 같다.



예

(1) **모서리 CD, 모서리 FG, 모서리 IJ, 모서리 NC**

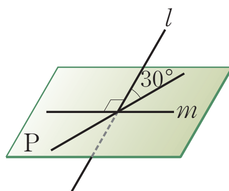
(2) **모서리 CL, 모서리 DE, 모서리 IH, 모서리 JK**

(3) **모서리 CL, 모서리 JK, 모서리 KH, 모서리 LE**

추/론

|출제 의도| 직선과 평면의 수직을 이해하도록 하기 위한 문제이다.

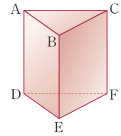
풀이| 수직이라고 할 수 없다. 예를 들어 오른쪽 그림과 같이 직선 l과 직선 m은 수직이지만 직선 l과 평면 P는 수직이 아니다.



교과서 208 쪽

문제 4 오른쪽 삼각기둥에서 다음을 말하여라.

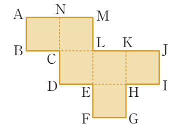
(1) 면 ABC와 평행한 모서리
(2) 면 BEFC와 평행한 모서리
(3) 모서리 AD와 꼬인 위치에 있는 모서리
(4) 모서리 AD와 수직인 면





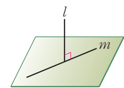
문제 5 오른쪽과 같은 전개도로 만든 정육면체에 대하여 다음을 말하여라.

(1) 면 LEHK와 평행한 모서리
(2) 면 LEHK와 수직인 모서리
(3) 모서리 AB와 꼬인 위치에 있는 모서리





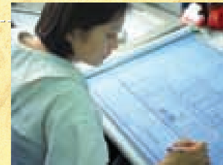
추론 한 직선 l이 평면과 한 점에서 만나고 그 점을 지나는 평면 위의 한 직선 m과 수직일 때, 직선 l은 그 평면과 수직이라고 할 수 있는지 설명하여 보자.



수학이 만난 **세상 속 직업 이야기**

건축가

도형들의 성질과 특성을 알아보는 수학의 분야인 기하학은 오늘날에도 높은 빌딩이나 서해대교와 같은 긴 다리를 건설하는 데 반드시 필요하다. 빌딩이나 다리를 건설하기 위하여 기술적인 면과 예술적인 면을 생각하여 그림을 그리는 것을 설계라고 하며, 건축을 위한 설계나 건축 공사의 지휘와 감독을 전문으로 하는 사람을 건축가라고 한다.



직/업/관/련/자/료 건축가

근무 환경 ● 건축가는 건축물을 구성하고, 전문 지식을 바탕으로 조형미와 경제성, 안전성, 기능성 등이 투영된 가장 이상적인 건축 계획안 및 설계도를 작성한다. 또한 설계도 내용들이 시공 과정에 정확히 반영되는지를 확인하는 감리 업무를 통해 건축주 및 시공자에게 공정한 조언과 기술 지도를 한다.

관련 학과 ● 전문대학이나 대학교의 건축학과 또는 건축전문대학원에서는 건축 설계, 건축 구조, 건축 시공, 건축 재료, 건축 응용학, 건축 계획, 건축 법규, 제도 실습 등을 배운다.

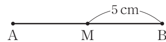
적성 및 환경 ● 공간 지각과 수리적 능력이 필요하며, 창의적이고 예술적 감각이 뛰어난 사람에게 유리한 직업이다. 건축가는 갈수록 복잡해지는 현대 사회에서 건축과 관련한 이해 당사자 간의 갈등을 전문 지식을 통해 조정하는 능력도 필요하다.

교과서 209 쪽

중/단/원 기초

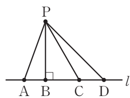
선분 AB의 중점을 M이라고 하면
$\overline{AM}=\overline{MB}=\frac{1}{2}\overline{AB}$

1 오른쪽 그림에서 점 M은 선분 AB의 중점이고 $\overline{MB}=5\,\text{cm}$일 때, 다음을 구하여라.



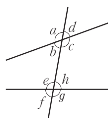
(1) 선분 AM의 길이　　　(2) 선분 AB의 길이

2 오른쪽 그림에서 다음을 말하여라.



(1) 점 P에서 직선 l까지의 거리를 나타내는 선분
(2) 점 P에서 직선 l에 내린 수선의 발
(3) 직선 l과 수직인 선분

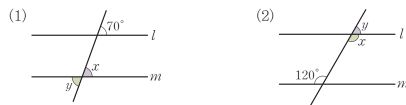
3 오른쪽 그림에서 다음을 말하여라.



(1) $\angle a$의 동위각
(2) $\angle c$의 엇각
(3) $\angle f$의 맞꼭지각

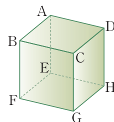
평행한 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때, 동위각과 엇각의 크기는 각각 서로 같다.

4 다음 그림에서 $l /\!/ m$일 때, $\angle x$와 $\angle y$의 크기를 각각 구하여라.



공간에서 두 직선이 만나지 않는 경우에는 평행인 경우와 꼬인 위치에 있는 경우가 있다.

5 오른쪽 정육면체에서 다음을 말하여라.



(1) 모서리 AB와 평행한 모서리
(2) 모서리 AB와 꼬인 위치에 있는 모서리
(3) 모서리 AB를 포함하는 면

중/단/원 기초

1

목표| 중점의 뜻을 알고, 주어진 선분을 이등분하였을 때 생기는 선분들의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) $\overline{AM}=\overline{MB}=\mathbf{5\,cm}$
(2) $\overline{AB}=2\overline{MB}=2\times5=\mathbf{10(cm)}$

2

목표| 수선과 수선의 발의 뜻을 알고, 점과 직선 사이의 거리를 구할 수 있게 한다.

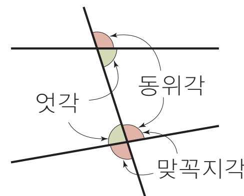
풀이| $\overline{PB}\perp l$이므로
(1) $\overline{\mathbf{PB}}$　　(2) **점 B**　　(3) $\overline{\mathbf{PB}}$

3

목표| 두 직선이 다른 한 직선과 만났을 때, 동위각, 엇각, 맞꼭지각을 각각 찾을 수 있게 한다.

풀이| (1) $\angle a$의 동위각: $\boldsymbol{\angle e}$
(2) $\angle c$의 엇각: $\boldsymbol{\angle e}$
(3) $\angle f$의 맞꼭지각: $\boldsymbol{\angle h}$

참고|



4

목표| 평행선의 성질을 이해하고, 동위각 또는 엇각의 크기를 각각 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) 평행한 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때, 동위각의 크기는 서로 같으므로
$\boldsymbol{\angle x=70^\circ}$
맞꼭지각의 크기는 서로 같으므로
$\boldsymbol{\angle y=70^\circ}$
(2) 평행한 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때, 엇각의 크기는 서로 같으므로
$\boldsymbol{\angle x=120^\circ}$
평각의 크기는 180°이므로
$\angle y=180^\circ-120^\circ=\mathbf{60^\circ}$

5

목표| 공간에서 두 직선의 위치 관계와 직선과 평면의 위치 관계를 알게 한다.

풀이| (1) **모서리 CD, 모서리 EF, 모서리 GH**
(2) **모서리 EH, 모서리 FG, 모서리 CG, 모서리 DH**
(3) **면 ABCD, 면 ABFE**

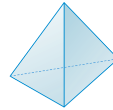
중/단/원 기본

교과서 210 쪽

중 / 단 / 원 기본

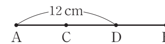
도형을 이루는 요소

1 오른쪽 그림에서 교점의 개수를 a개, 교선의 개수를 b개라고 할 때, $b-a$의 값을 구하여라.



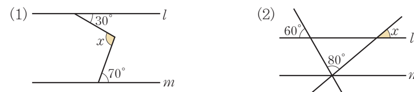
직선, 반직선, 선분

2 오른쪽 그림에서 점 C는 선분 AD의 중점이고, 점 D는 선분 BC의 중점이다. $\overline{AD}=12$ cm일 때, 선분 CB의 길이를 구하여라.



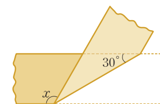
평행선과 동위각, 엇각의 관계

3 다음 그림에서 $l /\!/ m$일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



평행선과 동위각, 엇각의 관계

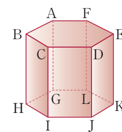
4 오른쪽 그림과 같이 종이테이프를 접었을 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



공간에서의 위치 관계

5 오른쪽 그림과 같이 밑면이 정육각형인 각기둥에서 다음을 말하여라.

(1) 모서리 BC와 평행한 모서리
(2) 모서리 BH와 꼬인 위치에 있는 모서리
(3) 모서리 CI와 수직인 면
(4) 모서리 DJ와 평행한 면



1

목표| 입체도형에서 교점과 교선의 개수를 구하여 주어진 식의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| $a=4$, $b=6$이므로 $b-a=6-4=\mathbf{2}$

2

목표| 중점의 성질을 이용하여 주어진 선분의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이| 점 C는 선분 AD의 중점이므로

$\overline{CD}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\times 12=6(\text{cm})$

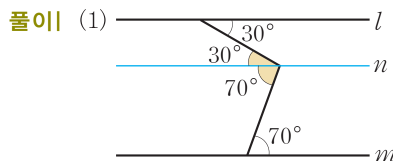
점 D는 선분 BC의 중점이므로

$\overline{CB}=2\overline{CD}=2\times 6=\mathbf{12(cm)}$

3

목표| 평행선의 성질을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1)

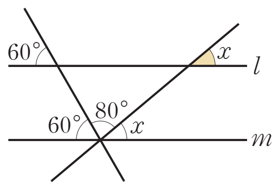


위의 그림과 같이 두 직선 l, m에 평행하도록 직선 n을 그으면 $\angle x=30°+70°=\mathbf{100°}$

(2) 오른쪽 그림에서

$60°+80°+\angle x=180°$

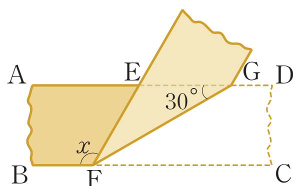
따라서 $\angle x=\mathbf{40°}$이다.



4

목표| 평행선의 성질을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이|



$\overleftrightarrow{AD} /\!/ \overleftrightarrow{BC}$이므로

$\angle GFC=\angle EGF=30°$(엇각)

종이테이프를 선분 GF에서 접었으므로

$\angle EFG=\angle GFC=30°$

평각의 크기는 180°이므로

$\angle x=180°-30°-30°=\mathbf{120°}$

5

목표| 공간에서 두 직선의 위치 관계와 직선과 평면의 위치 관계를 알게 한다.

풀이| (1) **모서리 EF, 모서리 KL, 모서리 IH**

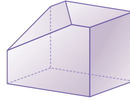
(2) **모서리 AF, 모서리 CD, 모서리 IJ, 모서리 GL, 모서리 EF, 모서리 KL, 모서리 DE, 모서리 JK**

(3) **면 ABCDEF, 면 GHIJKL**

(4) **면 BHIC, 면 ABHG, 면 AGLF, 면 FLKE**

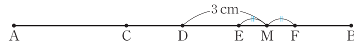
중/단/원 실력

1 오른쪽 그림에서 교점의 개수를 a개, 교선의 개수를 b개, 면의 개수를 c개, 한 꼭짓점에서 만나는 교선의 개수를 d개라고 할 때, $a-b+c-d$의 값을 구하여라.

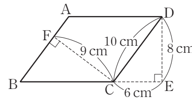


• 점 M이 선분 EF의 중점이고, 선분 DM의 길이는 선분 EM의 길이의 3배이다.

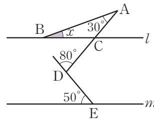
2 다음 그림과 같이 $\overline{AC}:\overline{BC}=1:2$이고, 선분 BC를 사등분하는 점 D, E, F가 있다. 선분 EF의 중점이 M이고 $\overline{DM}=3$ cm일 때, 선분 AB의 길이를 구하여라.



3 오른쪽 평행사변형 ABCD에서 점 A와 $\overline{CD}$ 사이의 거리를 구하여라.

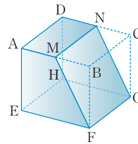


4 오른쪽 그림에서 $l /\!/ m$일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



• 꼬인 위치에 있는 두 직선은 한 평면 위에 있지 않고, 만나지도 않고, 평행하지도 않는다.

5 오른쪽 그림은 정육면체에서 모서리 AB, CD의 중점을 각각 M, N이라고 할 때, 그 정육면체를 평면 MFGN으로 잘라 만든 입체도형이다. 모서리 MN과 평행한 모서리의 개수를 a개, 모서리 MN과 꼬인 위치에 있는 모서리의 개수를 b개라고 할 때, $a+b$의 값을 구하여라.



중/단/원 실력

1

목표| 입체도형에서 교점, 교선, 면의 개수를 구하여 주어진 식의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| 주어진 도형에서 교점은 10개이므로 $a=10$
교선은 15개이므로 $b=15$
면은 7개이므로 $c=7$
한 꼭짓점에서 만나는 교선은 3개이므로 $d=3$
$a-b+c-d=10-15+7-3=\mathbf{-1}$

2

목표| 선분의 길이 사이의 관계를 이용하여 선분의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이| 점 C는 선분 AB를 삼등분하므로 $\overline{AB}=\frac{3}{2}\overline{BC}$
점 D, E, F는 선분 BC를 사등분하므로
$\overline{BC}=4\overline{EF}$, $\overline{DE}=\overline{EF}$
점 M은 선분 EF의 중점이므로 $\overline{EF}=2\overline{EM}$
$\overline{DM}=\overline{DE}+\overline{EM}=\overline{EF}+\overline{EM}$
$=2\overline{EM}+\overline{EM}=3\overline{EM}=3$(cm)
$\overline{EM}=1$ cm
$\overline{AB}=\frac{3}{2}\overline{BC}=\frac{3}{2}\times4\overline{EF}=\frac{3}{2}\times4\times2\overline{EM}$
$=12\overline{EM}=\mathbf{12(cm)}$

3

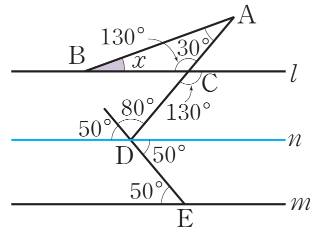
목표| 점과 직선 사이의 거리를 구할 수 있게 한다.

풀이| 점 A에서 $\overline{CD}$에 수선을 그으면 그 길이는 $\overline{CF}$의 길이와 같으므로 **9 cm**이다.

4

목표| 평행선의 성질과 맞꼭지각의 성질을 이용하여 주어진 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이|



위의 그림과 같이 직선 l과 직선 m에 평행한 직선 n을 그으면 평행선의 성질에 의하여 $\angle C=50°+80°=130°$
맞꼭지각의 성질에 의하여 $\angle ACB=130°$
그런데 삼각형의 세 각의 크기의 합이 180°이므로
$\angle x=180°-(130°+30°)=\mathbf{20°}$

5

목표| 입체도형에서 평행한 모서리와 꼬인 위치에 있는 모서리의 개수를 구하여 주어진 식의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| 모서리 MN과 평행한 모서리는 모서리 AD, 모서리 EH, 모서리 FG이므로 $a=3$
모서리 MN과 꼬인 위치에 있는 모서리는 모서리 AE, 모서리 DH, 모서리 EF, 모서리 HG이므로 $b=4$
따라서 $a+b=\mathbf{7}$이다.

2 작도와 합동

중단원을 시작하며

이번 중단원에서는 다음 내용을 지도한다.

① 작도의 뜻을 알게 한다.
② 길이가 같은 선분을 작도할 수 있게 한다.
③ 크기가 같은 각을 작도할 수 있게 한다.
④ 대변, 대각의 뜻을 알게 한다.
⑤ 주어진 삼각형과 합동인 삼각형을 작도할 수 있게 한다.
⑥ 삼각형의 합동조건을 이해하게 한다.

중단원의 구성

소단원명	지도 내용
2-1 간단한 도형의 작도	작도의 뜻
	주어진 선분과 길이가 같은 선분의 작도
	주어진 각과 크기가 같은 각의 작도
2-2 삼각형의 작도와 합동	삼각형의 대변, 대각
	주어진 삼각형과 합동인 삼각형의 작도
	삼각형의 합동조건
수준별 학습	중단원 확인 학습 문제

교과서 212 쪽

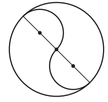
2 작도와 합동



준 | 비 | 학 | 습

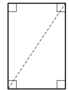
원으로 여러 가지 모양 만들기
원의 중심을 옮기거나 반지름의 길이를 다르게 하면 여러 가지 모양을 만들 수 있다.

1 자와 컴퍼스를 사용하여 오른쪽 그림과 같은 무늬를 그려라.



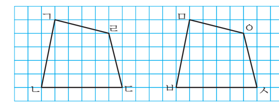
도형의 합동
모양과 크기가 같아서 완전히 포개어지는 두 도형을 서로 합동이라고 한다.

2 오른쪽 도형을 점선을 따라 잘랐을 때, 잘린 두 도형은 서로 합동인가?



합동인 도형
합동인 두 도형을 포개었을 때, 겹쳐지는 꼭짓점을 대응점, 겹쳐지는 변을 대응변, 겹쳐지는 각을 대응각이라고 한다.

3 다음 그림에서 두 도형이 합동일 때, 물음에 답하여라.



(1) 꼭짓점 ㄱ의 대응점을 말하여라.
(2) 변 ㄴㄷ의 대응변을 말하여라.
(3) 각 ㄱㄹㄷ의 대응각을 말하여라.

준비 학습의 해설

1

목표| 자와 컴퍼스를 사용하여 도형을 그릴 수 있게 한다.

풀이| 큰 원을 그리고, 그 원의 반지름의 길이를 반으로 나누어 큰 원 안에 작은 반원을 그린다.

참고| 자는 직선을 긋거나 선분을 연장할 때, 컴퍼스는 선분의 길이를 옮기거나 원을 그릴 때 사용한다.

2

목표| 모양과 크기가 같은 합동인 도형을 구분할 수 있게 한다.

풀이| 잘린 두 도형은 완전히 포개어지므로 서로 **합동이다.**

3

목표| 합동인 두 도형에서 대응점, 대응변, 대응각을 각각 찾을 수 있게 한다.

풀이| (1) **꼭짓점 ㅁ**
(2) **변 ㅂㅅ**
(3) **각 ㅁㅇㅅ**

교과서 213 쪽

2-1 간단한 도형의 작도

- 작도의 뜻을 안다.
- 주어진 선분의 길이와 각의 크기가 같은 도형을 각각 작도할 수 있다.

작도란 무엇인가?

창의력 기르기

쌍둥이자리

겨울에 볼 수 있는 별자리 중에 쌍둥이자리에는 다음과 같은 이야기가 있다. 그리스 신화에서 주신인 제우스의 아들 중에 생김새도 많이 닮고 사이가 아주 좋아서 사람들이 쌍둥이로 생각하는 형제가 있었다. 그런데 어느 날 동생이 죽자 형은 제우스를 찾아가 자신의 남은 생명을 동생과 나누어 같이 살 수 있게 해 달라고 애원했다. 이를 가엽게 여긴 제우스는 형의 소원을 들어주었다. 그리고 이들이 죽은 후에도 언제나 함께 있을 수 있도록 하늘의 별자리로 만들어 주었다.



탐구 활동

●준비물
눈금 없는 자, 컴퍼스, 연필

창의력 기르기의 그림에서 별들이 한 평면 위에 있다고 하자. 별 D에서 별 H까지의 거리를 a 광년이라고 할 때, 눈금 없는 자와 컴퍼스만을 사용하여 다음 물음에 답하여 보자.

1 별 F와 별 B, E, G, M을 각각 연결하는 선분을 그려 보자.
2 별 F로부터 거리가 a 광년인 별을 찾는 방법을 말하여 보자.
3 별 D로부터 거리가 a 광년 이하인 별들을 모두 찾아보자.



눈금 없는 자와 컴퍼스만을 사용하여 도형을 그리는 것을 **작도**라고 한다. 이때 눈금 없는 자는 두 점을 연결하는 선분을 그리거나 선분을 연장하는 데 사용하고, 컴퍼스는 원을 그리거나 주어진 선분의 길이를 옮기는 데 사용한다.

2-1 간단한 도형의 작도

소단원 지도 목표

① 작도의 뜻을 알게 한다.
② 주어진 선분과 길이가 같은 선분을 작도할 수 있게 한다.
③ 주어진 각과 크기가 같은 각을 작도할 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 자는 길이를 측정하는 도구가 아니라 두 점을 지나는 직선을 그리거나 선을 연장하는 도구로, 컴퍼스는 원을 그리거나 길이가 같은 선분을 옮기는 도구로 사용됨을 알게 한다.

2. 작도의 방법은 간단한 조작 활동을 통하여 설명한다. 또한 도형을 작도할 때 작도하는 순서를 기계적으로 암기하는 것이 아니라 그 원리를 이해하도록 지도한다.

새로 나온 용어와 기호

• 작도(作圖, construction)

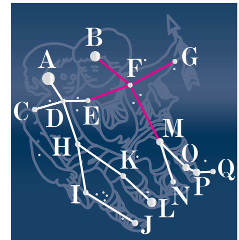
창의력 기르기 참/고/자/료

옛날부터 여행자와 항해자의 길잡이였던 별자리는 오늘날 천문학자들의 별하늘의 지도로 이용되고 있다. 별자리는 문화권별로 다르며 시대마다 달라지기도 하지만 오늘날에는 국제천문연맹(IAU)이 1928년 총회에서 별자리의 계통을 정리하여 공인한 88개의 별자리가 공통으로 쓰이고 있다.

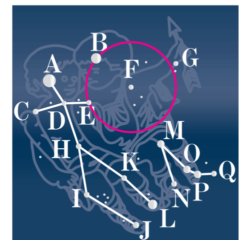
탐구 활동의 이해

활동 목표 • 눈금 없는 자와 컴퍼스만을 사용하여 직접 잴 수 없는 두 지점 사이의 거리를 구하는 방법을 알게 하려는 것이다.
준비물 • 눈금 없는 자, 컴퍼스, 연필

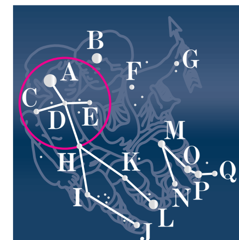
1. 눈금 없는 자를 사용하여 $\overline{BF}$, $\overline{EF}$, $\overline{FG}$, $\overline{FM}$을 그리면 오른쪽 그림과 같다.



2. 컴퍼스를 $\overline{DH}$만큼 벌려 점 F를 중심으로 원을 그리면 오른쪽 그림과 같다. 따라서 별 F로부터 거리가 a 광년인 별은 별 B와 별 E이다.



3. 컴퍼스를 $\overline{DH}$만큼 벌려 점 D를 중심으로 원을 그리면 오른쪽 그림과 같다. 따라서 별 D로부터 거리가 a 광년 이하인 별들은 **별 A, 별 C, 별 E, 별 H**이다.



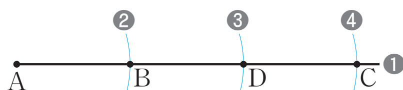
목표| 눈금 없는 자와 컴퍼스만을 사용하여 주어진 선분의 길이의 2배가 되는 선분을 그릴 수 있게 한다.

풀이| ❶ 눈금 없는 자를 사용하여 선분 AB를 점 B의 방향으로 연장한다.

❷ 컴퍼스를 선분 AB의 길이만큼 벌린다.

❸ 점 B를 중심으로 ❷의 컴퍼스를 이용하여 선분 AB의 길이를 반지름으로 하는 원을 그려 선분 AB의 연장선과 만나는 점을 D라고 한다.

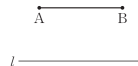
❹ 다시 점 D를 중심으로 ❷의 컴퍼스를 이용하여 선분 AB의 길이를 반지름으로 하는 원을 그려 선분 AB의 연장선과 만나는 점을 C라고 한다. 이때 선분 BC가 구하는 선분이다.



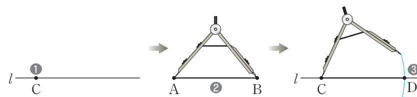
참고| 작도할 때에는 눈금 없는 자를 사용하므로 자로는 길이를 잴 수가 없다. 따라서 길이가 같은 선분은 컴퍼스를 사용하여 선분의 길이를 옮겨 작도한다.

교과서 214 쪽

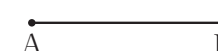
예제 1 다음 그림의 선분 AB와 길이가 같은 선분 CD를 직선 l 위에 작도하여라.



● 풀이 ❶ 직선 l 위에 한 점 C를 잡는다.
❷ 컴퍼스를 선분 AB의 길이만큼 벌린다.
❸ 점 C를 중심으로 하고, 선분 AB의 길이를 반지름으로 하는 원을 그려 직선 l과 만나는 점을 D라고 한다. 이때 선분 CD가 구하는 선분이다.

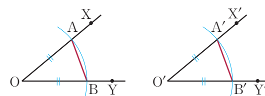


문제 1 다음 그림의 선분 AB를 B 쪽으로 연장하여 그 길이가 선분 AB의 2배가 되는 선분 BC를 작도하여라.



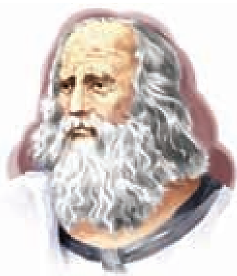
이제 주어진 각과 크기가 같은 각을 작도하는 방법에 대하여 알아보자.

다음 그림과 같이 $\angle XOY$와 $\angle X'O'Y'$이 주어질 때, 점 O, O′을 중심으로 반지름의 길이가 같은 원을 각각 그려 점 A, B, A′, B′을 잡는다.



이때 $\overline{AB}=\overline{A'B'}$이면 $\angle AOB$와 $\angle A'O'B'$은 포개어진다. 따라서 이 사실을 이용하면 크기가 같은 각을 작도할 수 있다.

읽/기/자/료 작도의 기원



작도를 할 때 눈금 없는 자와 컴퍼스만을 사용할 것을 처음 주장한 사람은 고대 그리스의 수학자이자 철학자인 플라톤(Platon: B.C. 427~B.C. 347)이다. 플라톤이 작도의 도구로 눈금 없는 자와 컴퍼스만을 고집한 이유는 '가장 완벽한 도형은 직선과 원이며, 그래서 신은 직선과 원을 중요시 여긴다.'라는 믿음 때문이었다고 한다.

그러나 눈금 없는 자와 컴퍼스만을 이용하여 작도하는 방법을 찾지 못한 난제들이 발생하게 되었는데 다음은 그 일화이다.

그리스의 델로스 섬에 전염병이 유행하여 많은 사람들이 죽어 가자 사람들은 전염병이 없어지도록 아폴론 신에게 기도하였다. 그러자 아폴론 신은 다음과 같이 계시하였다.

"신전에 있는 정육면체의 제단을 모양은 그대로 두고, 부피가 2배가 되도록 만들어라. 그렇게 하면 전염병이 없어질 것이다."

아폴론 신의 계시를 받은 사람들은 즉시 밑면의 가로, 세로의 길이와 높이가 각각 2배가 되는 정육면체의 제단을 만들어 신전에 차렸다. 그러자 아폴론 신이 말했다.

"밑면의 가로, 세로의 길이와 높이를 각각 2배씩 하면 부피는 8배가 되어 버리지 않는가!"

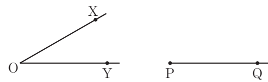
사람들은 이 문제를 풀기 위해 여러 가지로 궁리해 보았지만 어떻게 만들어야 할지 알 수가 없었다.

이외에 임의의 각을 삼등분하는 문제, 주어진 원과 동일한 넓이를 가지는 정사각형을 그리는 문제와 더불어 3대 작도 불가능 문제라고 부른다.

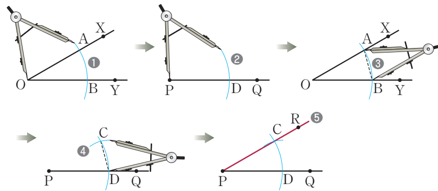
이 세 가지 모두 작도할 수 없다는 것이 밝혀진 것은 19세기에 이르러서이다. 비록 불가능하다고 알려졌지만 이를 작도하기 위한 끊임없는 노력 덕분에 그리스의 기하학이 크게 발전하게 되었다.

예 제 2

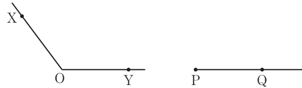
다음 그림의 ∠XOY와 크기가 같은 각을 반직선 PQ를 한 변으로 하여 작도하여라.



풀이 ❶ 점 O를 중심으로 하는 적당한 원을 그려 반직선 OX, OY와 만나는 점을 각각 A, B라고 한다.
❷ 점 P를 중심으로 하고, ❶에서 그린 원과 반지름의 길이가 같은 원을 그려 반직선 PQ와 만나는 점을 D라고 한다.
❸ ❶에서 선분 AB의 길이와 같게 컴퍼스를 맞춘다.
❹ 점 D를 중심으로 하고, 선분 AB의 길이를 반지름으로 하는 원을 그려 ❷에서 그린 원과 만나는 점을 C라고 한다.
❺ 점 P와 C를 지나는 반직선 PR를 그으면 ∠RPQ가 구하는 각이다.



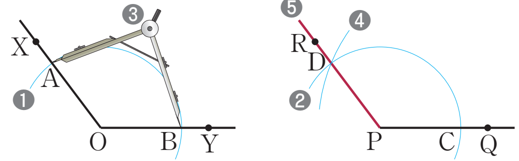
문제 2 다음 그림의 ∠XOY와 크기가 같은 각을 반직선 PQ를 한 변으로 하여 작도하여라.



2

목표| 주어진 각이 둔각일 경우 크기가 같은 각을 작도할 수 있게 한다.

풀이| ❶ 점 O를 중심으로 하는 원을 그려 반직선 OX, OY와 만나는 점을 각각 A, B라고 한다.
❷ 점 P를 중심으로 하고, ❶에서 그린 원과 반지름의 길이가 같은 원을 그려 반직선 PQ와 만나는 점을 C라고 한다.
❸ ❶에서 선분 AB의 길이와 같게 컴퍼스를 맞춘다.
❹ 점 C를 중심으로 하고, 선분 AB의 길이를 반지름으로 하는 원을 그려 ❷에서 그린 원과 만나는 점을 D라고 한다.
❺ 점 P와 D를 지나는 반직선 PR를 그으면 ∠RPQ가 구하는 각이다.



지/도/자/료

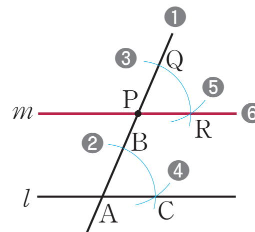
1. 도형의 작도에서 두 점 사이의 거리나 선분의 길이를 잴 때 자의 눈금을 이용해서는 안 되고, 각의 크기를 잴 때에도 각도기를 이용해서는 안 된다는 것을 강조한다.

2. 작도 문제는 그림을 그리고 끝나는 것이 아니라 작도하는 순서를 바르게 이해하고 나타낼 수 있도록 지도한다.

3. 길이가 같은 선분의 작도, 크기가 같은 각의 작도는 기본적인 작도이므로 반복하여 숙달되도록 하고, 이후 삼각형의 작도에 활용할 수 있도록 한다.

4. 상위 수준의 학생들에게 크기가 같은 각의 작도와 동위각의 크기가 같으면 두 직선이 평행함을 이용하여 다음과 같이 점 P를 지나고 직선 l에 평행한 선을 작도하는 것을 지도할 수도 있다.

❶ 점 P를 지나면서 직선 l과 만나는 직선을 그어 직선 l과의 교점을 A라고 한다.
❷ 점 A를 중심으로 하는 원을 그려 두 직선과 만나는 점을 각각 B, C라고 한다.
❸ 점 P를 중심으로 하고, ❷에서 그린 원과 반지름의 길이가 같은 원을 그려 직선 PA와 만나는 점을 Q라고 한다.
❹ ❷에서 선분 BC의 길이와 같게 컴퍼스를 맞춘다.
❺ 점 Q를 중심으로 하고, 선분 BC의 길이를 반지름으로 하는 원을 그려 ❸에서 그린 원과 만나는 점을 R라고 한다.
❻ 점 P와 R를 지나는 직선 PR가 직선 l에 평행한 직선 m이다.



2-2 삼각형의 작도와 합동

소단원 지도 목표

① 삼각형에서 대변과 대각의 뜻을 알고, 이를 찾을 수 있게 한다.
② 주어진 삼각형의 세 변의 길이를 이용하여 합동인 삼각형을 작도할 수 있게 한다.
③ 주어진 삼각형의 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기를 이용하여 합동인 삼각형을 작도할 수 있게 한다.
④ 주어진 삼각형의 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기를 이용하여 합동인 삼각형을 작도할 수 있게 한다.
⑤ 삼각형의 합동조건을 이해하게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 합동의 기호(≡)와 같다는 기호(=)를 혼동하지 않게 한다.

2. 합동의 기호를 사용하여 두 삼각형의 합동을 나타낼 때에는 꼭짓점을 대응하는 순서대로 쓰도록 지도한다.

새로 나온 용어와 기호

- 대변(對邊, opposite side)
- 대각(對角, opposite angle)
- 대응(對應, correspondence)
- 삼각형의 합동조건(conditions for triangles to be congruent)
- △ABC, ≡

창의력 기르기 참/고/자/료

우리나라의 전통 가옥에서 초가집, 기와집 등은 지붕을 덮은 재료에 따른 이름이고, 박공집, 팔작집, 우진각집 등은 지붕의 형태에서 비롯된 이름이다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 주어진 삼각형의 변과 각을 관찰하고 찾아봄으로써 삼각형에 관한 여러 가지 용어를 이해하게 하려는 것이다.

교과서 216 쪽

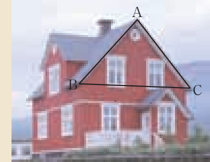
2-2 삼각형의 작도와 합동

- 주어진 삼각형과 합동인 삼각형을 작도할 수 있다.
- 삼각형의 합동조건을 이해하고, 이를 이용하여 두 삼각형이 합동인지 판별할 수 있다.

삼각형에서 대변, 대각이란 무엇인가?

창의력 기르기 지붕의 모양

건물의 지붕을 설계할 때, 지붕의 각도는 여러 가지 조건을 감안하여 결정한다. 이를테면 바람이 많이 부는 지역에서는 지붕을 평평하게 만들어야 하고, 강수량이 많은 지역에서는 지붕을 뾰족하게 만들어야 한다. 또 삼각형 모양의 지붕 밑에 다락방을 만들 때에는 방의 크기나 용도에 따라 지붕의 각도를 결정해야 한다.



탐구 활동 창의력 기르기의 삼각형 ABC에 대하여 다음 물음에 답하여 보자.

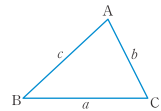
1 점 A를 지나는 변을 모두 찾아보자.
2 점 A와 만나지 않는 변을 찾아보자.
3 변 AC로 이룰 수 없는 각을 찾아보자.

❶ 점이 A, B, C인 삼각형 ABC를 기호로

△ABC

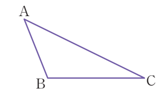
와 같이 나타낸다.

이때 ∠A와 마주 보는 변 BC를 ∠A의 **대변**이라 하고, ∠A를 변 BC의 **대각**이라고 한다. 한편 꼭짓점 A, B, C의 대변 BC, CA, AB를 각각 a, b, c로 나타내기도 한다.



문제 | 오른쪽 그림의 △ABC에서 다음을 말하여라.

(1) ∠B의 대변　　(2) ∠C의 대변
(3) 변 AB의 대각　　(4) 변 AC의 대각



1. 변 AB, 변 AC　　**2. 변 BC**

3. ∠B

본문 해설

❶ 삼각형의 세 변과 세 각을 삼각형의 6요소라고 한다. △ABC에서 대문자 A, B, C는 세 꼭짓점을 나타내고, 소문자 a, b, c는 세 변을 나타낸다. 이때 a, b, c는 세 변의 길이를 나타내기도 한다.

목표 | 삼각형에서 대변과 대각을 찾을 수 있게 한다.

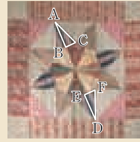
풀이 | (1) **변 AC**　　(2) **변 AB**
(3) **∠C**　　(4) **∠B**

주어진 삼각형과 합동인 삼각형을 어떻게 작도하는가?

창의력 기르기

퀼트 속의 도형

퀼트란 천을 조각낸 후 솜과 안감을 대고 도안대로 누벼 완성하는 작업을 말한다. 옛날에는 천 조각이나 버리는 천을 모아서 삼각형, 사각형 등과 같은 모양으로 자른 후 이어 붙여 일상생활에 필요한 것들을 만들어 재활용했지만 현재는 대부분 새 천을 사용하여 작품을 만들고 있다.



탐구 활동

창의력 기르기의 두 삼각형 ABC와 DEF는 합동이다. 다음 물음에 답하여 보자.

1 두 삼각형에서 길이가 같은 변의 쌍을 찾아보자.

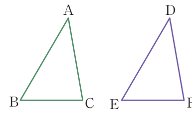
2 두 삼각형에서 크기가 같은 각의 쌍을 찾아보자.

❶ 와 크기가 같아서 완전히 포개어지는 두 도형을 서로 합동이라고 한다. 이 로 합동인 두 도형에서 포개어지는 꼭짓점과 꼭짓점, 변과 변, 각과 각은 서로 **대응**한다고 한다.

오른쪽 그림의 △ABC와 △DEF가 서로 합동일 때, 이것을 기호로

△ABC≡△DEF

와 같이 나타낸다.



두 도형이 합동이라는 것을 기호로 나타낼 때에는 두 도형의 꼭짓점을 대응하는 순서대로 쓴다.

❷ 대응하는 각의 크기는 같고, 대응하는 변 이도 같다. 이를 기호로 나타내면 다음과 같다.

$\angle A=\angle D,\ \angle B=\angle E,\ \angle C=\angle F$

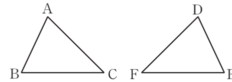
$\overline{AB}=\overline{DE},\ \overline{BC}=\overline{EF},\ \overline{AC}=\overline{DF}$

문제 2 오른쪽 그림에서 △ABC≡△DEF일 때, 다음을 말하여라.

(1) 점 B에 대응하는 점

(2) ∠C에 대응하는 각

(3) 변 BC에 대응하는 변

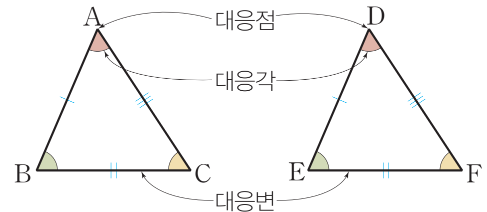


본문 해설

❶ 두 도형에서 한 도형을 모양이나 크기를 바꾸지 않고 옮겨서 다른 도형에 완전히 포갤 수 있을 때, 이 두 도형을 서로 합동이라고 한다. 한편 합동인 두 도형은 완전히 포개어지므로 두 도형의 넓이도 서로 같다. 하지만 두 도형의 넓이가 같다고 해서 합동이 되는 것은 아니다.

- △ABC=△DEF : △ABC와 △DEF의 넓이가 같다.
- △ABC≡△DEF : △ABC와 △DEF는 서로 합동이다.

❷ 합동에서 대응은 길이와 크기를 변화시키지 않는 대응으로 변, 각, 꼭짓점 등이 그대로 보존된다.



창의력 기르기 참/고/자/료

우리 조상들은 쓰다 남은 천 조각을 이어서 조각보를 만들어 사용했다. 조각보는 한 땀씩 바느질에 공을 들여 제작하므로 이를 복(福)을 짓는 행위로 생각하기도 했다. 이렇게 만들어진 조각보 안에 소중히 여기는 물건을 싸 두고 보관하거나 예의를 갖추어야 하는 사람이나 신앙의 대상에게 조각보를 정성스럽게 보내기도 했다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 생활 주변의 소재 속에서 합동인 도형을 찾아봄으로써 합동의 뜻과 성질을 알게 하려는 것이다.

1. **변 AB와 변 DE, 변 BC와 변 EF, 변 CA와 변 FD**

2. **∠A와 ∠D, ∠B와 ∠E, ∠C와 ∠F**

2

목표 | 합동인 두 도형에서 대응하는 점, 대응하는 각, 대응하는 변을 찾을 수 있게 한다.

풀이 | (1) **점 E**

(2) **∠F**

(3) **변 EF**

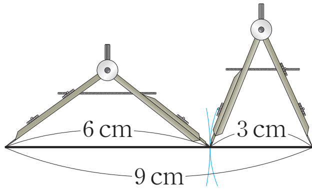
읽/기/자/료

현재 우리가 사용하는 합동의 기호 '≡'는 1899년 독일의 라이프치히에서 출판된 리만(Riemann, G. F. B.: 1826~1866)의 "타원함수론"이라는 책에서 항등식의 기호로 도입된 것으로 알려져 있다. 그러나 이 기호는 이미 보여이(Bolyai, J.: 1802~1860)의 책에서 합동을 나타내는 기호로 사용되었다.

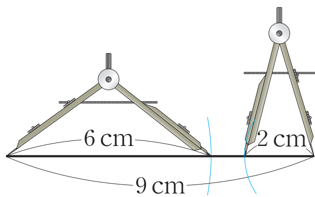
본문 해설

❶ 세 변의 길이가 주어져도 두 변의 길이의 합이 나머지 한 변의 길이보다 작거나 같으면 삼각형을 작도할 수 없다.
예를 들어 다음 그림과 같은 경우이다.

• (가장 긴 변의 길이)=(다른 두 변의 길이의 합)일 때

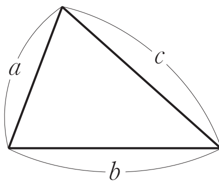


• (가장 긴 변의 길이)>(다른 두 변의 길이의 합)일 때



즉, 삼각형의 두 변의 길이의 합은 나머지 한 변의 길이보다 항상 크다.
삼각형의 세 변의 길이가 a, b, c일 때

$$a+b>c,\ b+c>a,\ c+a>b$$



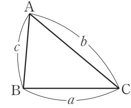
교과서 218 쪽

삼각형은 세 변과 세 각으로 이루어져 있고, 세 변의 길이와 세 각의 크기 중에서 몇 가지만 알면 삼각형을 작도할 수 있는 경우가 있다.

❶ … 길이가 주어질 … 변의 길이가 나 … 두 변의 길이의 합보다 작아야 삼각형을 작도할 수 있다.

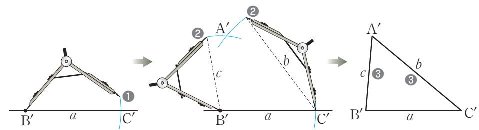
먼저 세 변의 길이를 이용하여 주어진 삼각형과 합동인 삼각형을 작도하는 방법을 알아보자.

예 제 1 세 변의 길이를 이용하여 주어진 삼각형과 합동인 삼각형 A′B′C′을 작도하여라.

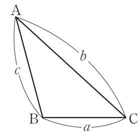


세 변의 길이가 주어질 때 삼각형이 하나로 결정된다.

● 풀이 ❶ 한 직선을 긋고, 그 위에 선분 BC와 길이가 같은 선분 B′C′을 잡는다.
❷ 점 B′과 C′을 중심으로 하고, 선분 AB, AC의 길이를 반지름으로 하는 원을 각각 그려 이 두 원이 만나는 점을 A′이라고 한다.
❸ 점 A′과 B′, 점 A′과 C′을 각각 이으면 △A′B′C′이 구하는 삼각형이다.



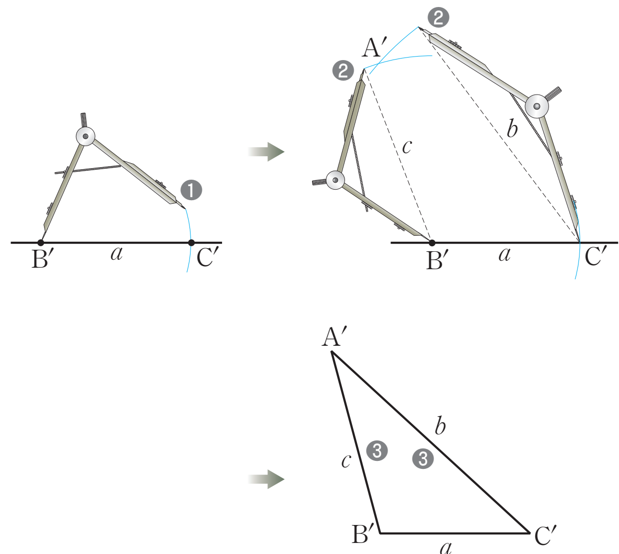
문제 3 세 변의 길이를 이용하여 주어진 삼각형과 합동인 삼각형 A′B′C′을 작도하여라.



3

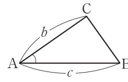
목표| 주어진 삼각형의 세 변의 길이를 이용하여 합동인 삼각형을 작도할 수 있게 한다.

풀이| ❶ 한 직선을 긋고, 그 위에 선분 BC와 길이가 같은 선분 B′C′을 잡는다.
❷ 점 B′과 점 C′을 중심으로 하고, 선분 AB, AC의 길이를 반지름으로 하는 원을 각각 그려 이 두 원이 만나는 점을 A′이라고 한다.
❸ 점 A′과 B′, 점 A′과 C′을 각각 이으면 △A′B′C′이 구하는 삼각형이다.



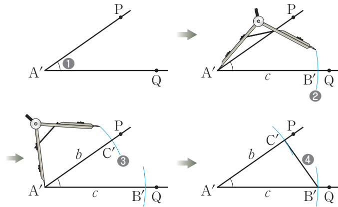
❶ 으로 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기를 이용하여 주어진 삼각형과 합동 삼각형을 작도하는 방법을 알아보자.

예제 2 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기를 이용하여 주어진 삼각형과 합동인 삼각형 A′B′C′을 작도하여라.

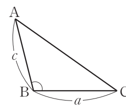


두 변의 길이와 그 끼인각의 크기가 주어질 때 삼각형이 하나로 결정된다.

❷ ❶ ∠A와 크기가 같은 ∠PA′Q를 작도한다.
❷ 점 A′을 중심으로 하고, 선분 AB의 길이를 반지름으로 하는 원을 그려 반직선 A′Q와 만나는 점을 B′이라고 한다.
❸ 점 A′을 중심으로 하고, 선분 AC의 길이를 반지름으로 하는 원을 그려 반직선 A′P와 만나는 점을 C′이라고 한다.
❹ 점 B′과 C′을 이으면 △A′B′C′이 구하는 삼각형이다.



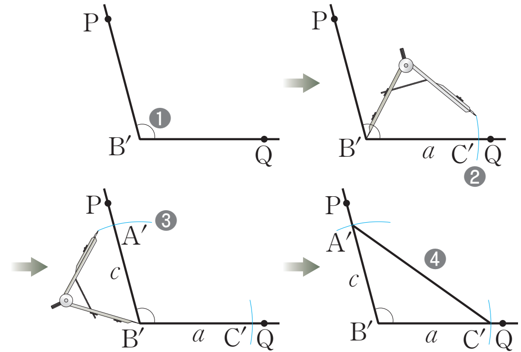
문제 4 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기를 이용하여 주어진 삼각형과 합동인 삼각형 A′B′C′을 작도하여라.





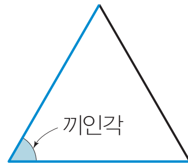
추론 문제 4에서 주어진 삼각형의 두 변 AC, BC의 길이와 ∠A의 크기를 이용하여 삼각형을 작도하여 보고, 삼각형 ABC와 합동인지 설명하여 보자.

풀이| ❶ ∠B와 크기가 같은 ∠PB′Q를 작도한다.
❷ 점 B′을 중심으로 하고, 선분 BC의 길이를 반지름으로 하는 원을 그려 반직선 B′Q와 만나는 점을 C′이라고 한다.
❸ 점 B′을 중심으로 하고, 선분 AB의 길이를 반지름으로 하는 원을 그려 반직선 B′P와 만나는 점을 A′이라고 한다.
❹ 점 A′과 C′을 이으면 △A′B′C′이 구하는 삼각형이다.



본문 해설

❶ 삼각형의 세 변과 세 각 중에서 두 변의 길이와 그 두 변 사이의 끼인각의 크기만 알아도 삼각형을 작도할 수 있다.



이때 두 변과 한 각이라는 조건만으로는 삼각형이 하나로 작도되지 않고, 반드시 '두 변과 그 끼인각'이라는 조건이 주어져야 한다.

❷ 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기가 주어진 삼각형과 합동인 삼각형을 작도할 때에는 선분의 길이를 옮기는 작도와 크기가 같은 각의 작도를 이용한다.

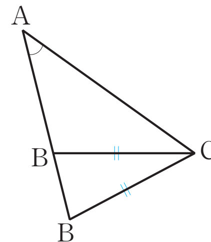
4

목표| 주어진 삼각형의 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기를 이용하여 합동인 삼각형을 작도할 수 있게 한다.

추/론

|출제 의도| 삼각형의 두 변의 길이와 그 끼인각이 아닌 각의 크기가 주어졌을 때 조건을 만족하는 삼각형이 하나로 작도되지 않음을 알게 하기 위한 문제이다.

풀이| 삼각형 ABC에서 두 변 AC, BC의 길이와 그 끼인각이 아닌 ∠A의 크기를 이용하여 합동인 삼각형을 작도할 때, 삼각형 ABC는 다음 그림과 같이 두 가지로 작도될 수 있다.

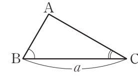


따라서 주어진 삼각형 ABC와 합동이 아닌 삼각형을 작도할 수도 있다.

교과서 220 쪽

❶ …으로 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기를 이용하여 주어진 삼각형과 합
… 삼각형을 작도하는 방법을 알아보자.

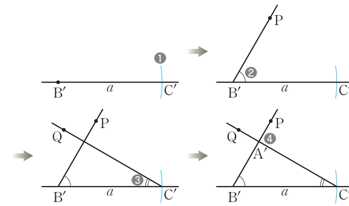
예 제 3 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기를 이용하여 주어진 삼각형과 합동인 삼각형 A′B′C′을 작도하여라.



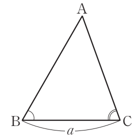
한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 주어질 때 삼각형이 하나로 결정된다.

❷

❶ 한 직선을 긋고, 그 위에 선분 BC와 길이가 같은 선분 B′C′을 잡는다.
❷ ∠B와 크기가 같은 ∠PB′C′을 작도한다.
❸ ∠C와 크기가 같은 ∠QC′B′을 작도한다.
❹ 반직선 B′P와 반직선 C′Q의 교점을 A′이라고 하면 △A′B′C′이 구하는 삼각형이다.



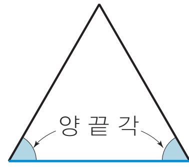
문제 5 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기를 이용하여 주어진 삼각형과 합동인 삼각형 A′B′C′을 작도하여라.




추론 문제 5에서 주어진 삼각형의 세 각의 크기를 이용하여 삼각형을 작도하여 보고, 삼각형 ABC와 합동인지 설명하여 보자.

본문 해설

❶ 삼각형의 세 변과 세 각 중에서 한 변의 길이와 그 변의 양 끝 각의 크기만 알아도 삼각형을 작도할 수 있다.



이때 한 변과 두 각이라는 조건만으로는 삼각형이 하나로 작도되지 않고, 반드시 '한 변과 그 양 끝 각'이라는 조건이 주어져야 한다.

❷ 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 주어진 삼각형과 합동인 삼각형을 작도할 때에는 선분의 길이를 옮기는 작도와 크기가 같은 각의 작도를 이용한다.

5

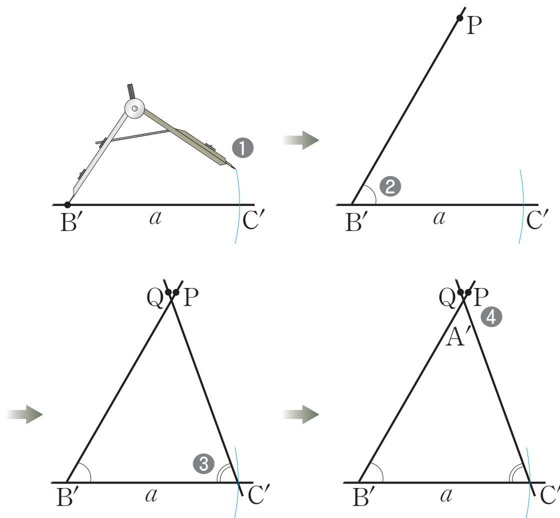
목표| 주어진 삼각형의 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기를 이용하여 합동인 삼각형을 작도할 수 있게 한다.

풀이| ❶ 한 직선을 긋고, 그 위에 선분 BC와 길이가 같은 선분 B′C′을 잡는다.

❷ ∠B와 크기가 같은 ∠PB′C′을 작도한다.

❸ ∠C와 크기가 같은 ∠QC′B′을 작도한다.

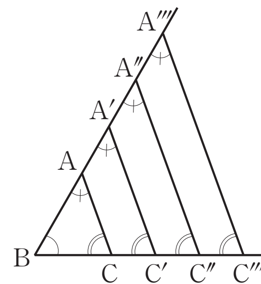
❹ 반직선 B′P와 반직선 C′Q의 교점을 A′이라고 하면 △A′B′C′이 구하는 삼각형이다.



추/론

|출제 의도| 세 각의 크기가 주어졌을 때 조건을 만족하는 삼각형이 하나로 작도되지 않음을 알게 하기 위한 문제이다.

풀이| 세 각의 크기를 이용할 때에는 다음 그림과 같이 모양은 같지만 크기가 다른 무수히 많은 삼각형을 작도할 수 있다.



따라서 주어진 삼각형 ABC와 합동이 아닌 삼각형을 작도할 수도 있다.

삼각형은 어떤 경우에 합동이 되는가?

탐구 활동 다음 그림을 보고 물음에 답하여 보자.



1 어떤 삼각형이 삼각형 ABC와 합동인지 알 수 있는 조건 중에 남학생이 말한 것 이외의 조건을 말하여 보자.

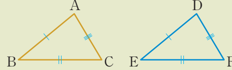
❶ [illegible] 삼각형과 합동인 삼각형의 작도에서 살펴보았듯이 대응하는 모든 변과 [illegible]각을 비교하지 않아도 두 삼각형이 서로 합동이 됨을 알 수 있다.

즉, 다음과 같은 **삼각형의 합동조건**을 얻을 수 있다.

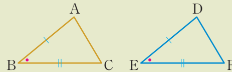
삼각형의 합동조건

두 삼각형은 다음의 각 경우에 서로 합동이다.

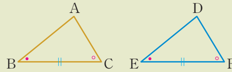
(1) 대응하는 세 변의 길이가 각각 같을 때



(2) 대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같을 때



(3) 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같을 때



삼각형의 합동조건을 Side(변)와 Angle(각)의 첫 글자를 사용하여 간단히
(1) SSS 합동
(2) SAS 합동
(3) ASA 합동
으로 나타내기도 한다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 주어진 삼각형과 합동인 삼각형의 작도를 상기하면서 삼각형의 합동조건을 찾아보게 한다.

1. 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기가 주어졌을 때, 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 주어졌을 때에 주어진 삼각형과 합동인 삼각형을 작도할 수 있다. 따라서 위의 두 조건도 주어진 삼각형 ABC와 합동인지 알 수 있는 조건이다.

본문 해설

❶ △ABC와 △DEF가 합동인지 알기 위해서는 다음 세 가지 중에 성립하는 것이 있는지 조사하면 된다.
(1) 세 변의 길이가 각각 같은가?
(2) 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기가 각각 같은가?
(3) 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 각각 같은가?

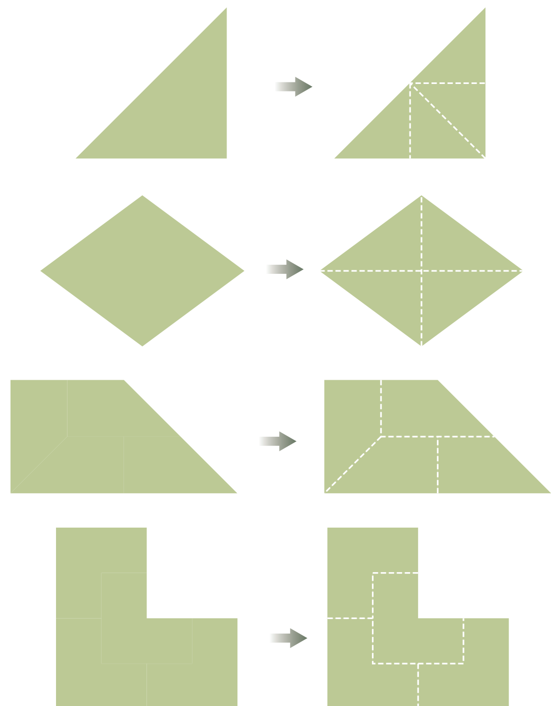
지/도/자/료

1. 두 삼각형이 서로 합동이면 대응하는 세 변의 길이와 세 각의 크기가 각각 같다. 하지만 대응하는 세 변의 길이만 각각 같아도 이 두 삼각형은 서로 합동임을 알게 한다.
한편 삼각형에는 3개의 변과 3개의 각이 있다. 이 삼각형의 6요소 중에서 어떤 3가지를 알면 합동이 되는지는 합동인 삼각형의 작도를 통하여 이해할 수 있도록 지도한다.

2. 삼각형의 합동조건은 평면도형에 관한 내용의 기초가 되므로 합동조건에 친숙해지도록 반복하여 학습하게 한다.

읽/기/자/료 합동인 도형으로 분할하기

주어진 도형을 합동인 4개의 도형으로 분할하면 다음과 같다.



6

목표| 삼각형의 합동조건을 알게 한다.

풀이| 두 삼각형의 두 내각의 크기가 같으므로 나머지 한 내각의 크기도 같다.

즉, $\angle B=\angle E$, $\angle C=\angle F$, $\overline{BC}=\overline{EF}$

따라서 **대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같다.**(ASA 합동)

7

목표| 삼각형의 합동조건을 알고, 합동인 두 삼각형을 찾아 기호로 나타낼 수 있게 한다.

풀이| $\triangle ABC$와 $\triangle OMN$에서

$$\overline{BC}=\overline{MN}=4\text{ cm}$$
$$\angle B=\angle M=40^\circ$$
$$\angle C=\angle N=60^\circ$$

따라서 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같으므로

$\triangle ABC \equiv \triangle OMN$(ASA 합동)

$\triangle DEF$와 $\triangle RQP$에서

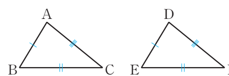
$$\overline{DF}=\overline{RP}=5\text{ cm}$$
$$\overline{DE}=\overline{RQ}=7\text{ cm}$$
$$\overline{EF}=\overline{QP}=4\text{ cm}$$

따라서 대응하는 세 변의 길이가 각각 같으므로

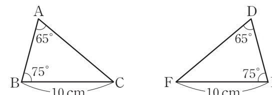
$\triangle DEF \equiv \triangle RQP$(SSS 합동)

교과서 222 쪽

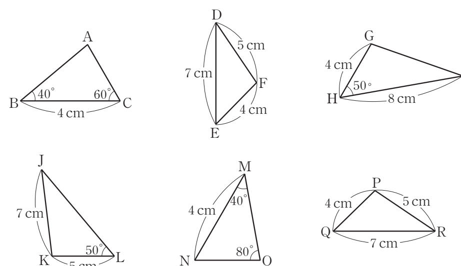
예를 들어 오른쪽 그림의 두 삼각형에서 $\overline{AB}=\overline{DE}$, $\overline{BC}=\overline{EF}$, $\overline{AC}=\overline{DF}$ 라고 하면 대응하는 세 변의 길이가 각각 같으므로 $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$이다.



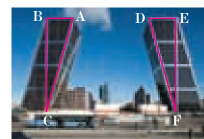
문제 6 다음 그림에서 $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$일 때, 합동조건을 말하여라.



문제 7 다음 삼각형 중에서 서로 합동인 것을 모두 찾아 기호로 나타내고, 합동조건을 말하여라.



문제해결 오른쪽 그림의 두 삼각형 ABC와 DEF에서 두 변의 길이가 각각 같다. 이때 두 삼각형이 합동이 되기 위해 필요한 조건 한 가지를 더 구하여 보자.



문/제/해/결

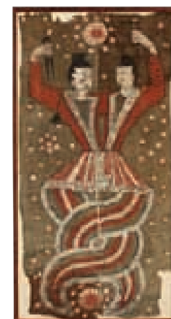
|출제 의도| 두 삼각형이 합동이 되기 위해 필요한 조건을 찾을 수 있게 하기 위한 문제이다.

풀이| • 나머지 한 변의 길이가 같은 경우 SSS 합동이다.

• 두 변 사이의 끼인각의 크기가 같은 경우 SAS 합동이다.

읽/기/자/료 수학적으로 설계된 우주

오른쪽 그림은 7세기 투루판 아스타나(阿斯塔那)의 묘실 천장에 부착되어 있었던 '복희여와도'이다. '복희여와도'는 천지 창조의 설화를 표현한 것으로, 남자 신인 복희(오른쪽)는 왼손에 측량을 위한 자인 곡척(曲尺)을, 오른손에 묵통을 들고 있으며, 여자 신인 여와(왼쪽)는 오른손에 컴퍼스를 들고 있다. 이와 같은 그림은 우주가 수학적으로 설계되어 있다고 생각한 고대 동양의 우주관을 보여 준다.


〈국립중앙박물관 소장〉

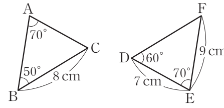
중 / 단 / 원 기초

합동인 도형에서
• 대응하는 두 변의 길이는 서로 같다.
• 대응하는 두 각의 크기는 서로 같다.

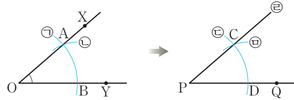
1 오른쪽 그림에서 두 삼각형이 서로 합동일 때, 다음을 구하여라.

(1) $\overline{BC}$에 대응하는 변

(2) ∠A에 대응하는 각

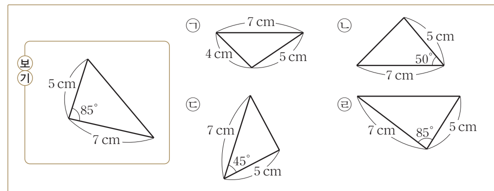


2 다음 그림은 ∠XOY와 크기가 같은 각을 작도하는 과정이다. 작도 순서를 바르게 나열하여라.

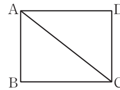


삼각형의 합동조건
• SSS 합동
• SAS 합동
• ASA 합동

3 다음 중에서 보기의 삼각형과 합동인 것을 찾아라.



4 오른쪽 그림은 직사각형 ABCD의 한 대각선을 그은 것이다. 합동인 삼각형을 찾고, 합동조건을 말하여라.



중/단/원 기초

1

목표| 합동인 삼각형에서 대응하는 변과 대응하는 각을 찾을 수 있게 한다.

풀이| (1) $\overline{\mathbf{FD}}$ (2) **∠E**

2

목표| 크기가 같은 각을 작도할 수 있게 한다.

풀이| ㉠ 점 O를 중심으로 하는 원을 그려 반직선 OX, OY와 만나는 점을 각각 A, B라고 한다.

㉢ 점 P를 중심으로 하고, ㉠에서 그린 원과 반지름의 길이가 같은 원을 그려 반직선 PQ와 만나는 점을 D라고 한다.

㉡ ㉠에서 선분 AB의 길이와 같게 컴퍼스를 맞춘다.

㉤ 점 D를 중심으로 하고, 선분 AB의 길이를 반지름으로 하는 원을 그려 ㉢에서 그린 원과 만나는 점을 C라고 한다.

㉣ 점 P와 C를 지나는 반직선 PC를 그으면 ∠CPQ가 구하는 각이다.

따라서 작도 순서는 ㉠→㉢→㉡→㉤→㉣이다.

3

목표| 삼각형의 합동조건을 알고 주어진 삼각형과 합동인 삼각형을 찾을 수 있게 한다.

풀이| 대응하는 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기가 같으면 두 삼각형은 합동이다. 보기의 삼각형처럼 삼각형의 두 변의 길이가 5 cm, 7 cm이고, 그 끼인각의 크기가 85°인 것은 ㉣이다.

4

목표| 합동인 삼각형을 찾고 합동조건을 말할 수 있게 한다.

풀이| △ABC와 △CDA에서

$\overline{AB}=\overline{CD}$, $\overline{BC}=\overline{DA}$, $\overline{AC}$는 공통

따라서 대응하는 세 변의 길이가 각각 같으므로

△ABC≡△CDA(SSS 합동)

또는

$\overline{AB}=\overline{CD}$, $\overline{BC}=\overline{DA}$, ∠B=∠D=90°

따라서 대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같으므로

△ABC≡△CDA(SAS 합동)

또는

$\overline{AB}=\overline{CD}$, ∠B=∠D=90°이고 $\overline{AB}$//$\overline{CD}$이므로 평행선의 성질에 의하여 ∠BAC=∠DCA(엇각)이다.

따라서 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같으므로

△ABC≡△CDA(ASA 합동)

중/단/원 기본

1

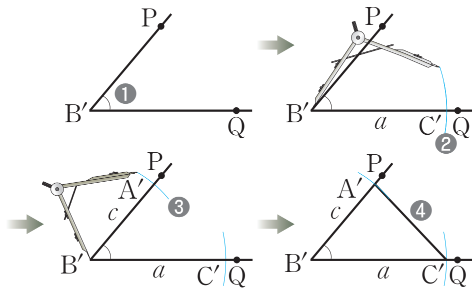
목표| 주어진 삼각형과 합동인 삼각형을 작도할 수 있게 한다.

풀이| ❶ ∠B와 크기가 같은 ∠PB′Q를 작도한다.

❷ 점 B′을 중심으로 하고, 선분 BC의 길이를 반지름으로 하는 원을 그려 반직선 B′Q와 만나는 점을 C′이라고 한다.

❸ 점 B′을 중심으로 하고, 선분 AB의 길이를 반지름으로 하는 원을 그려 반직선 B′P와 만나는 점을 A′이라고 한다.

❹ 점 A′과 C′을 이으면 △A′B′C′이 구하는 삼각형이다.

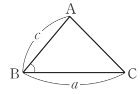


교과서 224 쪽

중/단/원 기본

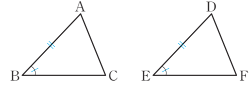
삼각형의 작도

1 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기를 이용하여 주어진 삼각형과 합동인 삼각형 A′B′C′을 작도하여라.



삼각형의 합동조건

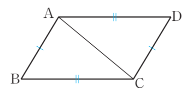
2 오른쪽 그림에서 △ABC와 △DEF가 합동이 되기 위해 더 필요한 조건을 모두 찾아라.



㉠ $\overline{BC}=\overline{EF}$	㉡ $\overline{AC}=\overline{DF}$
㉢ $\overline{BC}=\overline{DE}$	㉣ ∠A=∠D

삼각형의 합동조건

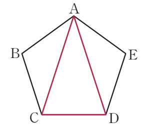
3 다음은 오른쪽 그림에서 $\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{AD}=\overline{BC}$이면 △ABC≡△CDA임을 설명하는 과정이다. □ 안에 알맞은 것을 써넣어라.



△ABC와 △CDA에서
$\overline{AB}$=□, □=$\overline{DA}$, □는 공통
이므로 두 삼각형은 대응하는 세 변의 길이가 각각 같다.
따라서 △ABC≡△CDA이다.

삼각형의 합동조건

4 오른쪽 그림의 정오각형 ABCDE에 대하여 △ACD가 이등변삼각형임을 설명하여라.



2

목표| 두 삼각형이 합동이 되기 위해 필요한 조건을 찾을 수 있게 한다.

풀이| ㉠ $\overline{BC}=\overline{EF}$이면 대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같게 되어 두 삼각형은 합동이다.

㉣ ∠A=∠D이면 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같게 되어 두 삼각형은 합동이다.

따라서 더 필요한 조건은 ㉠, ㉣이다.

3

목표| 두 삼각형이 합동인 이유를 말할 수 있게 한다.

풀이| △ABC와 △CDA에서

$\overline{AB}$=$\boxed{\overline{CD}}$, $\boxed{\overline{BC}}$=$\overline{DA}$, $\boxed{\overline{AC}}$는 공통

이므로 두 삼각형은 대응하는 세 변의 길이가 각각 같다.

따라서 △ABC≡△CDA이다.

4

목표| 정오각형의 성질을 이용하여 합동인 삼각형을 찾고, △ACD가 이등변삼각형임을 말할 수 있게 한다.

풀이| 정오각형은 각 변의 길이와 각의 크기가 모두 같다.

△ABC와 △AED에서

$\overline{AB}=\overline{AE}$, $\overline{BC}=\overline{ED}$, ∠B=∠E

즉, 대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같으므로 △ABC≡△AED(SAS 합동)이다.

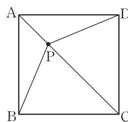
이때 합동인 두 삼각형의 대응하는 변의 길이는 같으므로 $\overline{AC}=\overline{AD}$이다.

따라서 △ACD는 이등변삼각형이다.

교과서 225 쪽

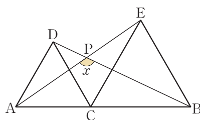
중/단/원 실력

1 오른쪽 그림은 정사각형 ABCD에서 $\overline{AC}$ 위에 점 P를 잡아 $\overline{PB}$, $\overline{PD}$를 그린 것이다. 서로 합동인 삼각형을 찾아 기호로 나타내고, 합동인 이유를 설명하여라.

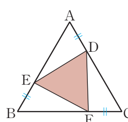


• △ACE≡△DCB임을 이용한다.

2 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$ 위에 한 점 C를 잡아 $\overline{AC}$, $\overline{BC}$를 각각 한 변으로 하는 정삼각형을 만들 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.

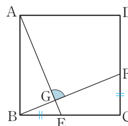


3 오른쪽 정삼각형 ABC에서 $\overline{AD}=\overline{BE}=\overline{CF}$일 때, 삼각형 DEF는 어떤 삼각형인지 말하고, 그 이유를 설명하여라.



• ∠BAE+∠AEB=90°와 삼각형의 합동을 이용한다.

4 오른쪽 정사각형 ABCD에서 $\overline{BE}=\overline{CF}$이고, $\overline{AE}$와 $\overline{BF}$의 교점을 G라고 할 때, ∠AGF의 크기를 구하여라.



중/단/원 실력

1

목표| 주어진 도형에서 합동인 삼각형을 찾아 합동인 이유를 말할 수 있게 한다.

풀이| • △ABC≡△ADC : 대응하는 세 변의 길이가 각각 같다. 또는 대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같다. 또는 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같다.

• △ABP≡△ADP : 대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같다.

• △PBC≡△PDC : 대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같다.

2

목표| 합동인 삼각형의 성질을 이용하여 주어진 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| △ACE와 △DCB에서

△DAC는 정삼각형이므로 $\overline{AC}=\overline{DC}$

△ECB는 정삼각형이므로 $\overline{CE}=\overline{CB}$

$\angle ACE=60^\circ+\angle DCE$,

$\angle DCB=60^\circ+\angle DCE$

이므로 $\angle ACE=\angle DCB$

따라서 △ACE≡△DCB(SAS 합동)이다.

합동인 두 도형의 대응하는 각의 크기가 각각 같으므로

$\angle EAC=\angle BDC=a$, $\angle AEC=\angle DBC=b$

라고 하면 △ACE에서

$\angle ACE=180^\circ-60^\circ=120^\circ$이므로

$\angle EAC+\angle AEC=a+b=60^\circ$

△PAB에서 $\angle x=180^\circ-(a+b)=\mathbf{120^\circ}$

3

목표| 합동인 삼각형의 성질을 이용하여 문제를 해결하게 한다.

풀이| $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CA}$이고, $\overline{BE}=\overline{CF}=\overline{AD}$이므로 $\overline{AE}=\overline{BF}=\overline{CD}$

△ABC는 정삼각형이므로 $\angle A=\angle B=\angle C$

대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같으므로 △AED≡△BFE≡△CDF

따라서 $\overline{DE}=\overline{EF}=\overline{FD}$이므로 △DEF는 정삼각형이다.

4

목표| 합동인 삼각형의 성질을 이용하여 주어진 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| △ABE와 △BCF에서 $\overline{BE}=\overline{CF}$

사각형 ABCD는 정사각형이므로

$\overline{AB}=\overline{BC}$, $\angle ABE=\angle BCF$

따라서 △ABE≡△BCF(SAS 합동)이다.

$\angle BAE=\angle CBF=a$, $\angle AEB=\angle BFC=b$라고 하면

△ABE에서 $\angle BAE+\angle AEB=a+b=90^\circ$

△GBE에서 $\angle BGE=180^\circ-(a+b)=90^\circ$

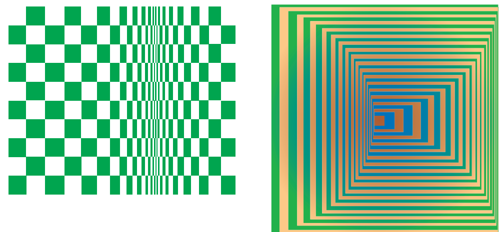
따라서 $\angle AGF=\angle BGE=\mathbf{90^\circ}$이다.

수행 과제

● 수행 과제 의도

이 수행 과제는 자와 컴퍼스를 사용하여 옵아트 작품을 직접 만들어 봄으로써 도형이 예술 분야에서 활용됨을 느끼고, 흥미를 유발하기 위한 것이다.

과제 1 _예시



교과서 226 쪽

수 행 과 제

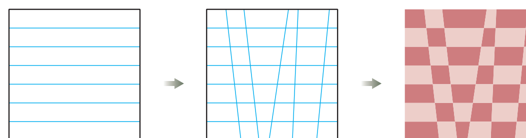
작도와 디자인



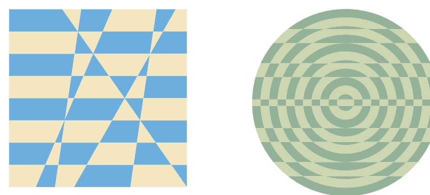
수학은 과학이나 공학뿐 아니라 미술이나 음악 같은 예술 분야에서도 활용되고 있다. 미술의 한 분야인 옵아트(op art)는 자와 컴퍼스로 선을 그리고 색칠하여 만들어 낼 수 있다.

과제 1 다음과 같이 옵아트 작품을 만들어 보자.

❶ 적당한 크기를 정하고, 일정한 간격으로 평행선을 긋는다.
❷ 이 평행선들과 만나는 선을 적당히 그린다.
❸ 2가지 색을 골라서 번갈아 색칠한다.



과제 2 사각형과 직선, 원과 직선을 이용하여 자신만의 옵아트 작품을 만들어 보자.



교과서 227 쪽

학습에 대한 자/기/평/가

이름: ____________

점검 항목				
학습 내용	점, 선, 면, 각을 이해하였는가?			
	점, 직선, 평면의 위치 관계를 설명할 수 있는가?			
	평행선에서 동위각과 엇각의 성질을 이해하였는가?			
	주어진 삼각형과 합동인 삼각형을 작도할 수 있는가?			
	삼각형의 합동조건을 이해하고, 이를 이용하여 두 삼각형이 합동인지 판별할 수 있는가?			
학습 태도	학습 준비물을 잘 준비하였는가?			
	수업 시간에 적극적으로 참여하였는가?			
	문제를 풀 때 끈기 있게 도전하였는가?			
	복습과 예습을 꼼꼼히 하였는가?			

재미있었거나 어려웠던 내용 적어 보기

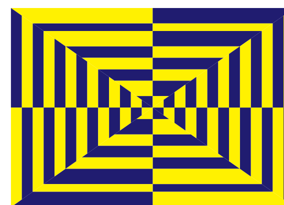
더 알고 싶거나 궁금한 점 적어 보기

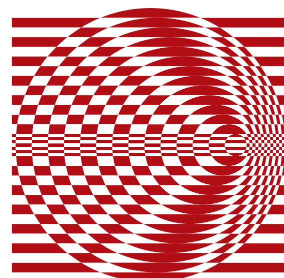
스스로 평가하기



선생님 의견

과제 2 _예시





교과서 228 쪽

V. 기본 도형과 작도

대단원 핵심 한눈에 보기

① 점, 선, 면

교점 교선	(1) 교점: 선과 선 또는 선과 면이 만나서 생기는 점 (2) 교선: 면과 면이 만나서 생기는 직선 또는 곡선
직선 반직선 선분	(1) 직선 AB($\overleftrightarrow{AB}$) (2) 반직선 AB($\overrightarrow{AB}$) (3) 선분 AB($\overline{AB}$)
두 점 사이의 거리	두 점을 이은 선분의 길이

② 각과 평행선

맞꼭지각의 성질	서로 다른 두 직선이 한 점에서 만날 때 생기는 맞꼭지각의 크기는 서로 같다.
평행선의 성질	(1) 평행한 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때, 동위각과 엇각의 크기는 각각 서로 같다. (2) 두 직선 l, m이 다른 한 직선 n과 만날 때, 동위각과 엇각의 크기가 각각 서로 같으면 두 직선 l, m은 서로 평행하다.

③ 위치 관계

평면에서 두 직선의 위치 관계	l, m / l, m / l, m
공간에서 두 직선의 위치 관계	l, m / l, m / l, m / l, m
직선과 평면의 위치 관계	P, l / P, l / P, l

④ 삼각형의 작도와 합동

작도	눈금 없는 자와 컴퍼스만을 사용하여 도형을 그리는 것
대변과 대각	삼각형 ABC에서 ∠A와 마주 보는 변 BC를 ∠A의 대변, ∠A를 변 BC의 대각이라고 한다.
합동인 삼각형의 작도	변의 길이와 각의 크기가 다음과 같이 주어진 삼각형과 합동인 삼각형을 작도할 수 있다. (1) 세 변의 길이 (2) 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기 (3) 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기
삼각형의 합동조건	두 삼각형은 다음의 각 경우에 서로 합동이다. (1) 대응하는 세 변의 길이가 각각 같을 때 (2) 대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같을 때 (3) 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같을 때

이번 단원에서 배운 용어와 기호

- 교점, 교선, 두 점 사이의 거리, 중점, 평각, 교각, 맞꼭지각, 직교, 수선의 발, 동위각, 엇각, 꼬인 위치, 작도, 대변, 대각, (도형의) 대응, 삼각형의 합동조건
- $\overleftrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AB}$, $\overline{AB}$, $\angle ABC$, $\overline{AB} \perp \overline{CD}$, $l /\!/ m$, $\triangle ABC$, $\equiv$

만화로 보는 수학 이야기

만화에서는 주어진 삼각형과 합동인 삼각형을 만들기 위해서 필요한 조건들이 무엇인지 생각해 보도록 하고 있다. 이번 단원에서는 삼각형과 같이 도형을 이루는 점, 선, 면의 관계와 위치 관계, 각과 평행선, 주어진 삼각형과 합동인 삼각형의 작도, 삼각형의 합동조건에 대하여 지도하였다.

생각 키/우/기

세 변의 길이, 또는 두 변의 길이와 그 끼인 각의 크기, 또는 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기를 알려 주면 같은 모양의 삼각형 타일을 만들 수 있다.

지도 내용

1. 점, 선, 면의 관계와 평행선에서 동위각, 엇각의 성질을 이해하고, 점, 직선, 평면의 위치 관계를 알도록 한다.

2. 작도의 뜻을 알고 각, 선분, 삼각형에 대한 여러 가지 작도를 할 수 있도록 하며 삼각형의 합동조건을 이해하도록 한다.

교과서 229 쪽

똑같은 모양의 타일 주문은 어떻게?

생각 키/우/기 | 공장에서 똑같은 삼각형 모양의 타일을 만들기 위해 가게 주인이 알려 주어야 했던 것은 무엇인지 말하여 보자.

대/단/원 평가 문제

1

목표| 직선, 반직선, 선분을 알고, 두 점 사이의 거리를 이해하게 한다.

풀이| ① 같은 반직선은 시작하는 점과 방향이 각각 같아야 한다.

답 ①

참고| 직선 AB와 직선 BA는 같은 직선을 나타낸다. 즉,

$$\overleftrightarrow{AB}=\overleftrightarrow{BA}$$

또 선분 AB와 선분 BA는 같은 선분을 나타낸다. 즉,

$$\overline{AB}=\overline{BA}$$

그러나 반직선 AB와 반직선 BA는 서로 다른 반직선을 나타낸다. 즉, 시작하는 점과 방향이 다르므로 $\overrightarrow{AB}$와 $\overrightarrow{BA}$는 서로 다르다.

교과서 230 쪽

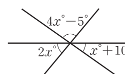
대/단/원 평가 문제

선/택/형

1 다음 설명 중에서 옳지 않은 것은?

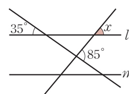
① 시작하는 점이 같은 두 반직선은 같은 반직선이다.
② 서로 다른 두 점을 지나는 직선은 오직 하나뿐이다.
③ 두 점을 잇는 선 중에서 가장 짧은 것은 선분이다.
④ 한 점을 지나는 직선은 무수히 많다.
⑤ 두 점 A와 B 사이의 거리는 선분 AB의 길이이다.

2 오른쪽 그림과 같이 세 직선이 한 점에서 만날 때, x의 값은?



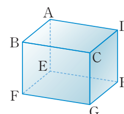
① 25 ② 28 ③ 30
④ 32 ⑤ 35

3 오른쪽 그림에서 $l /\!/ m$일 때, $\angle x$의 크기는?



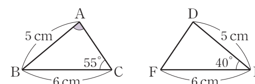
① 35° ② 45°
③ 50° ④ 60°
⑤ 85°

4 오른쪽 직육면체에 대한 다음 설명 중에서 옳은 것은?



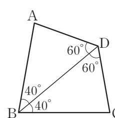
① 면 AEGC에 평행한 모서리는 없다.
② $\overline{AC}$와 꼬인 위치에 있는 모서리는 5개이다.
③ 면 AEGC와 수직인 모서리는 4개이다.
④ ∠FEG의 크기는 90°이다.
⑤ $\overline{AE}$에 수직인 면은 면 ABCD와 면 EFGH이다.

5 다음 그림에서 △ABC≡△DEF일 때, ∠A의 크기는?



① 90° ② 85° ③ 80°
④ 75° ⑤ 60°

6 오른쪽 그림에서 △ABD≡△CBD일 때, 사용된 합동조건은?

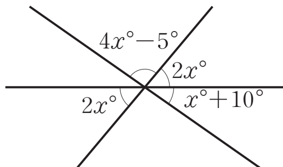


① 대응하는 세 변의 길이가 각각 같다.
② 대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같다.
③ 대응하는 한 변의 길이가 같고, 두 각의 크기가 같다.
④ 세 각의 크기가 각각 같다.
⑤ 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같다.

2

목표| 맞꼭지각의 성질을 이용하여 주어진 값을 구할 수 있게 한다.

풀이|



맞꼭지각의 크기는 같으므로

$(4x°-5°)+2x°+(x°+10°)=180°$

$7x°+5°=180°$

따라서 $x=25$이다.

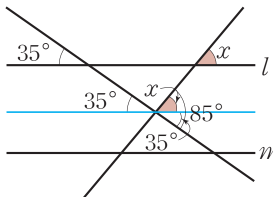
답 ①

참고| 맞꼭지각의 성질과 평각의 크기는 180°임을 이용한다.

3

목표| 평행선의 성질을 이용하여 주어진 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이|



위의 그림과 같이 직선 l, m에 평행한 직선 n을 그으면 평행선의 성질과 맞꼭지각의 성질에 의하여

$\angle x+35°=85°$

따라서 $\angle x=50°$이다.

답 ③

참고| 동위각이나 엇각의 크기는 항상 같은 것이 아니라 평행선이 다른 한 직선과 만날 때에만 동위각과 엇각의 크기가 각각 같다.

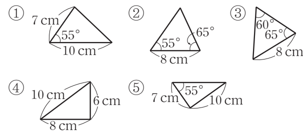
교과서 231 쪽

V. 기본 도형과 작도

7 △ABC에서 ∠B의 크기를 알고 있을 때, △ABC와 합동인 삼각형을 작도하려면 어떤 조건이 더 필요한가? (정답 2개)

① $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ ② $\overline{AB}$, ∠A
③ $\overline{AC}$, $\overline{BC}$ ④ $\overline{AB}$, $\overline{AC}$
⑤ ∠A, ∠C

8 다음 삼각형 중에서 서로 합동인 두 삼각형을 고르면?

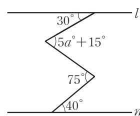


서/답/형

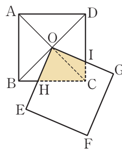
9 다음 그림에서 $\overline{AM}=\overline{MC}$, $\overline{CN}=\overline{NB}$, $\overline{AB}=24$ cm, $\overline{AC}:\overline{CB}=2:1$일 때, $\overline{MN}$의 길이를 구하여라.



10 오른쪽 그림에서 $l \,/\!/\, m$일 때, a의 값을 구하여라.

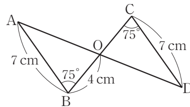


11 한 변의 길이가 8 cm인 정사각형 모양의 스티커가 두 장 있다. 오른쪽 그림과 같이 스티커 한 장의 두 대각선의 교점을 O라 하고, 점 O에 다른 스티커의 한 꼭짓점을 놓을 때, 두 스티커가 겹쳐진 부분의 넓이를 구하여라.



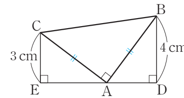
|서술형|

12 다음 그림에서 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$의 교점을 O라고 할 때, $\overline{CO}$의 길이를 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라.



|서술형|

13 다음 그림에서 삼각형 ABC는 $\overline{AC}=\overline{AB}$, ∠CAB=90°인 직각삼각형이다. $\overline{BD}=4$ cm, $\overline{CE}=3$ cm일 때, $\overline{DE}$의 길이를 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라.



4

목표| 공간에서 두 직선의 위치 관계와 직선과 평면의 위치 관계를 이해하게 한다.

풀이| ① 면 AEGC에 평행한 모서리는 $\overline{BF}$, $\overline{DH}$

② $\overline{AC}$와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{BF}$, $\overline{DH}$, $\overline{EF}$, $\overline{EH}$, $\overline{GF}$, $\overline{GH}$이므로 6개이다.

③ 면 AEGC와 수직인 모서리는 없다.

④ ∠FEG의 크기는 90°가 아니다.

답 ⑤

5

목표| 합동인 도형의 성질을 이용하여 주어진 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| △ABC와 △DEF가 합동이므로 대응각의 크기는 같다.
따라서 ∠B=∠E=40°이다.
삼각형의 세 각의 크기의 합은 180°이므로
∠A=180°−(40°+55°)=85°

답 ②

참고| △ABC와 △DEF에서 대응하는 꼭짓점은 점 A와 D, 점 B와 E, 점 C와 F이고 대응하는 변은 $\overline{AB}$와 $\overline{DE}$, $\overline{BC}$와 $\overline{EF}$, $\overline{AC}$와 $\overline{DF}$이다.

6

목표| 합동인 두 삼각형의 합동조건을 이해하게 한다.

풀이| $\overline{BD}$는 공통이고,
∠ABD=∠CBD=40°,
∠ADB=∠CDB=60°이다.
따라서 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같다.

답 ⑤

7

목표| 삼각형의 합동조건을 이해하게 한다.

풀이| ① $\overline{AB}$, $\overline{BC}$의 길이를 알면 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기를 이용하여 합동인 삼각형을 작도할 수 있다.

② $\overline{AB}$의 길이와 ∠A의 크기를 알면 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기를 이용할 수 있다.

따라서 더 필요한 조건은 ①, ②이다.

답 ①, ②

8

목표| 삼각형의 합동조건을 이해하고, 합동인 삼각형을 찾을 수 있게 한다.

풀이| ②와 ③은 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같으므로 합동이다.

답 ②, ③

9

목표| 선분의 길이 사이의 관계를 나타낸 식을 이해하고, 주어진 선분의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\overline{AB}=24$ cm이고, $\overline{AC}:\overline{CB}=2:1$이므로

$\overline{AC}=2x$ cm, $\overline{CB}=x$ cm라고 하면

$2x+x=24$, $x=8(\text{cm})$

따라서 $\overline{AC}=16$ cm, $\overline{CB}=8$ cm이다.

$\overline{AM}=\overline{MC}=\frac{1}{2}\overline{AC}$이므로 $\overline{MC}=8$ cm

$\overline{CN}=\overline{NB}=\frac{1}{2}\overline{CB}$이므로 $\overline{CN}=4$ cm

따라서

$\overline{MN}=\overline{MC}+\overline{CN}=8+4=12(\text{cm})$

이다.

답 12 cm

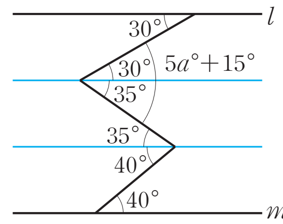
다른 풀이|
$$\begin{aligned}\overline{MN}&=\overline{MC}+\overline{CN}\\&=\frac{1}{2}\overline{AC}+\frac{1}{2}\overline{CB}\\&=\frac{1}{2}(\overline{AC}+\overline{CB})\\&=\frac{1}{2}\overline{AB}=12(\text{cm})\end{aligned}$$

참고| $\overline{AB}$의 중점을 M이라 하면 $\overline{AB}=2\overline{AM}$이다.

10

목표| 평행선의 성질을 이용하여 주어진 값을 구할 수 있게 한다.

풀이|



위의 그림과 같이 꺾어진 부분에 두 직선 l, m과 평행한 직선을 그으면 엇각의 크기가 같으므로

$5a^\circ+15^\circ=30^\circ+35^\circ$

$5a^\circ=50^\circ$

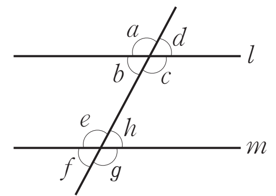
따라서 $a=10$이다.

답 10

참고| 오른쪽 그림과 같이 두 직선 l, m이 평행할 때, 다음 사실을 알 수 있다.

$\angle a=\angle c=\angle e=\angle g$

$\angle b=\angle d=\angle f=\angle h$



11

목표| 삼각형의 합동조건과 합동인 도형의 성질을 이용하여 주어진 부분의 넓이를 구할 수 있게 한다.

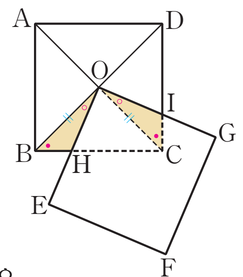
풀이| △OBH와 △OCI에서

$\overline{OB}=\overline{OC}$

$\angle OBH=\angle OCI$

$\angle BOH=90^\circ-\angle HOC$

$\qquad=\angle COI$



즉, 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같으므로 △OBH≡△OCI이다.

따라서 겹쳐진 부분의 넓이는

△OHC+△OCI=△OHC+△OBH

=△OBC

$=\frac{1}{4}\times$(사각형 ABCD의 넓이)

$=\frac{1}{4}\times8\times8=16(\text{cm}^2)$

답 16 cm²

12

목표| 합동인 도형의 성질을 이용하여 주어진 선분의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\triangle ABO$와 $\triangle DCO$에서

$\overline{AB}=\overline{DC}$

$\angle ABO=\angle DCO$

$\angle AOB=\angle DOC$(맞꼭지각)이므로

$\angle BAO=\angle CDO$ …㉠

즉, 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같다.

따라서 $\triangle ABO\equiv\triangle DCO$이므로 …㉡

$\overline{CO}=\overline{BO}=4$ cm …㉢

답 4 cm

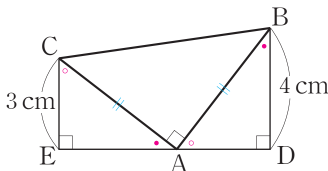
채점 기준

영역 \ 요소	채점 요소		배점
해결 과정	$\angle BAO=\angle CDO$임을 알기	㉠	40%
	$\triangle ABO\equiv\triangle DCO$임을 알기	㉡	40%
답 구하기	$\overline{CO}$의 길이 구하기	㉢	20%

13

목표| 합동인 도형의 성질을 이용하여 주어진 선분의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이|



$\triangle ACE$에서

$\angle EAC+\angle ECA=180^\circ-90^\circ=90^\circ$

$\angle EAC+\angle DAB=180^\circ-90^\circ=90^\circ$

따라서 $\angle ECA=\angle DAB$이다. …㉠

$\triangle BAD$에서

$\angle ABD=180^\circ-(90^\circ+\angle DAB)=\angle CAE$ …㉡

$\triangle ACE$와 $\triangle BAD$에서

$\overline{AC}=\overline{BA}$

$\angle ECA=\angle DAB$

$\angle CAE=\angle ABD$

즉, 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같다.

따라서 $\triangle ACE\equiv\triangle BAD$이므로 …㉢

$\overline{DE}=\overline{AE}+\overline{AD}$

$=\overline{BD}+\overline{CE}$

$=4+3$

$=7$(cm) …㉣

답 7 cm

채점 기준

영역 \ 요소	채점 요소		배점
해결 과정	$\angle ECA=\angle DAB$임을 알기	㉠	30%
	$\angle ABD=\angle CAE$임을 알기	㉡	30%
	$\triangle ACE\equiv\triangle BAD$임을 알기	㉢	20%
답 구하기	$\overline{DE}$의 길이 구하기	㉣	20%

교과서 232 쪽

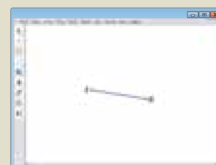
컴퓨터의 활용

컴퓨터를 이용하여 도형을 작도하여 보자.

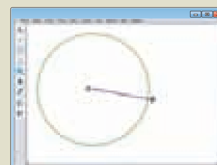
컴퓨터에서 작도 프로그램을 이용하여 정삼각형을 작도하여 보고, 정삼각형의 성질을 확인하여 보자.

1 정삼각형의 작도

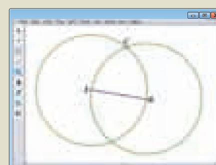
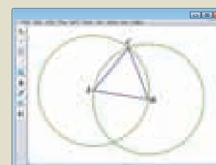
1. 선분 도구 아이콘 을 선택한 후 화면에 두 점을 클릭하면 선분 AB가 그려진다.
이때 점을 찍은 후 마우스 오른쪽 버튼을 클릭하여 [이름표 보이기]를 선택하면 두 점 A, B를 표시할 수 있다.



2. 원 도구 아이콘 을 선택한 후 원의 중심 A와 점 B를 순서대로 클릭하면 $\overline{AB}$가 반지름인 원이 그려진다.



3. 마찬가지로 점 B가 원의 중심이고 $\overline{AB}$가 반지름인 원을 그리고, 화살표 도구 아이콘 을 선택한 후 두 원이 만나는 점 중 하나를 클릭하여 점 C라고 표시한다. 선분 도구 아이콘 을 선택한 후 점 C와 선분 AB의 양 끝 점을 이어 정삼각형을 만든다.

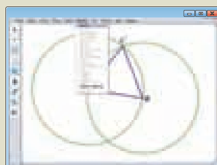
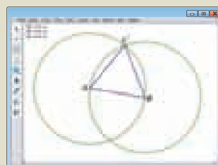



교과서 233 쪽

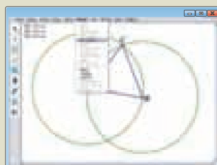
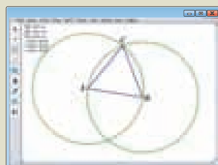
2 정삼각형의 성질

앞에서 만든 정삼각형 ABC의 크기를 조절하여 정삼각형의 성질을 확인하여 보자.

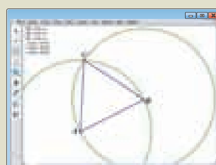
1. 화살표 도구 아이콘 을 선택한 후 변 AB, BC, CA를 클릭한다.
[측정] – [길이]를 선택하면 각 변의 길이가 표시된다.

2. 세 점 B, A, C를 순서대로 클릭하고 [측정] – [각의 크기]를 선택하면 ∠BAC의 크기가 표시된다. 같은 방법으로 세 점 A, B, C를 순서대로 선택하면 ∠ABC의 크기가, 세 점 A, C, B를 순서대로 선택하면 ∠ACB의 크기가 표시된다.

3. 점 A의 위치를 이동하여 보자.
정삼각형 ABC의 크기가 변하여도 세 변의 길이는 서로 동일하며 세 각의 크기는 60°로 같은 것을 알 수 있다.



교과서 234 쪽

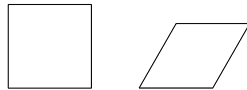
수학산책

우리 주변에서 볼 수 있는 삼각형의 힘



주변을 둘러보면 빌딩이나 다리 등 많은 건축물에서 삼각형을 찾아볼 수 있다. 왜 삼각형 구조가 건축물에 많이 쓰이는 걸까? 그 이유는 삼각형이 쉽게 변형되지 않기 때문이다.

삼각형의 작도에서 알 수 있듯이 삼각형의 세 변의 길이를 이용하여 세 각의 크기를 결정할 수 있다. 다음 그림과 같이 네 변의 길이만 주어졌을 때 만들어지는 사각형이 여러 개 있을 수 있는 것과는 대조된다. 이것은 사각형의 경우 모서리만 밀어도 모양이 변할 수 있지만, 삼각형의 경우 변의 길이가 길어지거나 짧아지지 않는 한 그 모양이 변하지 않는다는 것을 설명해 준다.



교과서 235 쪽

일상생활에서 안정된 삼각형 구조를 이용한 경우는 많다.

다리가 세 개인 카메라 삼각대는 바닥이 울퉁불퉁한 경우에도 균형을 맞추어 흔들리지 않게 세울 수 있다. 그 외에도 선반 받침대, 자전거, 송전탑 등에서 삼각형을 찾아볼 수 있다.



삼각형은 그림을 그리거나 사진을 찍을 때에도 이용된다. 삼각형은 보는 사람으로 하여금 안정감을 느끼게 하기 때문에 미술 작품에 자주 쓰인다.



왼쪽 그림은 이탈리아의 화가 라파엘로(Raffaello Sanzio: 1483~1520)의 작품이다. 가운데 인물의 머리를 꼭짓점으로 해서 양옆에 인물을 배치하여 전체적으로 삼각형을 이루고 있다. 그림을 볼 때 편안한 느낌을 받는 것에는 이러한 삼각형 구도도 한몫을 한다.

또한 여러 모양의 꽃꽂이에도 삼각형이 이용된다. 길고 큰 잎을 중심으로 좌우 대칭으로 꽂아 만든 삼각형 구도는 행사장의 장식 화환 등에서 자주 찾아볼 수 있다.

이렇듯 우리는 미처 깨닫지 못한 사이에도 생활 속에서 삼각형이 주는 안정감을 누리고 있다.

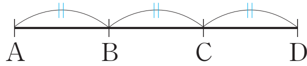
선/택/형

1 다음 그림과 같이 네 점 A, B, C, D가 한 직선 l 위에 있을 때 옳지 않은 것은? [6점]



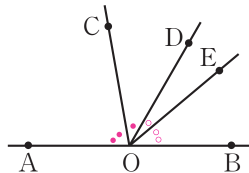
① $\overleftrightarrow{AB}=\overleftrightarrow{BA}$ ② $\overline{BC}=\overline{CB}$
③ $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}$ ④ $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{CB}$
⑤ $\overleftrightarrow{AD}=\overleftrightarrow{BC}$

2 다음 그림과 같이 선분 AD를 삼등분하는 점을 각각 B, C라고 하자. $\overline{AC}=10$ cm일 때, $\overline{BD}$의 길이는? [6점]



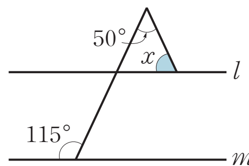
① 6 cm ② 8 cm ③ 10 cm
④ 12 cm ⑤ 14 cm

3 오른쪽 그림에서 $\angle AOC=2\angle COD$, $\angle BOE=2\angle DOE$일 때, $\angle COE$의 크기는? [7점]



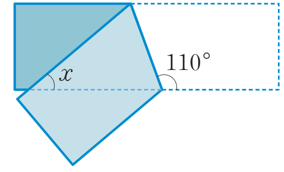
① 30° ② 40° ③ 50°
④ 60° ⑤ 70°

4 오른쪽 그림에서 $l \,/\!/\, m$일 때, $\angle x$의 크기는? [7점]



① 50° ② 55°
③ 60° ④ 65°
⑤ 70°

5 오른쪽 그림과 같이 직사각형 모양의 종이테이프를 접었을 때, $\angle x$의 크기는? [7점]

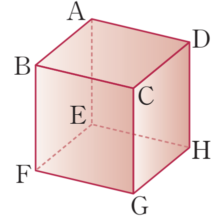


① 35° ② 40° ③ 45°
④ 50° ⑤ 55°

6 서로 다른 두 직선 l, m과 평면 P에 대하여 $l \,/\!/\, m$, $l \perp$P일 때, m과 P의 위치 관계는? [6점]

① 포함된다. ② 일치한다.
③ 평행하다. ④ 수직이다.
⑤ 꼬인 위치에 있다.

7 오른쪽 그림의 직육면체에서 모서리 EF와 위치 관계가 다른 하나는? [7점]

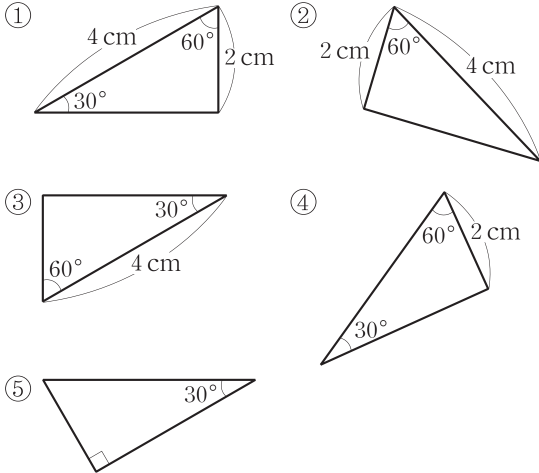


① 모서리 CG
② 모서리 DH
③ 모서리 AD
④ 모서리 EH
⑤ 모서리 BC

8 다음 중 △ABC와 △DEF가 서로 합동이 되지 않는 경우는? [6점]

① $\overline{AB}=\overline{DE}$, $\overline{BC}=\overline{EF}$, $\overline{AC}=\overline{DF}$
② $\overline{AB}=\overline{DE}$, $\overline{AC}=\overline{DF}$, $\angle A=\angle D$
③ $\overline{BC}=\overline{EF}$, $\overline{AC}=\overline{DF}$, $\angle A=\angle D$
④ $\overline{AB}=\overline{DE}$, $\angle A=\angle D$, $\angle B=\angle E$
⑤ $\overline{AB}=\overline{DE}$, $\overline{BC}=\overline{EF}$, $\angle B=\angle E$

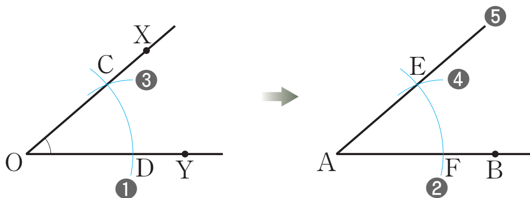
9 다음 중에서 합동이 아닌 삼각형은? [6점]



서/답/형

10 '한 평면에 평행한 서로 다른 두 직선은 평행하다.'는 문장이 옳지 않음을 예를 들어 설명하여라. [8점]

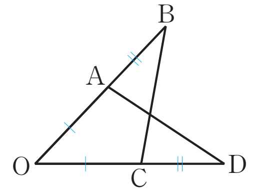
11 다음 그림은 ∠XOY와 크기가 같은 각을 반직선 AB를 한 변으로 하여 작도하는 순서를 나타낸 것이다. 물음에 답하여라. [8점]



(1) 선분 OC와 길이가 같은 선분을 모두 써라.

(2) 선분 CD와 길이가 같은 선분을 써라.

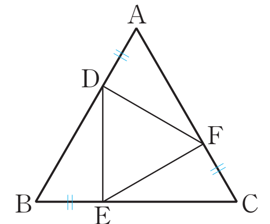
12 오른쪽 그림에서 $\overline{OA}=\overline{OC}$, $\overline{AB}=\overline{CD}$ 일 때, △AOD≡△COB 임을 보이려고 한다. □ 안에 알맞은 것을 써넣어라. [8점]



△AOD와 △COB에서
$\overline{OA}=\overline{OC}$
$\overline{OB}=\overline{OA}+\overline{AB}=\overline{OC}+\overline{CD}=$ □
□는 공통인 각이므로
△AOD≡△COB(□ 합동)

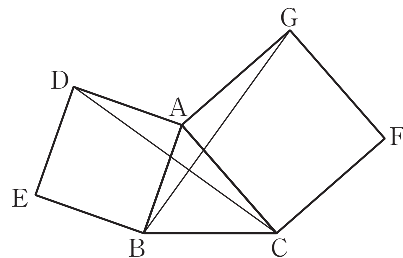
|서술형|

13 오른쪽 그림에서 삼각형 ABC는 정삼각형이고 $\overline{AD}=\overline{BE}=\overline{CF}$일 때, △ADF와 합동인 삼각형을 모두 찾는 풀이 과정과 답을 서술하여라. [9점]



|서술형|

14 다음 그림과 같이 삼각형 ABC의 두 변 AB, AC를 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그렸을 때, 합동인 삼각형과 합동조건을 찾는 풀이 과정과 답을 서술하여라. [9점]



60점 미만이면 **하 · 수준** 문제를, 60점 이상 80점 미만이면 **중 · 수준** 문제를, 80점 이상이면 **상 · 수준** 문제를 풀어 보세요.

하 · 수준

1 다음에서 서로 관계있는 것끼리 연결하여라.

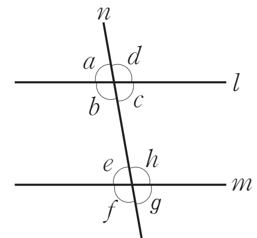
(1) 직선 AB •	• ㉮ $\overline{AB}$ •	• ㉠ A ——— B ——— (A에서 시작하여 B를 지나는 반직선)
(2) 반직선 AB •	• ㉯ $\overrightarrow{AB}$ •	• ㉡ ——— A ——— B ——— (양쪽으로 뻗은 직선)
(3) 선분 AB •	• ㉰ $\overleftrightarrow{AB}$ •	• ㉢ A ——— B (A와 B를 잇는 선분)

2 다음 그림에서 $\angle x$와 $\angle y$의 크기를 각각 구하여라.

(1) (2)



3 오른쪽 그림과 같이 세 직선 l, m, n이 만날 때, 다음을 구하여라.



(1) $\angle a$의 동위각 (2) $\angle c$의 엇각

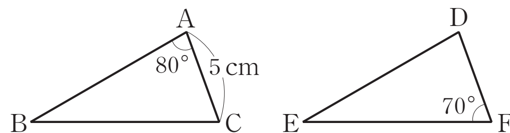
(3) $\angle h$의 동위각 (4) $\angle e$의 맞꼭지각

4 다음 중 한 평면 위에 있는 두 직선의 위치 관계가 <u>아닌</u> 것은?

① 평행하다. ② 일치한다. ③ 직교한다.

④ 한 점에서 만난다. ⑤ 꼬인 위치에 있다.

5 아래 그림에서 $\triangle ABC$와 $\triangle DEF$는 서로 합동이다. 다음을 구하여라.

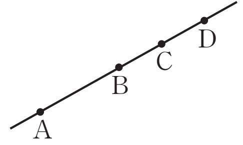


(1) 변 BC에 대응하는 변 (2) $\angle BAC$에 대응하는 각

(3) $\overline{DF}$의 길이 (4) $\angle B$의 크기

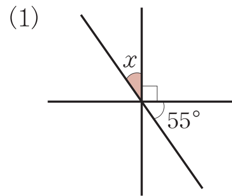
중·수준

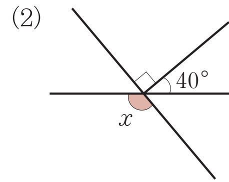
1 오른쪽 그림과 같이 네 점 A, B, C, D가 한 직선 위에 있을 때, 다음 중 $\overrightarrow{DB}$와 같은 것은?



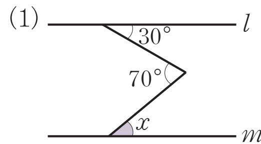
① $\overrightarrow{AB}$ ② $\overrightarrow{BA}$ ③ $\overrightarrow{CB}$
④ $\overrightarrow{BD}$ ⑤ $\overrightarrow{DA}$

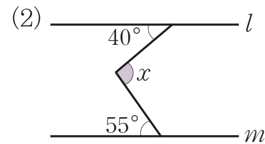
2 다음 그림에서 $\angle x$의 크기를 구하여라.

(1)


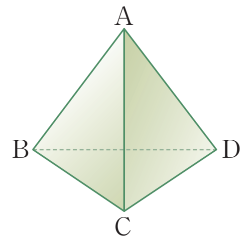
(2)


3 다음 그림에서 $l \parallel m$일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.

(1)


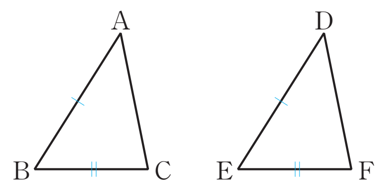
(2)


4 다음 중 오른쪽 그림의 사면체에서 꼬인 위치에 있는 모서리끼리 짝지어진 것은?



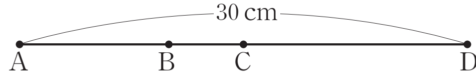
① $\overline{AB}$와 $\overline{BC}$ ② $\overline{BC}$와 $\overline{CD}$ ③ $\overline{AC}$와 $\overline{BD}$
④ $\overline{BD}$와 $\overline{CD}$ ⑤ $\overline{AC}$와 $\overline{AD}$

5 오른쪽 그림에서 $\overline{AB}=\overline{DE}$, $\overline{BC}=\overline{EF}$일 때, $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$이기 위해 필요한 한 가지 조건을 모두 구하여라.

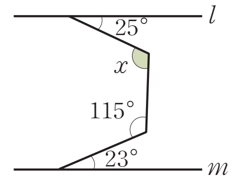


상·수준

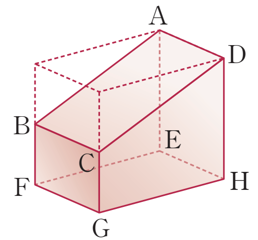
1 다음 그림에서 네 점 A, B, C, D가 한 직선 위에 있고 $2\overline{AB}=\overline{BD}$, $3\overline{BC}=\overline{CD}$이다. $\overline{AD}=30$ cm일 때, $\overline{CD}$의 길이를 구하여라.



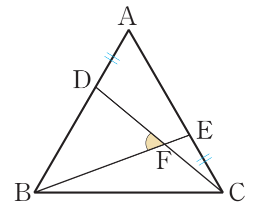
2 오른쪽 그림에서 $l /\!/ m$일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



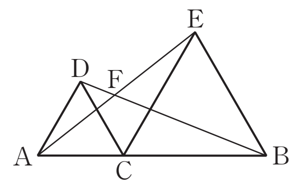
3 오른쪽 입체도형은 직육면체를 $\overline{BF}=\overline{CG}$가 되도록 잘라서 만든 사각기둥이다. $\overline{BC}$와 수직인 모서리의 개수를 a, $\overline{BC}$와 평행한 모서리의 개수를 b, $\overline{BC}$와 꼬인 위치에 있는 모서리의 개수를 c라고 할 때, $a+b-c$의 값을 구하여라.



4 오른쪽 그림에서 △ABC는 정삼각형이고, $\overline{AD}=\overline{CE}$일 때, ∠DFB의 크기를 구하여라.

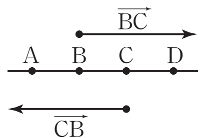


5 오른쪽 그림과 같이 선분 AB 위에 점 C를 잡아 $\overline{AC}$, $\overline{CB}$를 각각 한 변으로 하는 정삼각형 ACD와 CBE를 그렸다. 이때 △ACE≡△DCB임을 설명할 때 이용되는 삼각형의 합동조건을 말하여라.



1 목표| 직선, 반직선, 선분의 뜻을 알고 기호로 나타낼 수 있게 한다.

풀이| ④



답 ④

2 목표| 선분의 길이 사이의 관계를 알게 한다.

풀이| $\overline{AB}(=\overline{BC}=\overline{CD})=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times10=5(\text{cm})$

$\overline{BD}=2\overline{AB}=2\times5=10(\text{cm})$

답 ③

3 목표| 각의 크기 사이의 관계를 이용하여 주어진 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\angle COD=a$, $\angle DOE=b$로 놓으면

$3a+3b=180^\circ$, $\angle COE=a+b=60^\circ$

답 ④

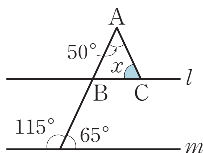
4 목표| 평행선의 성질을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\angle ABC=65^\circ$(동위각)

이므로 $\triangle ABC$에서

$50^\circ+65^\circ+\angle x=180^\circ$

$\angle x=65^\circ$



답 ④

5 목표| 평행선의 성질을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\angle ABC=70^\circ$

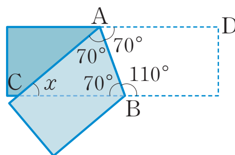
$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle DAB=\angle ABC$

$=70^\circ$(엇각)

$\angle BAC=\angle DAB=70^\circ$(접은 각)

$\triangle ABC$에서 $\angle x+70^\circ+70^\circ=180^\circ$, $\angle x=40^\circ$



답 ②

6 목표| 직선과 평면의 위치 관계를 알게 한다.

풀이| $l/\!/m$, $l\perp P$이면 $m\perp P$이다.

답 ④

7 목표| 공간에서 두 직선의 위치 관계를 알게 한다.

풀이| 모서리 CG, DH, AD, BC는 모서리 EF와 꼬인 위치에 있고, 모서리 EH는 모서리 EF와 한 점에서 만난다.

답 ④

8 목표| 삼각형의 합동조건을 이해하게 한다.

풀이| ① 대응하는 세 변의 길이가 각각 같으므로 합동이다.(SSS 합동)

② 대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같으므로 합동이다.(SAS 합동)

③ $\angle A$와 $\angle D$가 끼인각이 아니므로 합동이 아니다.

④ 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같으므로 합동이다.(ASA 합동)

⑤ 대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같으므로 합동이다.(SAS 합동)

답 ③

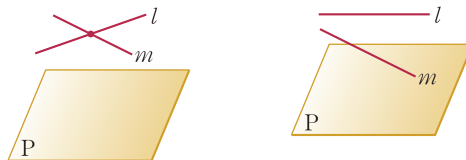
9 목표| 삼각형의 합동조건을 이해하고 합동이 아닌 삼각형을 찾을 수 있게 한다.

풀이| ⑤ 세 각의 크기만 같아 합동이 아닐 수도 있다.

답 ⑤

10 목표| 공간에서 두 직선의 위치 관계를 알게 한다.

풀이| 한 평면에 평행한 서로 다른 두 직선은 한 점에서 만날 수도 있고, 꼬인 위치에 있을 수도 있다.



답 풀이 참조

11 목표| 같은 크기의 각을 작도하는 과정을 통해 길이가 같은 선분을 찾을 수 있게 한다.

풀이| (1) 점 O를 중심으로 하는 원을 그려 반직선 OX, OY와 만나는 점이 각각 C, D이므로 $\overline{OC}$와 $\overline{OD}$의 길이는 같다.

또한 점 A를 중심으로 ❶에서 그린 원과 반지름의 길이가 같은 원을 그려 만나는 점이 F이므로 $\overline{AF}$의 길이도 $\overline{OC}$의 길이와 같다.

❷와 ❹가 만나는 점인 E와 점 A를 이었을 때 $\overline{AE}$의 길이도 $\overline{OC}$의 길이와 같다.

(2) 점 F를 중심으로 하고, $\overline{CD}$의 길이를 반지름으로 하는 원을 그려 ❷에서 그린 원과 만나는 점이 E이므로 $\overline{CD}$와 길이가 같은 선분은 $\overline{EF}$이다.

답 (1) $\overline{OD}$, $\overline{AE}$, $\overline{AF}$ (2) $\overline{EF}$

12 목표| 삼각형의 합동조건을 이해하고 이를 설명할 수 있게 한다.

풀이| △AOD와 △COB에서 $\overline{OA}=\overline{OC}$

$\overline{OB}=\overline{OA}+\overline{AB}=\overline{OC}+\overline{CD}=$ $\boxed{\overline{OD}}$

$\boxed{\angle O}$는 공통인 각이므로

△AOD≡△COB($\boxed{SAS}$ 합동)

답 $\overline{OD}$, ∠O, SAS

13 목표| 삼각형의 합동조건을 이해하고, 합동인 삼각형을 찾을 수 있게 한다.

풀이| △ABC는 정삼각형이고, $\overline{AD}=\overline{BE}=\overline{CF}$이므로 $\overline{DB}=\overline{EC}=\overline{FA}$ …㉠

또 ∠A=∠B=∠C이므로 △ADF, △BED, △CFE는 모두 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인 각의 크기가 같다. …㉡

따라서 △ADF와 합동인 삼각형은

△BED, △CFE이다. …㉢

답 △BED, △CFE

채점 기준

영역 \ 요소	채점 요소		배점
해결 과정	$\overline{DB}=\overline{EC}=\overline{FA}$임을 알기	㉠	3점
	삼각형이 합동이 되는 조건을 찾기	㉡	3점
답 구하기	△ADF와 합동인 삼각형 찾기	㉢	3점

14 목표| 합동인 삼각형을 찾고, 합동조건을 말할 수 있게 한다.

풀이| □ACFG가 정사각형이므로 $\overline{CA}=\overline{GA}$ …㉠

□ABED가 정사각형이므로 $\overline{AD}=\overline{AB}$ …㉡

∠CAD=∠BAD+∠BAC=90°+∠BAC,

∠GAB=∠GAC+∠BAC=90°+∠BAC

이므로 ∠CAD=∠GAB …㉢

따라서 △CAD≡△GAB(SAS 합동)이다. …㉣

답 △CAD≡△GAB(SAS 합동)

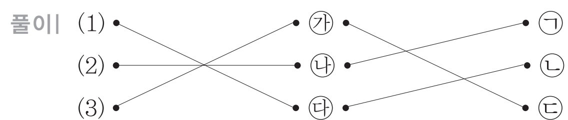
채점 기준

영역 \ 요소	채점 요소		배점
해결 과정	$\overline{CA}=\overline{GA}$임을 알기	㉠	2점
	$\overline{AD}=\overline{AB}$임을 알기	㉡	2점
	∠CAD=∠GAB임을 알기	㉢	3점
답 구하기	△CAD≡△GAB(SAS 합동)임을 알기	㉣	2점

하·수준

1 목표| 직선, 반직선, 선분의 뜻을 알고, 이들을 기호로 나타낼 수 있게 한다.

풀이|



답 풀이 참조

2 목표| 맞꼭지각의 성질을 이용하여 주어진 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) 맞꼭지각의 크기는 서로 같으므로

$\angle x=40°$

$40°+\angle y=180°$, $\angle y=140°$

(2) $\angle x+120°=180°$, $\angle x=60°$

$\angle y$는 $\angle x$의 맞꼭지각이므로 $\angle y=\angle x=60°$

답 (1) $\angle x=40°$, $\angle y=140°$ (2) $\angle x=60°$, $\angle y=60°$

3 목표| 동위각, 엇각, 맞꼭지각을 각각 찾을 수 있게 한다.

풀이| (1) $\angle e$ (2) $\angle e$ (3) $\angle d$ (4) $\angle g$

답 풀이 참조

4 목표| 한 평면에서 두 직선의 위치 관계를 알게 한다.

풀이| ⑤ 꼬인 위치는 공간에서 두 직선의 위치 관계이다.

답 ⑤

5 목표| 합동인 도형의 성질을 이용하여 대응하는 변의 길이와 대응하는 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| 세 꼭짓점 A, B, C에 대응하는 꼭짓점은 각각 점 D, E, F이다.

(3) $\overline{AC}=\overline{DF}$이므로 $\overline{DF}=5$ cm이다.

(4) ∠C=∠F=70°이므로

∠B=180°−(80°+70°)=30°

답 (1) 변 EF (2) ∠EDF (3) 5 cm (4) 30°

중·수준

1 목표| 반직선의 뜻을 알고, 기호로 나타낼 수 있게 한다.

풀이| $\overrightarrow{DB}$와 같은 반직선은 점 D에서 출발하여 점 B의 방향으로 뻗어 나가야 하므로 $\overrightarrow{DA}$이다.

답 ⑤

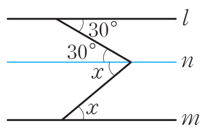
2 목표| 맞꼭지각의 성질을 이용하여 주어진 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) $\angle x+55°=90°$, $\angle x=35°$
(2) $\angle x=90°+40°$, $\angle x=130°$

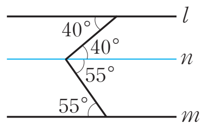
답 (1) 35° (2) 130°

3 목표| 평행선의 성질을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) 두 직선 l, m에 평행한 직선 n을 그으면 엇각의 크기가 같으므로
$30°+\angle x=70°$, $\angle x=40°$



(2) 두 직선 l, m에 평행한 직선 n을 그으면 엇각의 크기가 같으므로
$\angle x=40°+55°=95°$



답 (1) 40° (2) 95°

4 목표| 공간에서 두 직선의 위치 관계를 알게 한다.

풀이| ①, ②, ④, ⑤는 한 점에서 만난다.

답 ③

5 목표| 삼각형의 합동조건을 이해하게 한다.

풀이| $\overline{AC}=\overline{DF}$이면 △ABC≡△DEF(SSS 합동)
$\angle B=\angle E$이면 △ABC≡△DEF(SAS 합동)

답 $\overline{AC}=\overline{DF}$, $\angle B=\angle E$

상·수준

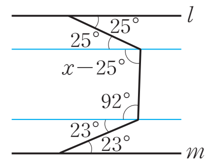
1 목표| 선분의 길이 사이의 관계를 알게 한다.

풀이| $\overline{AD}=3\overline{AB}=30$ cm이므로 $\overline{AB}=10$ cm
$\overline{BD}=4\overline{BC}=20$ cm이므로 $\overline{BC}=5$ cm
따라서 $\overline{CD}=3\overline{BC}=3\times5=15$(cm)이다.

답 15 cm

2 목표| 평행선의 성질을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| 두 직선 l, m에 평행한 직선을 그으면
$(\angle x-25°)+92°=180°$
$\angle x=180°-67°=113°$



답 113°

3 목표| 공간에서 두 직선의 위치 관계를 이용하여 주어진 식의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| $\overline{BC}$와 수직인 모서리는 $\overline{BF}$, $\overline{CG}$, $\overline{AB}$, $\overline{CD}$의 4개이므로 $a=4$
$\overline{BC}$와 평행한 모서리는 $\overline{AD}$, $\overline{FG}$, $\overline{EH}$의 3개이므로 $b=3$
$\overline{BC}$와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{EF}$, $\overline{HG}$, $\overline{AE}$, $\overline{DH}$의 4개이므로 $c=4$
따라서 $a+b-c=4+3-4=3$이다.

답 3

4 목표| 삼각형의 합동조건을 이해하고, 합동인 도형의 성질을 이용하여 주어진 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| △ADC와 △CEB에서
$\overline{AD}=\overline{CE}$, $\overline{AC}=\overline{CB}$, $\angle DAC=\angle ECB=60°$
따라서 △ADC≡△CEB(SAS 합동)이다.
$\angle ACD=\angle CBE=a$, $\angle ADC=\angle CEB=b$라고 하면 △ADC에서
$\angle ACD+\angle ADC=a+b=180°-60°=120°$
△CEF에서 $\angle EFC=180°-(a+b)=60°$
따라서 $\angle DFB=\angle EFC=60°$이다.

답 60°

5 목표| 합동인 삼각형에 이용된 삼각형의 합동조건을 찾을 수 있게 한다.

풀이| △ACE와 △DCB에서 △ACD, △CBE가 정삼각형이므로
$\overline{AC}=\overline{DC}$, $\overline{CE}=\overline{CB}$
$\angle ACE=60°+\angle DCE=\angle DCB$
따라서 △ACE≡△DCB(SAS 합동)이다.

답 대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같다.(SAS 합동)

실로 방울 만들기

굵은 실과 가위를 준비하여 다음과 같은 순서에 따라 방울을 만들어 보아라.

① 실을 약 3 m 정도의 길이가 되도록 자른 후 실의 양 끝을 잡고 반으로 접는다.
② 길이가 같도록 반복하여 반으로 접다가 적당한 길이가 되면 중간 부분을 실로 묶는다.
③ 양 끝의 연결된 부분을 자른 후 방울 모양이 되도록 다듬는다.








수행 과제 ● 1. 실을 몇 번 접어서 방울로 만들었는지 알아보고, 방울은 몇 개의 실 조각으로 이루어져 있는지 알아보자.

수행 과제 ●

1.

접은 횟수	실의 개수
1	2
2	2^2
3	2^3
4	2^4
5	2^5
6	2^6

곡학아세(曲學阿世)와 3대 작도 문제

곡학아세는 학문을 굽히어 세속에 아첨한다는 뜻으로 정도를 벗어난 학문으로 세상 사람에게 아첨함을 이르는 말이다.

한(漢)나라 6대 황제인 경제(景帝)는 즉위하자마자 천하에 널리 어진 선비를 찾다가 산동(山東)에 사는 원고생(轅固生)이라는 사람을 등용하기로 했다. 그는 당시 90세의 고령이었으나 직언을 잘하는 대쪽 같은 선비로도 유명했다. 그래서 사이비(似而非) 학자들은 원고생을 비방하는 상소를 올려 그의 등용을 극력 반대했으나 경제는 끝내 듣지 않았다. 당시 원고생과 함께 등용된 젊은 학자가 있었는데, 그 역시 산동 사람으로 이름은 공손홍(公孫弘)이라고 했다. 공손홍은 원고생을 늙은이라고 깔보고 무시했지만 원고생은 전혀 개의치 않고 공손홍에게 이렇게 말했다.

"지금 학문의 정도가 어지러워져서 속설이 유행하고 있네. 이대로 내버려 두면 유서 깊은 학문의 전통은 결국 사설(邪說)로 인해 그 본연의 모습을 잃고 말 것일세. 자네는 젊은데다가 학문을 좋아하는 선비란 말을 들었네. 그러니 부디 올바른 학문을 열심히 닦아서 세상에 널리 전파해 주기 바라네. 결코 자신이 믿는 '학문을 굽히어(曲學) 세상 속물들에게 아첨하는 일(阿世)'이 있어서는 안 되네."

원고생의 말이 끝나자 공손홍은 몸 둘 바를 몰랐다. 절조를 굽히지 않는 고매한 인격과 학식이 높은 원고생과 같은 눈앞의 태산북두(泰山北斗)를 보지 못한 자신이 부끄러웠기 때문이다. 공손홍은 당장 지난날의 무례를 사죄하고 원고생의 제자가 되었다고 한다.

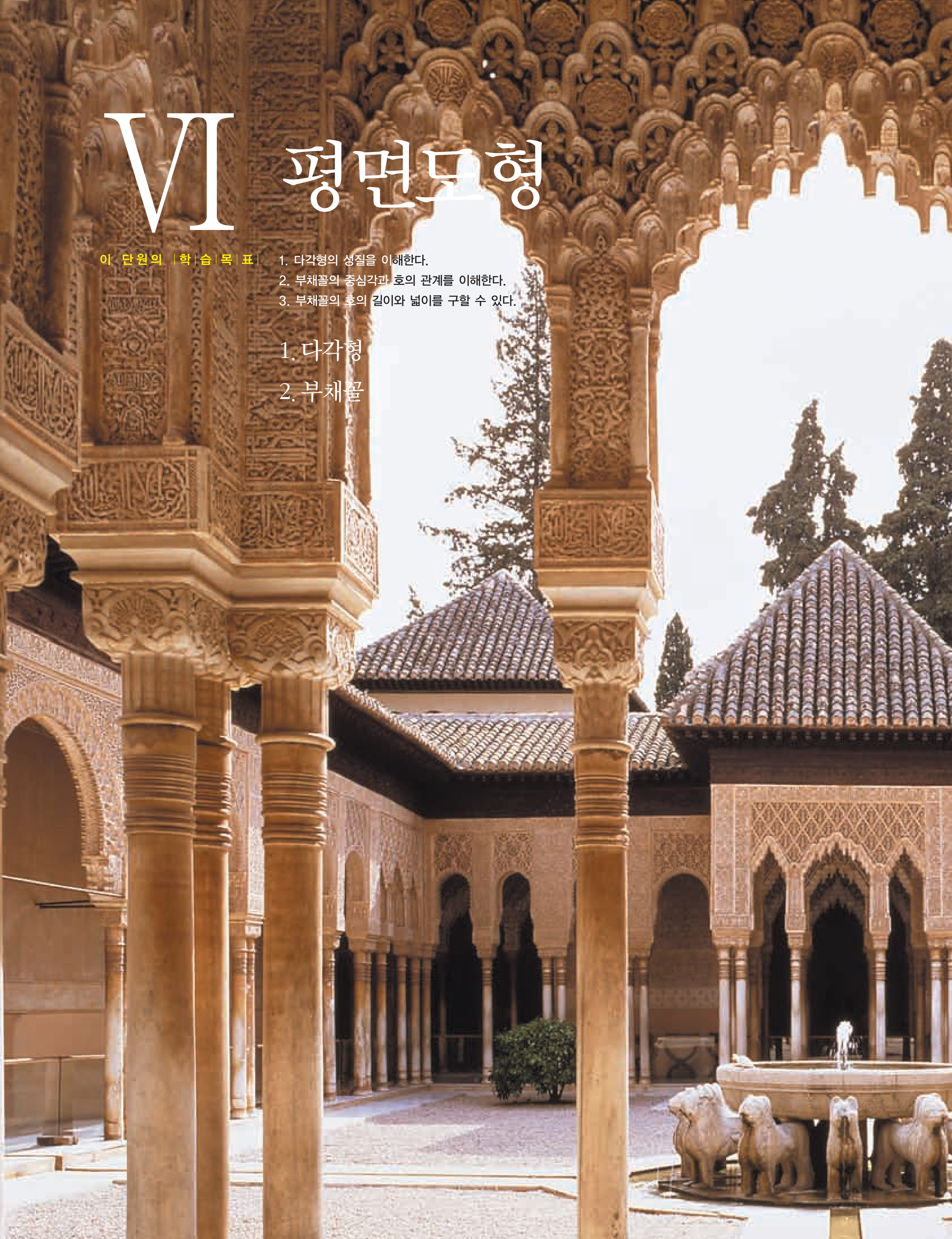
수학의 역사에서도 일단의 학자들이 정도를 벗어난 학문으로 세상 사람들에게 아첨하던 시절이 있었는데, 그런 이야기는 고대 그리스에서 시작된다. 고대 그리스인들은 선천적으로 아름다움에 집착하는 성격이 있었고, 철학적 탐구에 대한 지적 경향이 뚜렷했으며 특권 계급들은 연역과 추상화를 선호했다.

그리스 인들이 정치와 학문에 전념하면서 '소피스트'라고 불리는 직업적인 교직자들이 등장했다. 처음에 이들은 '현명한 사람들'로 일컬어졌지만 점차 다른 소피스트를 이기기 위한 변론술을 주로 따지게 되면서 '궤변가'로 불리게 되었다.

소피스트들이 가장 큰 관심을 기울였던 것은 삼대 작도 문제로, 눈금 없는 자와 컴퍼스만을 가지고 임의의 각을 삼등분하는 것, 원과 같은 면적을 가지는 정사각형을 작도하는 것, 그리고 정육면체 부피의 두 배인 정육면체를 작도하는 것이었다. 고대의 연금술사들이 금을 만들기 위하여 여러 실험을 하면서 그 결과로 화학이 발전했듯이, 3대 작도 문제를 해결하기 위한 노력이 수학을 상당히 발전시키게 되었다.

비록 소피스트들이 수학을 포함한 고대 그리스의 학문을 곡학아세하였지만 3대 작도 문제를 해결하기 위한 그들의 부단한 노력은 수학을 보다 높은 수준으로 올려놓았다. 따라서 수학의 입장에서 소피스트들은 단순한 궤변론자가 아닌 학문에 대한 뛰어난 평론가였다. 다만 학문에 대한 그들의 비논리적인 전개와 억지로 역설을 만들려는 삐뚤어진 시각은 오히려 학문의 발전을 저해하는 요인이기도 했다. 그러나 나중에는 그들의 잘못된 주장을 바로잡기 위하여 논리적인 과정이 더욱 강조되는 결과를 낳았다.

곡학아세(曲學阿世) 曲(굽을 곡), 學(배울 학), 阿(언덕 아), 世(인간 세)



VI 평면도형

이 단원의 학습목표

1. 다각형의 성질을 이해한다.
2. 부채꼴의 중심각과 호의 관계를 이해한다.
3. 부채꼴의 호의 길이와 넓이를 구할 수 있다.



유적지의 오래된 건물 벽을 살펴보면 평면도형을 반복적으로 사용하여 아름다운 문양을 만든 것을 쉽게 볼 수 있다. 그중 가장 대표적인 것은 스페인 그라나다의 무어 왕조의 요새인 알람브라 궁전이다. 이 궁전은 1238년부터 1358년까지 약 120년에 걸쳐 세워졌으며, 도형과 도형 사이의 관계를 잘 이용하여 만든 문양은 신비로운 느낌을 준다.

아랍어로 '붉은 성'이란 뜻인 알람브라 궁전은 공간과 빛, 물과 장식이 신비롭게 조화된 건물로 이슬람 건축의 최고 걸작으로 평가된다. 종유석 모양의 장식인 모카라베, 덩굴무늬와 기하학적 무늬가 융합된 아라베스크에서 이러한 모습을 볼 수 있다. 평면도형의 성질을 잘 이해하면 알람브라 궁전과 같은 아름다운 건축물의 매력을 한층 더 깊이 느낄 수 있다.

단원을 시작하기 전에

평면도형은 2차원 공간, 즉 평면 위에 있는 도형으로 직선과 곡선뿐만 아니라 다각형과 원 등이 있다. 이번 단원에서는 다각형, 원과 부채꼴의 성질에 대하여 지도한다.

단원의 지도 목표

1. 다각형

① 다각형의 성질을 이해하게 한다.
② 삼각형의 내각과 외각 사이의 관계를 이해하게 한다.
③ 다각형의 내각과 외각의 크기의 합을 구할 수 있게 한다.

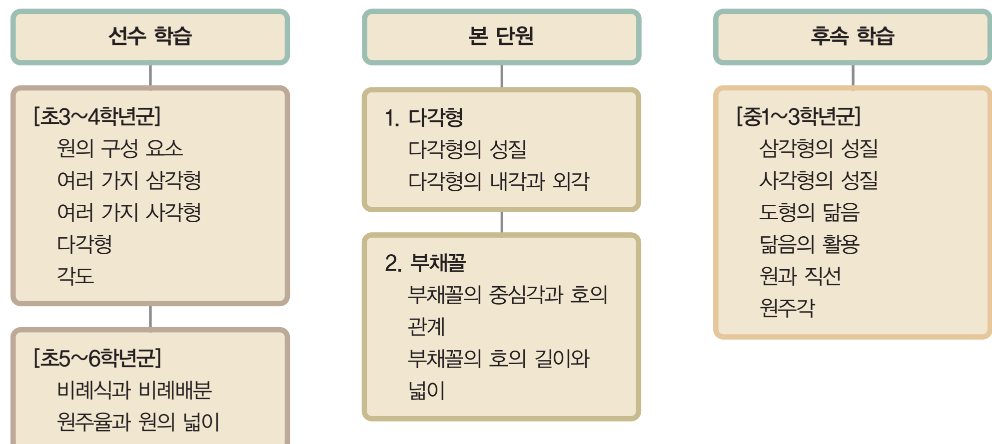
2. 부채꼴

① 원과 부채꼴에 관한 여러 가지 용어의 뜻을 알게 한다.
② 부채꼴의 중심각과 호의 관계를 이해하게 한다.
③ 원주와 원의 넓이를 구할 수 있게 한다.
④ 부채꼴의 호의 길이와 넓이를 구할 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

① 다각형은 그 모양이 볼록인 경우만 다룬다.
② 다각형의 성질에서는 대각선의 개수, 내각과 외각의 크기의 합을 다룬다.
③ 공학적 도구나 다양한 교구를 활용하여 도형의 성질을 추론할 수 있게 한다.
④ 도형의 성질을 이해하고 설명하는 활동은 학생의 수준에 따라 달리할 수 있다.

교수 · 학습의 계열



단원의 차시별 지도 계획

중단원	소단원	차시	교과서(쪽)	지도 내용	용어와 기호
단원의 개관			236~237	• 단원의 개관	
1. 다각형	준비 학습		238	• 다각형과 대각선 • 삼각형과 사각형의 각의 크기의 합 • 정다각형	
	1-1 다각형의 성질	1~3	239~242	• 다각형의 뜻과 성질 • 다각형의 대각선의 개수	내각, 외각
	1-2 다각형의 내각과 외각	4~8	243~250	• 삼각형의 내각의 크기의 합 • 삼각형의 내각과 외각 사이의 관계 • 다각형의 내각의 크기의 합 • 정다각형의 한 내각의 크기 • 다각형의 외각의 크기의 합 • 정다각형의 한 외각의 크기	
	수준별 학습	9	251~253	• 중단원 확인 학습 문제	
2. 부채꼴	준비 학습		254	• 비례식 • 원의 둘레의 길이 • 원의 넓이	
	2-1 부채꼴의 중심각과 호의 관계	10~12	255~258	• 현, 호, 활꼴, 부채꼴, 중심각의 뜻 • 부채꼴의 중심각과 호의 관계	현, 호, 활꼴, 부채꼴, 중심각, $\overset{\frown}{AB}$
	2-2 부채꼴의 호의 길이와 넓이	13~14	259~262	• 원주와 원의 넓이 • 부채꼴의 호의 길이와 넓이	π
	수준별 학습	15	263~265	• 중단원 확인 학습 문제	
단원 마무리		16~17	266~273	• 수행 과제 • 학습에 대한 자기 평가 • 대단원 핵심 한눈에 보기 • 만화로 보는 수학 이야기 • 대단원 평가 문제 • 수학 산책	

학습 지도 계획 수립 시 차시별 지도 계획을 바탕으로 학교의 실정이나 학생들의 학습 속도에 따라 적절히 조정할 수 있다.

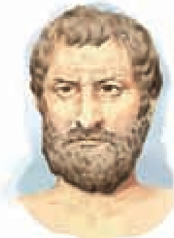
단원의 이론적 배경

1. 기하학의 발전

기하학은 인류의 역사와 더불어 시작되고 발전되었다고 볼 수 있다.

유클리드 기하학은 사물에 대한 인간의 직접적인 감각이나 지각, 경험에서부터 출발하였고, 이것들이 오랜 세월 동안 종합, 정리됨으로써 대상에 대한 성질이나 원리, 법칙 등이 발견되고 연역적으로 체계화되면서 하나의 학문으로 발전하였다.

특히 탈레스(Thales: ? B.C. 624～? B.C. 546) 이전의 기하학은 자연계에서 일어나는 여러 가지 사실들을 구체적인 사물의 모양(shape)과 견주어 파악하거나 직관에 의한 그림을 보고 개념화하였다.


탈레스

또 유사한 모양들을 종합하여 그들 사이에 존재하는 공통적인 개념을 추출, 추상화함으로써 이상화된 도형(figure)으로 발전시켰다.

한편 이집트의 나일 강의 범람은 측량 기술을 발전시켰다. 기하학(geometry)의 어원이 '토지(geo)'를 '잰다(metry)'는 데서 비롯된 것도 이 때문이다.

이집트와 바빌로니아의 수학은 논리적 증명이 뒤따르지 않은 수학으로 생활상의 문제를 경우에 알맞게 처리한 것에 지나지 않았으나 그리스의 탈레스 이후로는 논증이 시작되었다.

피타고라스(Pythagoras: ? B.C. 569～? B.C. 475), 플라톤(Platon: B.C. 427～B.C. 347) 등 여러 수학자들에 의해 새로운 사실들이 논증되었으며 이러한 논증들을 유클리드(Euclid: ? B.C. 325～? B.C. 265)가 하나의 체계를 갖추어 만들어 낸 것이 13권으로 이루어진 "원론(Elements)"이다. 이 원론은 성서 다음으로 가장 많이 읽혀져 내려왔으며 그 가치는 대단히 높이 평가되었다.


유클리드

유클리드는 이 책에서 23개의 정의, 5개의 공준(公準, postulate), 5개의 공통 개념(common notion)을 근거로 엄밀한 연역적 추론에 의하여 465개의 명제들을 증명하였다. 공준은 기하학적인 내용을 가진 것이고, 공통 개념은 일반적으로 통하는 내용이다. 이것은 모든 명제를 증명할 때 근거가 되는 것으로 오늘날 공리(公理, axiom)라고 말하는 것이다.

유클리드는 이와 같은 정의, 공준, 공통 개념에만 근거를 두고 기하학의 모든 명제를 연역적 추론에 의하여 유도해 나갔다. 또한 그는 기하학에 나오는 용어들을 계통적으로 분류하여 반드시 정의한 뒤에 사용하도록 하였다. 이러한 방법은 각 용어를 적절한 뜻으로 고정시켜 정리를 증명하는 과정에서 논리적 오류가 발생하지 않도록 하려는 데 그 목적이 있었다.

이후 여러 수학자들을 거쳐 17세기에 들어와서는 데카르트(Descartes, R.: 1596～1650)가 순서쌍으로 표현한 좌표를 생각하여 종래의 정적이고 종합적인 유클리드 기하학에 비하여 동적이고 분석적인 새로운 기하학, 즉 해석기하학을 창시하였다.


데카르트

한편 데자르그(Desargues, G.: 1591～1661)는 유클리드 기하학이나 해석기하학에 있는 양적인 성질을 전혀 고려하지 않고 사영과 절단의 새로운 조작에 의하

여 도형의 불변인 성질을 연구하는 사영기하학을 발전시켰다.

19세기에는 수많은 수학자들이 유클리드의 제5공준인 평행선의 공준, 즉 '평면 위에서 임의의 한 점을 지나고 주어진 직선에 평행인 직선은 존재하며, 단 한 개뿐이다.' 의 독립성에 대한 의심을 품고 4개의 공준으로써 이 평행선의 공준을 증명하려고 노력하였다. 그러나 모두 실패하고 결국 기하학의 성질은 그 성질을 다룬 공간 개념에 의존한다는 사실을 알게 되었다.

그 후 러시아의 로바쳅스키(Lobachevskii, N. I.: 1792～1856)와 헝가리의 보여이(Bolyai, J.: 1802～1860)는 각각 유클리드의 제5공준을 부정하여 '평면 위에서 임의의 한 점을 지나고 주어진 직선에 평행인 직선은 적어도 2개 존재한다.' 는 가설을 세우고 다른 4개의 공리는 그대로 채택함으로써 새로운 비유클리드 기하학을 창안하였다.

또한 리만(Riemann, G. F. B.: 1826～1866)도 유클리드의 제5공준을 부정하여 '직선 밖의 한 점을 지나면서 주어진 직선에 평행인 직선은 존재하지 않는다.' 는 가정을 세우고 역시 새로운 비유클리드 기하학을 만들었다.


힐베르트

현대의 기하학은 힐베르트(Hilbert, D.: 1862～1943)의 공리주의에서 시작되었다. 힐베르트는 공리를 자명한 사실이 아닌 하나의 가정이나 전제 또는 조건이 되는 규약으로 생각하고, 5개의 공리를 만들어 "기하학 기초론"을 출판하였다.

힐베르트의 공리계는 무정의 용어(점, 직선, 평면), 8개의 결합의 공리, 4개의 순서의 공리, 5개의 합동의 공리, 평행선의 공리, 연속의 공리로 되어 있고, 이것은 오늘날까지 가장 완전한 공리계로 취급되고 있다.

교수 · 학습 과정안 (기초)

대단원	Ⅵ. 평면도형	쪽수	교과서 246~247쪽
소단원	1. 다각형　1-2 다각형의 내각과 외각	차시	6/17
학습 목표	다각형의 내각의 크기의 합을 구할 수 있다.		

단계	학습 과정	교수 · 학습 활동	교수 · 학습상의 유의점
도입	선수 학습 확인 동기 유발 학습 목표 제시	⊃ 이전에 학습한 내용을 간단히 확인, 점검한다. ⊃ 다각형의 내각에 대하여 질문한다. ⊃ 학습 목표를 제시한다. • 다각형의 내각의 크기의 합을 구할 수 있다.	모둠 학습을 위한 소집단을 사전에 편성한다.
전개	탐구 활동 개념 학습 문제 해결	⊃ 창의력 기르기를 읽고, 탐구 활동을 모둠별로 해결하도록 한다. ⊃ 탐구 활동 결과를 발표하게 하고, 정답 확인 및 보충 설명을 한다. ⊃ 학습 내용 설명 **다각형의 내각의 크기의 합** 다음 그림과 같이 사각형, 오각형, 육각형은 한 꼭짓점에서 그은 대각선에 의하여 각각 2개, 3개, 4개의 삼각형으로 나누어진다. 이처럼 n각형은 한 꼭짓점에서 그은 대각선에 의하여 $(n-2)$개의 삼각형으로 나누어진다. 따라서 n각형의 내각의 크기의 합은 $180^\circ\times(n-2)$이다. **정다각형의 한 내각의 크기** 정n각형의 한 내각의 크기는 $\dfrac{180^\circ\times(n-2)}{n}$이다. ⊃ 문제 5, 6, 문제 해결 문제를 풀게 한다. 정답을 확인하고, 보충 설명을 한다.	삼각형의 내각의 크기의 합이 180°임을 이용하여 다각형의 내각의 크기의 합을 구할 수 있도록 지도한다.
정리 및 평가	학습 내용 정리 형성 평가 수준별 과제 차시 예고	⊃ 본시의 학습 내용을 정리한다. ⊃ 형성 평가 문제를 제시하여 성취 수준을 파악한다. ● 다음 표를 완성하여라. (표: 다각형 / 나누어지는 삼각형의 개수 / 내각의 크기의 합 — 오각형: 3, 540°; 팔각형: (빈칸), (빈칸); 십이각형: (빈칸), (빈칸)) 답 6, 1080°, 10, 1800° ⊃ 형성 평가 결과에 따라 수준별 학습지(기초, 기본)를 과제로 선택하도록 한다. ⊃ 다음 차시를 예고한다. • 다각형의 외각의 크기의 합에 대하여 알아본다.	

형성 평가 표:

다각형	나누어지는 삼각형의 개수	내각의 크기의 합
오각형	3	540°
팔각형		
십이각형		

수준별 학습지 (기초)

대단원	Ⅵ. 평면도형	쪽수	교과서 246~247쪽
소단원	1. 다각형 1-2 다각형의 내각과 외각	차시	6/17
( )학년 ( )반 ( )번 이름:			

1 다음은 십각형의 내각의 크기의 합을 구하는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 써넣어라.

> 십각형의 한 꼭짓점에서 대각선을 그으면 □개의 삼각형이 생긴다.
> 따라서 십각형의 내각의 크기의 합은 $180^\circ\times$□=□$^\circ$이다.

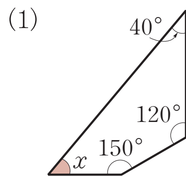
답 8, 8, 1440

2 십일각형의 내각의 크기의 합을 a°, 십오각형의 내각의 크기의 합을 b°라고 할 때, $b-a$의 값을 구하여라.

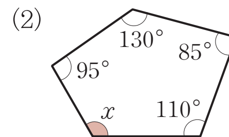
답 720

3 다음 그림에서 $\angle x$의 크기를 구하여라.

(1)



(2)



답 (1) 50° (2) 120°

4 다음 정다각형의 한 내각의 크기를 구하여라.

(1) 정구각형 (2) 정십각형

답 (1) 140° (2) 144°

교수 · 학습 과정안 (기본)

대단원		Ⅵ. 평면도형	쪽수	교과서 246~247쪽
소단원		1. 다각형　1-2 다각형의 내각과 외각	차시	6/17
학습 목표		다각형의 내각의 크기의 합을 구할 수 있다.		
단계	학습 과정	교수 · 학습 활동		교수 · 학습상의 유의점
도입	선수 학습 확인 동기 유발 학습 목표 제시	이전에 학습한 내용을 간단히 확인, 점검한다. 다각형의 내각에 대하여 질문한다. 학습 목표를 제시한다. • 다각형의 내각의 크기의 합을 구할 수 있다.		모둠 학습을 위한 소집단을 사전에 편성한다.
전개	탐구 활동 개념 학습 문제 해결	창의력 기르기를 읽고, 탐구 활동을 모둠별로 해결하도록 한다. 탐구 활동 결과를 발표하게 하고, 정답 확인 및 보충 설명을 한다. 학습 내용 설명 **다각형의 내각의 크기의 합** 다음 그림과 같이 사각형, 오각형, 육각형은 한 꼭짓점에서 그은 대각선에 의하여 각각 2개, 3개, 4개의 삼각형으로 나누어진다. 이처럼 n각형은 한 꼭짓점에서 그은 대각선에 의하여 $(n-2)$개의 삼각형으로 나누어진다. 따라서 n각형의 내각의 크기의 합은 $180^{\circ}\times(n-2)$이다. **정다각형의 한 내각의 크기** 정n각형의 한 내각의 크기는 $\frac{180^{\circ}\times(n-2)}{n}$이다. 문제 5, 6, 문제 해결 문제를 풀게 한다. 정답을 확인하고, 보충 설명을 한다.		삼각형의 내각의 크기의 합이 180°임을 이용하여 다각형의 내각의 크기의 합을 구할 수 있도록 지도한다.
정리 및 평가	학습 내용 정리 형성 평가 수준별 과제 차시 예고	본시의 학습 내용을 정리한다. 형성 평가 문제를 제시하여 성취 수준을 파악한다. ● 다음 그림에서 $\angle x$의 크기를 구하여라. (1) (그림: $2x$, $2x$, x, x)　(2) (그림: x, x, 140°, x, 100°) 답 (1) 60°　(2) 100° 형성 평가 결과에 따라 수준별 학습지(기초, 기본, 실력)를 과제로 선택하도록 한다. 다음 차시를 예고한다. • 다각형의 외각의 크기의 합에 대하여 알아본다.		

수준별 학습지 (기본)

대단원	Ⅵ. 평면도형	쪽수	교과서 246~247쪽
소단원	1. 다각형 1-2 다각형의 내각과 외각	차시	6/17
( )학년 ( )반 ( )번 이름:			

1 내각의 크기의 합이 $1800°$인 다각형의 이름을 말하여라.

답 십이각형

2 오른쪽 그림에서 $\angle x$의 크기를 구하여라.

$x+10°$
$145°$
$x+20°$
$125°$
x
$120°$

답 $100°$

3 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수가 7개인 다각형의 내각의 크기의 합을 구하여라.

답 $1440°$

4 오른쪽 그림과 같이 점 A를 중심으로 정삼각형, 정사각형, 정육각형이 모여 있다. 이때 $\angle x$의 크기를 구하여라.

x
A

답 $90°$

교수 · 학습 과정안 (실력)

대단원	Ⅵ. 평면도형	쪽수	교과서 246~247쪽
소단원	1. 다각형　1-2 다각형의 내각과 외각	차시	6/17
학습 목표	다각형의 내각의 크기의 합을 구할 수 있다.		

단계	학습 과정	교수 · 학습 활동	교수 · 학습상의 유의점
도입	선수 학습 확인 동기 유발 학습 목표 제시	◐ 이전에 학습한 내용을 간단히 확인, 점검한다. ◐ 다각형의 내각에 대하여 질문한다. ◐ 학습 목표를 제시한다. • 다각형의 내각의 크기의 합을 구할 수 있다.	모둠 학습을 위한 소집단을 사전에 편성한다.
전개	탐구 활동 개념 학습 문제 해결	◐ 창의력 기르기를 읽고, 탐구 활동을 모둠별로 해결하도록 한다. ◐ 탐구 활동 결과를 발표하게 하고, 정답 확인 및 보충 설명을 한다. ◐ 학습 내용 설명 **다각형의 내각의 크기의 합** 다음 그림과 같이 사각형, 오각형, 육각형은 한 꼭짓점에서 그은 대각선에 의하여 각각 2개, 3개, 4개의 삼각형으로 나누어진다. 이처럼 n각형은 한 꼭짓점에서 그은 대각선에 의하여 $(n-2)$개의 삼각형으로 나누어진다. 따라서 n각형의 내각의 크기의 합은 $180^\circ \times (n-2)$이다. **정다각형의 한 내각의 크기** 정n각형의 한 내각의 크기는 $\frac{180^\circ \times (n-2)}{n}$이다. ◐ 문제 5, 6, 문제 해결 문제를 풀게 한다. 정답을 확인하고, 보충 설명을 한다.	삼각형의 내각의 크기의 합이 180°임을 이용하여 다각형의 내각의 크기의 합을 구할 수 있도록 지도한다.
정리 및 평가	학습 내용 정리 형성 평가 수준별 과제 차시 예고	◐ 본시의 학습 내용을 정리한다. ◐ 형성 평가 문제를 제시하여 성취 수준을 파악한다. ● 내각의 크기의 합이 다음과 같은 정다각형의 한 내각의 크기를 구하여라. (1) 1800°　　(2) 3240° 답 (1) 150°　(2) 162° ◐ 형성 평가 결과에 따라 수준별 학습지(기본, 실력)를 과제로 선택하도록 한다. ◐ 다음 차시를 예고한다. • 다각형의 외각의 크기의 합에 대하여 알아본다.	

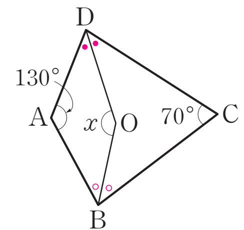
수준별 학습지 (실력)

대단원	Ⅵ. 평면도형	쪽수	교과서 246~247쪽
소단원	1. 다각형 1-2 다각형의 내각과 외각	차시	6/17
(　　)학년 (　　)반 (　　)번 이름:			

1 내각의 크기의 합이 1260°인 다각형의 대각선의 총수를 구하여라.

답 27개

2 오른쪽 그림과 같은 사각형 ABCD에서 ∠B와 ∠D의 이등분선의 교점을 O라고 할 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



답 150°

3 대각선의 총수가 20개인 정다각형의 한 내각의 크기를 구하여라.

답 135°

4 한 내각의 크기가 144°인 정다각형의 대각선의 총수를 구하여라.

답 35개

1 다각형

중단원을 시작하며

이번 중단원에서는 다음 내용을 지도한다.

① 다각형의 성질을 이해하게 한다.
② 삼각형의 내각과 외각 사이의 관계를 이해하게 한다.
③ 다각형의 내각의 크기의 합을 구할 수 있게 한다.
④ 다각형의 외각의 크기의 합을 구할 수 있게 한다.

중단원의 구성

소단원명	지도 내용
1-1 다각형의 성질	다각형의 뜻과 성질
	다각형의 대각선의 개수
1-2 다각형의 내각과 외각	삼각형 내각의 크기의 합
	삼각형의 내각과 외각 사이의 관계
	다각형의 내각의 크기의 합
	정다각형의 한 내각의 크기
	다각형의 외각의 크기의 합
	정다각형의 한 외각의 크기
수준별 학습	중단원 확인 학습 문제

교과서 238 쪽

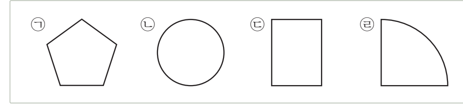
1 다각형



준 | 비 | 학 | 습

다각형과 대각선
- 다각형: 선분으로만 둘러싸인 평면도형
- 대각선: 다각형에서 서로 이웃하지 않은 두 꼭짓점을 이은 선분

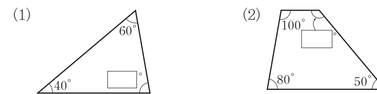
1 다음 그림을 보고, 물음에 답하여라.



(1) 다각형을 모두 찾아라.
(2) 다각형인 그림에 대각선을 모두 그려라.

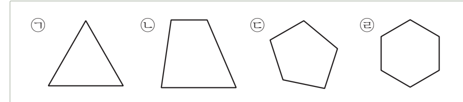
삼각형과 사각형의 각의 크기의 합
- 삼각형의 세 각의 크기의 합은 180°이다.
- 사각형의 네 각의 크기의 합은 360°이다.

2 다음 다각형에서 □ 안에 알맞은 수를 써넣어라.



정다각형
변의 길이가 모두 같고, 각의 크기가 모두 같은 다각형을 정다각형이라고 한다.

3 다음 그림에서 정다각형을 모두 찾고, 그것의 이름을 말하여라.



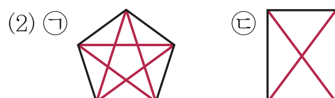
준비 학습의 해설

1

목표| 주어진 도형을 보고, 다각형을 구별하고 대각선을 그릴 수 있게 한다.

풀이| (1) 다각형은 선분으로만 둘러싸인 평면도형이므로 ㉠, ㉢이다.

(2) ㉠ ㉢



2

목표| 삼각형과 사각형의 각의 크기의 합을 이용하여 주어진 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) 삼각형의 세 각의 크기의 합은 180°이므로

$60^\circ+40^\circ+\square^\circ=180^\circ$, $\square^\circ=80^\circ$

따라서 □=**80**이다.

(2) 사각형의 네 각의 크기의 합은 360°이므로

$100^\circ+80^\circ+50^\circ+\square^\circ=360^\circ$, $\square^\circ=130^\circ$

따라서 □=**130**이다.

3

목표| 주어진 도형에서 정다각형을 찾아 이름을 말할 수 있게 한다.

풀이| ㉠ **정삼각형** ㉣ **정육각형**

교과서 239 쪽

1-1 다각형의 성질

● 다각형의 성질을 이해한다.

다각형이란 무엇인가?

창의력 기르기

모자이크

모자이크는 여러 가지 색깔의 돌이나 유리, 금속, 조개껍데기, 타일 따위를 조각조각 붙여서 무늬나 그림 모양을 표현하는 기법이다. 바닥이나 벽면, 표면 등을 장식하는 데 이용되는 이 기법은 조각들을 잘게 부수어 짜 맞출수록 자연스럽고 사실적인 표현이 가능해진다.

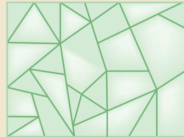


탐구 활동

오른쪽 그림을 보고, 다음 물음에 답하여 보자.

1 그림에서 찾을 수 있는 다각형을 모두 말하여 보자.

2 1에서 찾은 다각형의 선분과 각의 개수를 각각 말하여 보자.



● 다각형이라고 할 때에는 오른쪽 그림과 같이 오목한 것은 생각하지 않기로 한다.

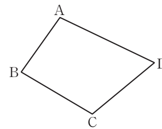


❶ [illegible]분으로만 둘러싸인 평면도형을 다각형이라고 함을 초등학교에서 배웠다. [illegible]선분의 개수가 3개, 4개, 5개, …인 다각형을 각각 삼각형, 사각형, 오각[illegible]…이라 하고, 선분의 개수가 n개인 다각형을 n각형이라고 한다.

다각형은 보통 꼭짓점의 기호를 차례로 써서 나타낸다. 예를 들어 오른쪽 그림과 같이 4개의 선분으로 둘러싸인 도형이면

사각형 ABCD

와 같이 나타낸다.



1-1 다각형의 성질

소단원 지도 목표

① 다각형에 관한 여러 가지 용어의 뜻을 알게 한다.
② 다각형의 성질을 이해하게 한다.
③ 다각형의 대각선의 개수를 구할 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 생활 주변에서 다각형을 찾아 관찰함으로써 여러 가지 다각형의 성질을 이해하게 하며, 다각형은 그 모양이 볼록인 경우만 다룬다.

2. 대각선을 직접 그어 보면서 규칙을 발견하여 n각형의 대각선의 총수에 대한 식을 나타낼 수 있도록 지도한다.

새로 나온 용어와 기호

• 내각(內角, interior angle)
• 외각(外角, exterior angle)

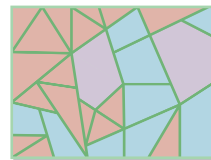
창의력 기르기 참/고/자/료

모자이크(mosaic)는 조각무늬 그림 또는 짜맞추기라는 말로 순화하여 부르기도 한다. 이것은 돌, 타일, 유리, 조개껍데기, 나무 등으로 건축물의 마루나 벽면, 혹은 공예품을 장식하는 데 예로부터 흔히 사용되는 방법이다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 우리 생활 주변에서 선분으로 둘러싸인 도형을 찾아봄으로써 다각형의 뜻을 알게 하려는 것이다.

1.



그림에서 찾을 수 있는 다각형은 **삼각형**, **사각형**, **오각형**이다.

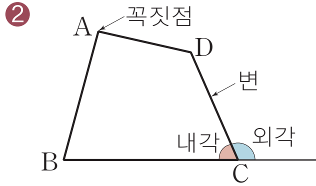
2. • 삼각형: 선분의 개수는 **3개**, 각의 개수는 **3개**
• 사각형: 선분의 개수는 **4개**, 각의 개수는 **4개**
• 오각형: 선분의 개수는 **5개**, 각의 개수는 **5개**

본문 해설

❶ 여러 개의 선분으로 이루어진 도형을 다각형(polygon)이라고 하며, 선분의 개수에 따라서 도형의 이름이 결정된다. 이때 선분의 개수는 각의 개수와 같으므로 n개의 선분으로 이루어진 도형을 n각형이라고 한다.

본문 해설

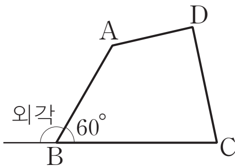
❶ 내각은 다각형의 꼭짓점에서 두 변, 즉 하나의 변과 이웃하는 변으로 만들어지는 각 중에서 그 도형의 내부에 있는 각이다.

❷ 

다각형의 한 꼭짓점에서 내각의 크기와 외각의 크기를 더하면 평각이 되므로 (내각의 크기)+(외각의 크기)$=180^\circ$이다.

목표| 사각형에서 한 내각의 외각을 그리고, 그 크기를 구할 수 있게 한다.

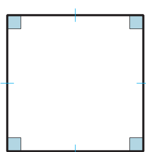
풀이| $\angle$B의 외각은 다음 그림과 같다.

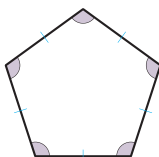


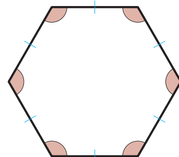
$\angle$B의 외각의 크기는 $180^\circ-60^\circ=$**120°**이다.

본문 해설

❸ 정다각형은 모든 변의 길이가 같고 모든 내각의 크기도 같은 다각형이므로 이 두 가지 조건 중에서 어느 한 조건이라도 만족하지 않으면 정다각형이 아니다.


정사각형

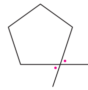

정오각형


정육각형

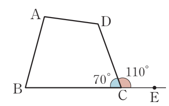
교과서 240 쪽

● 내각, 외각에서 '내(內)'는 '안쪽', '외(外)'는 '바깥쪽'이라는 뜻이다.

● 한 내각에 대한 외각은 2개이지만 두 외각은 서로 맞꼭지각이므로 그 크기가 같다. 따라서 외각은 하나만 생각한다.

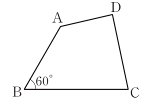


❶ 형에서 각 선분을 다각형의 변, 변과 변이 만나는 다각형의 꼭짓점, 이웃하는 두 변으로 이루어진 각을 형의 각 또는 **내각**이라고 한다.



❷ 각형의 한 꼭짓점에서 한 변과 그 변에 이웃한 변 장선이 이루는 각을 그 내각의 **외각**이라고 한다.

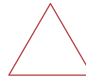
보기 오른쪽 사각형 ABCD의 한 내각인 $\angle$DCB의 외각은 $\angle$DCE이다. 또 $\angle$DCB$=70^\circ$이므로 $\angle$DCE$=110^\circ$이다.



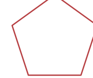
문제 | 오른쪽 사각형 ABCD에서 $\angle$B의 외각을 그리고, 그 크기를 구하여라.

A D B 60° C

❸ 변의 길이와 모든 내각의 크기가 각각 같은 다각형을 정다각형이라 하고, 개수에 따라 정삼각형, 정사각형, 정오각형, $\cdots$, 정n각형이라고 한다.


정삼각형


정사각형


정오각형


의사소통 우리 주변에서 볼 수 있는 정오각형, 정육각형, 정팔각형 모양을 찾아서 말하여 보자.

의/사/소/통

|출제 의도| 실생활에서 정다각형을 찾아봄으로써 정다각형의 뜻을 알도록 하기 위한 문제이다.

풀이|
- 펜타곤: 미국 국방부 건물인 펜타곤은 정오각형 모양의 터에 세워져 있다.
- 축구 골네트: 최근 지어진 축구 골대의 그물은 대부분 정육각형으로 짜여 있다.
- 벌집: 벌집은 정육각형 모양의 방들로 이루어져 있다.
- 장기짝: 장기짝의 글자가 쓰여 있는 면은 정팔각형이다.
- 팔각정: 팔각정의 지붕은 정팔각형 모양이다.
- 구절판: 구절판의 테두리는 정팔각형 모양이다.

다각형의 대각선의 개수를 구할 수 있는가?

창의력 기르기

악수

악수는 두 사람이 손을 맞잡은 후에 그 손을 위아래로 가볍게 흔드는 일로 대개 만날 때, 헤어질 때, 축하할 때, 합의를 이끌어 냈을 때 한다.



오늘날의 악수는 선의를 보이기 위한 것이지만, 처음에는 무기를 손에 쥐고 있지 않다는 것을 보이기 위해 시작되었다고 한다.

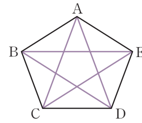
탐 구 활 동

오른쪽 그림과 같이 5명의 학생 A, B, C, D, E가 둥글게 손을 잡고 서 있다. 서로 잡았던 손을 놓고 자신과 손을 잡지 않았던 사람들과 서로 한 번씩 악수를 한다고 할 때, 다음 물음에 답하여 보자.

1 5명의 학생이 서 있는 곳을 꼭짓점으로 하여 다각형을 그린다면 어떤 도형이 그려지겠는가?

2 학생들이 악수를 하는 총 횟수를 말하여 보자.

탐구 활동에서 5명의 학생 A, B, C, D, E가 서로 악수를 한 것을 오른쪽 그림과 같이 선으로 연결하면 오각[illegible]BCDE의 대각선으로 나타낼 수 있다.



다각형에서 대각선은 서로 이웃하지 않은 두 꼭짓점을 이은 선분을 말한다.

❶ [illegible]형 ABCDE의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각[illegible] 개수는 $(5-3)$개이므로 5개의 꼭짓점에서 그을 수 있는 모든 대각선의 개수는 $5\times(5-3)=10$(개)이다.

그런데 꼭짓점 A에서 꼭짓점 C로 그은 대각선과 꼭짓점 C에서 꼭짓점 A로 그은 대각선은 같으므로 10개의 대각선은 한 대각선을 두 번씩 계산한 결과이다.

두 대각선 AC와 CA는 같다.

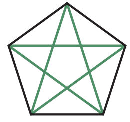
따라서 오각형의 대각선의 총수는 다음과 같다.

$$\frac{5\times(5-3)}{2}=5(\text{개})$$

이와 같이 생각하면 n각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 $(n-3)$개이다.

1. 오각형

2. 오른쪽 그림과 같이 오각형에서 그을 수 있는 대각선의 총수를 구하면 된다. 따라서 악수를 하는 횟수는 총 **5회**이다.



본문 해설

❶ 오각형의 대각선의 개수를 구하여 보자.

한 꼭짓점에서 그은 대각선의 개수는

$$5-3=2(\text{개})$$

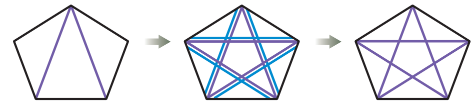
이고, 5개의 꼭짓점에서 대각선을 모두 그으면 그 개수는

$$5\times2=10(\text{개})$$

이다. 이때 다음 그림과 같이 중복되는 대각선이 생기므로 오각형의 대각선의 총수는

$$\frac{10}{2}=5(\text{개})$$

이다.



창의력 기르기 참/고/자/료

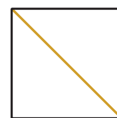
악수가 언제부터 시작되었는지는 확실하지 않지만 옛날 서양에서는 빈손을 내밀어 자신에게 무기가 없다는 것을 보여 줌으로써 상대방에게 우호적인 감정을 전달하였다고 한다. 인사, 감사, 친애, 화해의 뜻을 나타낼 때, 또 운동 경기에서 스포츠맨 정신을 다짐하는 표시로 평등과 신뢰감을 전달할 때 악수를 한다.

탐구 활동의 이해

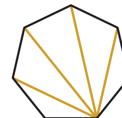
활동 목표 • 생활 주변에서 볼 수 있는 여러 가지 현상으로부터 수학적인 사실을 발견하고, 그 발견을 통해 대각선의 성질에 대하여 알게 하려는 것이다.

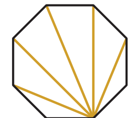
지/도/자/료

다음 그림과 같이 대각선을 직접 그어 봄으로써 다각형의 한 꼭짓점에서 그은 대각선의 개수의 특징을 이해하게 한다.


사각형


육각형


칠각형


팔각형

다각형	사각형	육각형	칠각형	팔각형
꼭짓점의 개수	4	6	7	8
한 꼭짓점에서 그은 대각선의 개수	1	3	4	5

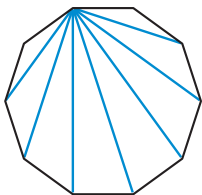
2

목표| 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수로 다각형의 이름을 알 수 있게 한다.

풀이| 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수가 7개인 다각형을 n각형이라고 하면

$n-3=7$, $n=10$

따라서 구하는 다각형은 **십각형**이다.



3

목표| 다각형의 대각선의 총수를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) $\frac{4\times(4-3)}{2}=\frac{4\times1}{2}=\mathbf{2}$**(개)**

(2) $\frac{6\times(6-3)}{2}=\frac{6\times3}{2}=\mathbf{9}$**(개)**

(3) $\frac{8\times(8-3)}{2}=\frac{8\times5}{2}=\mathbf{20}$**(개)**

(4) $\frac{12\times(12-3)}{2}=\frac{12\times9}{2}=\mathbf{54}$**(개)**

교과서 242 쪽

또한 n개의 꼭짓점에서 그을 수 있는 모든 대각선의 개수는 $n(n-3)$개이다. 이것은 한 대각선을 두 번씩 계산한 결과이므로 n각형의 대각선의 총수는 $\frac{n(n-3)}{2}$개임을 알 수 있다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

다각형의 대각선의 개수
(1) n각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 $(n-3)$개이다.
(2) n각형의 대각선의 총수는 $\frac{n(n-3)}{2}$개이다.

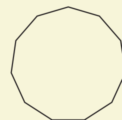
문제 2 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수가 7개인 다각형의 이름을 말하여라.

문제 3 다음 다각형의 대각선의 총수를 구하여라.
(1) 사각형 (2) 육각형
(3) 팔각형 (4) 십이각형

창의 UP



오른쪽 그림과 같은 정십일각형에서 길이가 서로 다른 대각선의 개수를 구하여라.

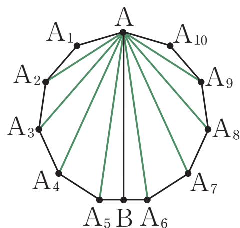


추론 n각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수가 $(n-3)$개인 이유를 설명하여 보자.

창의 UP

|출제 의도| 꼭짓점의 개수가 홀수일 때, 길이가 서로 다른 대각선의 개수는 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수의 반임을 알도록 하기 위한 문제이다.

풀이| 오른쪽 그림과 같이 정십일각형은 $\overline{AB}$를 기준으로 좌우 대칭이다. 따라서 길이가 서로 다른 대각선은 $\overline{AA_2}(=\overline{AA_9})$, $\overline{AA_3}(=\overline{AA_8})$, $\overline{AA_4}(=\overline{AA_7})$, $\overline{AA_5}(=\overline{AA_6})$의 **4개**이다.



추/론

|출제 의도| 단순히 n각형의 대각선의 개수를 구하는 공식을 암기하는 것이 아니라 그것을 구하는 방법을 이해하도록 하기 위한 문제이다.

풀이| 다각형에서 대각선은 서로 이웃하지 않는 두 꼭짓점을 이은 선분이다. 따라서 n각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 꼭짓점 자기 자신과 그 꼭짓점에서 이웃하는 두 꼭짓점을 제외해야 하므로 $(n-3)$개이다.

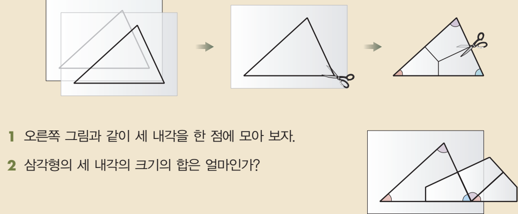
1-2 다각형의 내각과 외각

● 다각형의 내각과 외각의 크기의 합을 구할 수 있다.

삼각형의 내각의 크기의 합은 얼마인가?

탐구 활동 종이에 삼각형을 그린 다음 투명 종이를 대고 본을 뜬다. 투명 종이에 그려진 삼각형을 다음 그림과 같이 오려서 세 부분으로 나누고, 물음에 답하여 보자.

●준비물
종이, 투명 종이, 연필, 자, 가위



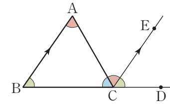
1 오른쪽 그림과 같이 세 내각을 한 점에 모아 보자.

2 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 얼마인가?

…각형의 세 내각의 크기의 합이 180°임을 초등학교에서 배웠다.

❶ … 평행선의 성질을 이용하여 삼각형의 세 내각의 크기의 합이 180°임을 확…여 보자.

오른쪽 그림과 같이 삼각형 ABC의 꼭짓점 C를 지나고 변 AB에 평행한 직선 CE를 그으면



$\overline{AB} /\!/ \overline{CE}$이므로
$\angle A = \angle ACE$ (엇각)
$\angle B = \angle ECD$ (동위각)

$$\angle A = \angle ACE,\ \ \angle B = \angle ECD$$

이므로

$$\begin{aligned}\angle A + \angle B + \angle C &= \angle ACE + \angle ECD + \angle ACB \\ &= \angle BCD \\ &= 180^\circ \text{ (평각)}\end{aligned}$$

이다.

따라서 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°임을 확인할 수 있다.

1-2 다각형의 내각과 외각

소단원 지도 목표

① 삼각형의 내각의 크기의 합을 구할 수 있게 한다.
② 삼각형의 내각과 외각 사이의 관계를 이해하게 한다.
③ 다각형의 내각의 크기의 합을 구할 수 있게 한다.
④ 정다각형의 한 내각의 크기를 구할 수 있게 한다.
⑤ 다각형의 외각의 크기의 합을 구할 수 있게 한다.
⑥ 정다각형의 한 외각의 크기를 구할 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

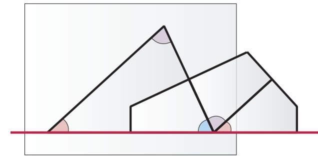
1. 삼각형의 내각의 크기의 합이 180°임을 이용하여 다각형의 내각의 크기의 합을 구할 수 있도록 지도한다.

2. 다각형에 따라 내각의 크기의 합은 다르지만 외각의 크기의 합은 항상 360°임을 비교하여 알게 한다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 삼각형의 세 내각을 한 점에 모아 삼각형의 세 내각의 크기의 합이 180°임을 직접 확인하게 하려는 것이다.
준비물 • 종이, 투명 종이, 연필, 자, 가위

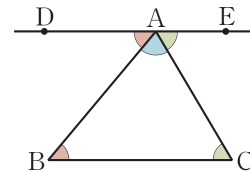
1. 나누어진 세 내각을 직접 한 점에 모아 본다.



2. 삼각형의 세 내각을 한 점에 모은 것이 일직선을 이루므로 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 **180°**이다.

본문 해설

❶ 삼각형의 세 내각의 크기의 합이 180°인 것을 다른 방법으로도 확인할 수 있다.
다음 그림과 같이 △ABC에서 꼭짓점 A를 지나 변 BC에 평행한 직선 DE를 그으면



$$\angle B = \angle BAD\text{(엇각)},\ \ \angle C = \angle CAE\text{(엇각)}$$

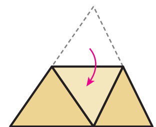
이므로 △ABC에서

$$\begin{aligned}\angle A + \angle B + \angle C &= \angle A + \angle BAD + \angle CAE \\ &= \angle DAE = 180^\circ\text{(평각)}\end{aligned}$$

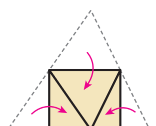
지/도/자/료

다음 그림과 같이 종이를 접어서 삼각형의 세 내각의 크기의 합이 180°임을 직접 확인할 수도 있다.

❶ 삼각형을 자른 후 한 꼭짓점이 밑변에 닿도록 접는다.



❷ 다른 두 꼭짓점도 접어서 한 곳에 모으면 세 내각의 크기의 합이 180°임을 알 수 있다.



교과서 244 쪽

문제 | 다음 그림에서 $\angle x$의 크기를 구하여라.

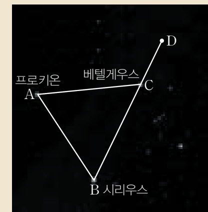
(1) (2)



삼각형의 내각과 외각 사이에는 어떤 관계가 있는가?

창의력 기르기 **별자리**

밤하늘에는 계절마다 각각 잘 보이는 별자리들이 있다. 특히 겨울에는 오리온자리의 베텔게우스, 큰개자리의 시리우스, 작은개자리의 프로키온이 거대한 삼각형을 이루며 빛나기 때문에 이것을 '겨울의 대삼각형'이라고 부른다. 또 이 별들은 겨울철 다른 별자리를 찾는 데 길잡이 역할을 한다.



탐구 활동 창의력 기르기의 그림에서 프로키온을 A, 시리우스를 B, 베텔게우스를 C라 하고 선분 BC의 연장선을 선분 CD라고 할 때, 다음 물음에 답하여 보자.

1 삼각형 ABC에서 세 내각의 크기의 합인 $\angle A+\angle B+\angle C$는 몇 도인가?

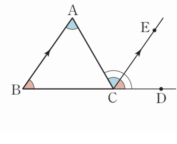
2 선분 BD 위에 있는 두 각의 크기의 합인 $\angle ACB+\angle ACD$는 몇 도인가?

3 $\angle A+\angle B$와 $\angle ACD$의 크기를 비교하여 보자.

오른쪽 그림과 같이 삼각형 ABC의 꼭짓점 C를 지나고 변 AB에 평행한 직선 CE를 그으면

$$\angle ACE+\angle ECD=\angle A+\angle B$$

❶ 따라서 $\angle C$의 외각의 크기는 다른 두 내각의 크기의 합인 $\angle A+\angle B$와 같음을 알 수 있다.



목표| 삼각형에서 두 내각의 크기가 주어졌을 때, 나머지 한 내각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

(1) $\angle x+64°+42°=180°$
따라서 $\angle x=\mathbf{74°}$이다.

(2) $\angle x+90°+50°=180°$
따라서 $\angle x=\mathbf{40°}$이다.

창의력 기르기 참/고/자/료

각 계절별로 길잡이 역할을 하는 별자리로는 '겨울의 대삼각형' 외에도 '봄의 대삼각형', '여름의 대삼각형', '가을의 대사각형'이 있다. 별자리에 관한 보다 많은 정보는 천문우주지식정보 홈페이지(http://astro.kasi.re.kr)에서 찾아볼 수 있다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 겨울의 대삼각형이라고 불리는 별자리에 그려진 삼각형에서 내각과 외각 사이의 관계를 이해하게 하려는 것이다.

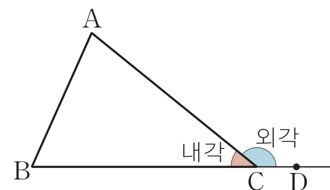
1. $\angle A+\angle B+\angle C$는 삼각형의 세 내각의 크기의 합이므로 **180°**이다.

2. $\angle ACB+\angle ACD$는 평각인 선분 BD 위에 있는 두 각의 크기의 합이므로 **180°**이다.

3. $\angle A+\angle B=180°-\angle ACB=\angle ACD$
즉, $\angle A+\angle B$와 $\angle ACD$의 크기는 **같다.**

본문 해설

❶ 다음 그림과 같이 삼각형 ABC의 변 BC의 연장선 위의 점을 D라고 할 때



삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$$\angle A+\angle B+\angle ACB=180°$$

이고, 다각형에서 서로 이웃하는 내각과 외각의 크기의 합은 180°이므로

$$\angle ACD+\angle ACB=180°$$

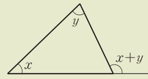
따라서 $\angle ACD=\angle A+\angle B$이다.
즉, 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

교과서 245 쪽

이상을 정리하면 다음과 같다.

삼각형의 내각과 외각 사이의 관계

삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

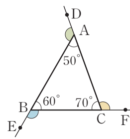


보기 오른쪽 그림의 삼각형 ABC에서 세 외각의 크기는

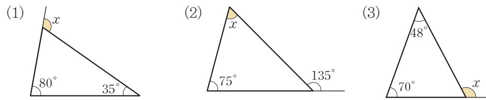
$\angle DAB=\angle B+\angle C=60^\circ+70^\circ=130^\circ$

$\angle EBC=\angle A+\angle C=50^\circ+70^\circ=120^\circ$

$\angle FCA=\angle A+\angle B=50^\circ+60^\circ=110^\circ$

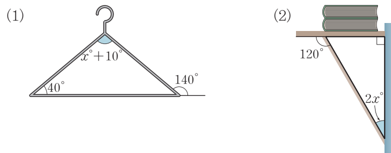


문제 2 다음 그림에서 $\angle x$의 크기를 구하여라.

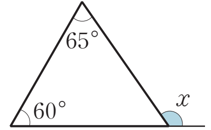


함께 만들어요 **문제 3** 문제 2와 같이 삼각형의 내각과 외각 사이의 관계에 대한 문제를 만들고, 풀어 보아라.

실생활 **문제 4** 다음 그림에서 x의 값을 구하여라.



예시| 오른쪽 그림에서 $\angle x$의 크기를 구하여라.



풀이| $\angle x=60^\circ+65^\circ=125^\circ$

4

목표| 삼각형의 내각과 외각 사이의 관계를 이용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| (1) $(x^\circ+10^\circ)+40^\circ=140^\circ$이므로

$x^\circ+50^\circ=140^\circ$

$x^\circ=140^\circ-50^\circ$

$x^\circ=90^\circ$

따라서 $x=\mathbf{90}$이다.

(2) $2x^\circ+90^\circ=120^\circ$이므로

$2x^\circ=120^\circ-90^\circ$

$2x^\circ=30^\circ$

$x^\circ=15^\circ$

따라서 $x=\mathbf{15}$이다.

2

목표| 삼각형의 내각과 외각 사이의 관계를 이용하여 주어진 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같으므로

(1) $\angle x=80^\circ+35^\circ=\mathbf{115^\circ}$

(2) $\angle x+75^\circ=135^\circ$

$\angle x=135^\circ-75^\circ=\mathbf{60^\circ}$

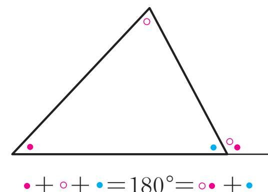
(3) $\angle x=70^\circ+48^\circ=\mathbf{118^\circ}$

3

|출제 의도| 삼각형의 내각과 외각 사이의 관계에 대한 문제를 만들고 풀어 봄으로써 각의 크기를 구할 수 있게 하려는 것이다.

지/도/자/료

1. 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같음을 그림으로 설명한다. 이때 평행선의 성질을 이용하여 설명하며 증명이라는 용어는 사용하지 않도록 한다.



2. 삼각형에서 세 내각의 크기의 합이 180°임을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있으나 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같음을 이용하면 더 효율적으로 각의 크기를 구할 수 있음을 알게 한다.

창의력 기르기 참/고/자/료

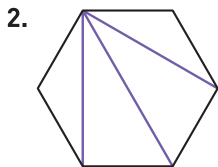
정육각형 모양의 벌집은 그 구조가 믿을 수 없을 만큼 가볍고 강하여 포장에 사용되는 골판지나 벽걸이 텔레비전에 사용되는 액정 화면의 구조 등 다양한 분야에 응용되고 있다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 삼각형의 내각의 크기의 합이 180°임을 이용하여 다각형의 내각의 크기의 합을 알게 하려는 것이다.
준비물 • 각도기

1. 정육각형의 한 내각의 크기는 **120°**이고, 모든 내각의 크기의 합은 **720°**이다.

2.



3. **2**에서 만들어진 삼각형 4개의 내각의 크기의 총합은 $180^\circ\times4=$**720°**로 **1**에서 구한 정육각형의 모든 내각의 크기의 합과 **같다.**

교과서 246 쪽

다각형의 내각의 크기의 합은 얼마인가?

창의력 기르기

벌집

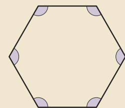
벌집은 정육각형 모양의 방들로 이루어져 있는데, 그 이유는 최소의 재료로 최대의 공간을 만들기 위함이다. 그래서 정삼각형이나 정사각형보다 정육각형으로 이루어진 집에 훨씬 많은 꿀을 채울 수 있다.



탐구 활동

●준비물
각도기

오른쪽 그림은 벌집의 방을 이루는 정육각형이다. 이 정육각형을 보고, 다음 물음에 답하여 보자.

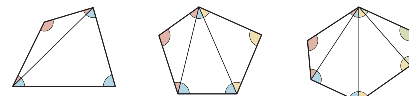


1 각도기로 정육각형의 한 내각의 크기를 재어 보고, 모든 내각의 크기의 합을 구하여 보자.

2 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선을 모두 그려서 정육각형을 여러 개의 삼각형으로 나누어 보자.

3 **2**에서 만들어진 모든 삼각형의 내각의 크기의 총합을 구하여 **1**에서 구한 정육각형의 모든 내각의 크기의 합과 비교하여 보자.

❶ 그림과 같이 사각형, 오각형, 육각형은 한 꼭짓점에서 그은 대각선에 의하여 각각 2개, 3개, 4개의 삼각형으로 나누어진다.



❷ 삼각형의 내각의 크기의 합은 180°이므로 사각형, 오각형, 육각형의 내각의 크기의 합은 각각

$$180^\circ\times2=360^\circ,\ 180^\circ\times3=540^\circ,\ 180^\circ\times4=720^\circ$$

이다.

일반적으로 n각형은 한 꼭짓점에서 그은 대각선에 의하여 $(n-2)$개의 삼각형으로 나누어지므로 n각형의 내각의 크기의 합은

$$180^\circ\times(n-2)$$

이다.

본문 해설

❶ 다각형은 한 꼭짓점에서 그은 대각선에 의하여 여러 개의 겹치지 않는 삼각형으로 나누어진다. 이때 n각형은 $(n-2)$개의 삼각형으로 나누어진다.

다각형	꼭짓점의 개수	삼각형의 개수
사각형	4	2
오각형	5	3
육각형	6	4
⋮	⋮	⋮
n각형	n	$n-2$

❷ 삼각형의 내각의 크기의 합은 180°이므로

(다각형의 내각의 크기의 합)

$=180^\circ\times$(나누어진 삼각형의 개수)

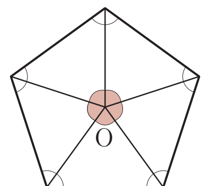
이다.

이때 사각형, 오각형, 육각형, …의 내각의 크기의 합은 각각 360°, 540°, 720°, …이다. 즉, 꼭짓점이 한 개씩 늘어남에 따라 내각의 크기의 합은 180°씩 증가함을 알 수 있다.

지/도/자/료

1. 다각형의 내각의 크기의 합을 다각형 내부의 한 점에서 각 꼭짓점에 선분을 그어 계산할 수도 있음을 이해하게 한다.

예를 들어 오른쪽 그림의 오각형에서 내각의 크기의 합은 5개의 삼각형의 내각의 크기의 합에서 360°를 뺀 것과 같으므로 $180^\circ\times5-360^\circ=540^\circ$이다.



❶ 정다각형은 내각의 크기가 모두 같으므로 정n각형의 한 내각의 크기는 내[illegible] 크기의 합을 n으로 나눈

$$\frac{180^\circ \times (n-2)}{n}$$

이다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

다각형의 내각의 크기

(1) n각형의 내각의 크기의 합은 $180^\circ \times (n-2)$이다.

(2) 정n각형의 한 내각의 크기는 $\frac{180^\circ \times (n-2)}{n}$이다.

보기 정오각형의 한 내각의 크기는 $\frac{180^\circ \times (5-2)}{5} = 108^\circ$이다.

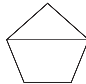
문제 5 다음 다각형의 내각의 크기의 합을 구하여라.

(1) 칠각형 (2) 십각형

문제 6 다음 정다각형의 한 내각의 크기를 구하여라.

(1) 정팔각형 (2) 정십이각형


문제해결 오른쪽 그림은 오각형에 대각선을 하나 그어서 오각형을 두 다각형으로 나눈 것이다. 이를 이용하여 오각형의 내각의 크기의 합이 얼마인지 구하여 보자.



일반적으로 n각형의 내부에 한 점 O를 잡아 다각형의 모든 꼭짓점과 점 O를 선분으로 연결하면 다각형의 변의 수만큼 삼각형이 생긴다. 이때 n각형의 내각의 크기의 합에 점 O를 꼭짓점으로 하는 n개의 각의 크기의 합 360°는 포함되지 않는다.

즉, $180^\circ \times$(변의 수)$-360^\circ = 180^\circ \times \{$(변의 수)$-2\}$이다.

따라서 n각형의 내각의 크기의 합은 $180^\circ \times (n-2)$이다.

2. 학생들이 무조건 공식을 외우려는 경향이 있으므로 공식 자체보다는 그 공식이 유도되는 과정에 관심을 가지도록 지도한다.

본문 해설

❶ 정다각형은 모든 내각의 크기가 같으므로 한 내각의 크기는 내각의 크기의 합을 꼭짓점의 개수로 나눈 것과 같다.

5

목표| 다각형의 내각의 크기의 합을 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) 칠각형의 내각의 크기의 합은

$180^\circ \times (7-2) = 180^\circ \times 5 = \mathbf{900^\circ}$

(2) 십각형의 내각의 크기의 합은

$180^\circ \times (10-2) = 180^\circ \times 8 = \mathbf{1440^\circ}$

6

목표| 정다각형의 한 내각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) 정팔각형의 한 내각의 크기는

$\frac{180^\circ \times (8-2)}{8} = \frac{180^\circ \times 6}{8} = \mathbf{135^\circ}$

(2) 정십이각형의 한 내각의 크기는

$\frac{180^\circ \times (12-2)}{12} = \frac{180^\circ \times 10}{12} = \mathbf{150^\circ}$

문/제/해/결

|출제 의도| 다각형의 내각의 크기의 합을 다양한 방법으로 구할 수 있음을 알도록 하기 위한 문제이다.

풀이| 오각형에 대각선을 하나 그어서 오각형을 삼각형과 사각형으로 나누면 오각형의 내각의 크기의 합은 삼각형의 내각의 크기의 합과 사각형의 내각의 크기의 합을 더한 것이다.

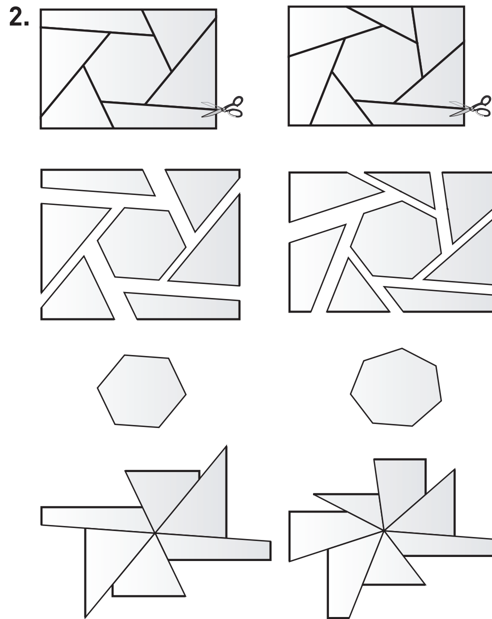
즉, 오각형의 내각의 크기의 합은 $180^\circ + 360^\circ = 540^\circ$이다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 삼각형, 사각형, 오각형의 외각의 크기의 합을 직접 확인해 봄으로써 다각형의 외각의 크기의 합을 알게 하려는 것이다.
준비물 • 종이, 연필, 자, 가위

1. 삼각형, 사각형, 오각형의 외각은 한 점에서 겹치지 않고 빈틈없이 모이게 되므로 그 크기의 합은 모두 360°이다.

2.



위의 활동은 육각형, 칠각형의 외각의 크기의 합을 알아본 것이다. 이처럼 다각형의 종류에 관계없이 다각형의 외각의 크기의 합은 360°이다.

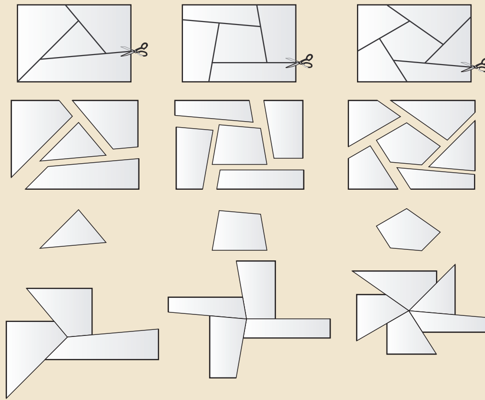
교과서 248 쪽

다각형의 외각의 크기의 합은 얼마인가?

탐구 활동

• 준비물
종이, 연필, 자, 가위

다음 그림과 같이 종이에 삼각형, 사각형, 오각형을 그리고 각 도형의 변을 연장한 후 선을 따라 오린다. 외각을 한 점에 모아 보고, 물음에 답하여 보자.

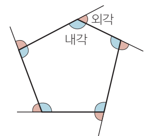


1 삼각형, 사각형, 오각형의 외각의 크기의 합은 각각 몇 도인가?
2 육각형, 칠각형, …을 종이에 그려 위와 같은 방법으로 만들어 보고, 외각의 크기의 합은 얼마인지 말하여 보자.

❶ 즉 오각형의 각 꼭짓점에서 내각과 외각의 크기의 합은 180°이므로 오각형의 모든 꼭짓점에서의 내각과 외각의 크기의 합은 $180^\circ\times5$이다. 즉,

$$(\text{내각의 크기의 합})+(\text{외각의 크기의 합})$$
$$=180^\circ\times5$$

이다.

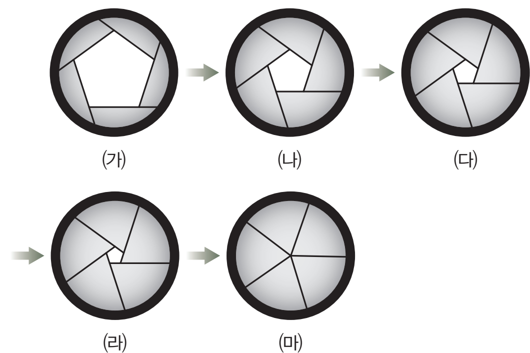


본문 해설

❶ 다각형에서 외각의 크기의 합은 평각과 내각의 크기의 합을 이용하여 구한다.
n각형의 모든 내각과 외각의 크기의 합은 외각과 내각의 합으로 이루어진 평각이 꼭짓점의 개수인 n개만큼 있으므로 $180^\circ\times n$이다.

지/도/자/료

카메라 렌즈의 조리개를 이용하여 다각형의 외각의 합을 추측해 볼 수도 있다.
다음 그림은 조리개가 닫히는 과정을 나타낸 것이다.



(가)~(라)에서 오각형의 외각의 크기에는 변화가 없고, 계속 조리개가 닫히면 (마)와 같이 된다. 즉, 오각형의 외각은 한 점에서 겹치지 않고 빈틈없이 모이게 되므로 그 크기의 합은 360°임을 알 수 있다.

교과서 249 쪽

❶ 데 오각형의 내각의 크기의 합이 $180^\circ\times(5-2)$이므로

$$\begin{aligned}(\text{외각의 크기의 합})&=180^\circ\times5-(\text{내각의 크기의 합})\\&=180^\circ\times5-180^\circ\times(5-2)\\&=900^\circ-540^\circ\\&=360^\circ\end{aligned}$$

이다.

다각형의 외각의 크기의 합은 꼭짓점의 개수에 관계없이 항상 360°이다.

일반적으로 n각형에는 n개의 꼭짓점이 있으므로 n각형의 외각의 크기의 합은

$$\begin{aligned}(\text{외각의 크기의 합})&=180^\circ\times n-(\text{내각의 크기의 합})\\&=180^\circ\times n-180^\circ\times(n-2)\\&=180^\circ\times n-180^\circ\times n+180^\circ\times2\\&=360^\circ\end{aligned}$$

이다.

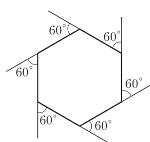
❷ 정다각형은 외각의 크기가 모두 같으므로 정n각형의 한 외각의 크기는 외 크기의 합을 그 꼭짓점의 개수인 n으로 나눈 것과 같다.

즉, 정n각형의 한 외각의 크기는

$$\frac{360^\circ}{n}$$

이다.

예를 들어 오른쪽 그림과 같이 정육각형의 외각의 크기의 합은 360°이고, 한 외각의 크기는 $\frac{360^\circ}{6}=60^\circ$이다.



이상을 정리하면 다음과 같다.

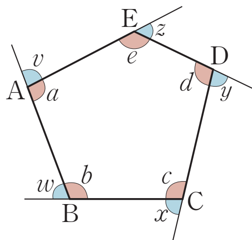
다각형의 외각의 크기

(1) n각형의 외각의 크기의 합은 360°이다.

(2) 정n각형의 한 외각의 크기는 $\frac{360^\circ}{n}$이다.

본문 해설

❶ 오각형의 외각의 크기의 합을 구해 보자.



오각형 ABCDE에서

(내각의 크기의 합)+(외각의 크기의 합)

$=(\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e)$
$\quad+(\angle v+\angle w+\angle x+\angle y+\angle z)$
$=(\angle a+\angle v)+(\angle b+\angle w)+(\angle c+\angle x)$
$\quad+(\angle d+\angle y)+(\angle e+\angle z)$
$=180^\circ\times5$
$=900^\circ$

이때 오각형의 내각의 크기의 합은

$$180^\circ\times(5-2)=540^\circ$$

이므로 오각형의 외각의 크기의 합은

$$900^\circ-540^\circ=360^\circ$$

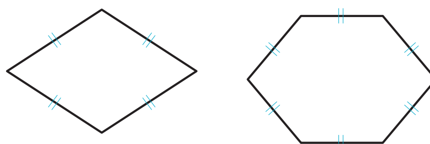
이다.

일반적으로 n각형의 내각의 크기의 합 $180^\circ\times(n-2)$를 이용하여 n각형의 외각의 크기의 합이 360°임을 알 수 있다.

❷ 정다각형은 모든 내각의 크기가 같다. 또 모든 외각의 크기도 같다. 따라서 정다각형의 한 내각의 크기는 내각의 크기의 합을 꼭짓점의 개수로 나눈 것과 같고, 한 외각의 크기는 360°를 꼭짓점의 개수로 나눈 것과 같다.

지/도/자/료

1. 삼각형의 경우만을 제외하고는 변의 길이가 같다고 해서 내각의 크기가 모두 같지는 않다는 것을 알게 한다. 예를 들어 다음 그림은 모두 변의 길이가 같은 다각형이지만 내각의 크기는 같지 않다.



2. 정다각형의 한 내각의 크기는 180°−(한 외각의 크기)를 이용해서 구할 수도 있음을 이해하게 한다.

예를 들어 정육각형의 한 외각의 크기가 $\frac{360^\circ}{6}=60^\circ$이고

$$(\text{한 내각의 크기})+(\text{한 외각의 크기})=180^\circ$$

이므로

$$\begin{aligned}(\text{한 내각의 크기})&=180^\circ-(\text{한 외각의 크기})\\&=180^\circ-60^\circ=120^\circ\end{aligned}$$

이다.

이와 같이 정n각형의 한 내각의 크기는

$$\frac{180^\circ\times(n-2)}{n}=\frac{180^\circ\times n-360^\circ}{n}=180^\circ-\frac{360^\circ}{n}$$

이다.

7

목표| 다각형의 외각의 크기의 합을 이용하여 주어진 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) 삼각형의 외각의 크기의 합은 360°이므로

$\angle x+140^\circ+120^\circ=360^\circ$

따라서 $\angle x=\mathbf{100}^\circ$이다.

(2) 오각형의 외각의 크기의 합은 360°이므로

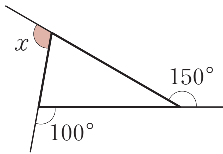
$\angle x+75^\circ+80^\circ+70^\circ+65^\circ=360^\circ$

따라서 $\angle x=\mathbf{70}^\circ$이다.

8

|출제 의도| 다각형의 외각의 크기를 구하는 문제를 만들고 풀어 봄으로써 다각형의 외각의 개념을 이해하게 하려는 문제이다.

예시| 다음 그림에서 $\angle x$의 크기를 구하여라.



풀이| 삼각형의 외각의 크기의 합은 360°이므로

$\angle x+100^\circ+150^\circ=360^\circ$

따라서 $\angle x=110^\circ$이다.

9

목표| 정다각형의 한 외각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) 정삼각형의 외각의 크기의 합은 360°이므로 한 외각의 크기는

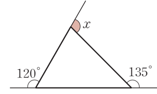
$$\frac{360^\circ}{3}=\mathbf{120}^\circ$$

(2) 정사각형의 외각의 크기의 합은 360°이므로 한 외각의 크기는

$$\frac{360^\circ}{4}=\mathbf{90}^\circ$$

교과서 250 쪽

예제 1 오른쪽 그림에서 $\angle x$의 크기를 구하여라.



● 풀이 삼각형의 외각의 크기의 합은 360°이므로

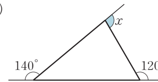
$\angle x+120^\circ+135^\circ=360^\circ$

따라서 $\angle x=105^\circ$이다.

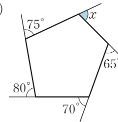
답 ● 105°

문제 7 다음 그림에서 $\angle x$의 크기를 구하여라.

(1)



(2)





문제 8 문제 7과 같이 다각형의 외각의 크기를 구하는 문제를 만들고, 풀어 보아라.

문제 9 다음 정다각형의 한 외각의 크기를 구하여라.

(1) 정삼각형 (2) 정사각형

(3) 정팔각형 (4) 정십각형



의사소통 다각형의 내각의 크기의 합을 알면 다각형의 이름을 알 수 있지만 다각형의 외각의 크기의 합으로는 다각형의 이름을 알 수 없다. 그 이유를 토의하여 보자.

(3) 정팔각형의 외각의 크기의 합은 360°이므로 한 외각의 크기는

$$\frac{360^\circ}{8}=\mathbf{45}^\circ$$

(4) 정십각형의 외각의 크기의 합은 360°이므로 한 외각의 크기는

$$\frac{360^\circ}{10}=\mathbf{36}^\circ$$

의/사/소/통

|출제 의도| 다각형의 외각의 크기의 합은 항상 360°임을 확실하게 알도록 하기 위한 문제이다.

풀이| 다각형의 내각의 크기의 합은 꼭짓점의 개수에 따라 다르지만 외각의 크기의 합은 꼭짓점의 개수에 관계없이 항상 360°이다. 따라서 외각의 크기의 합을 아는 것만으로는 다각형의 이름을 알 수 없다.

중/단/원 기초

> n각형의 대각선의 총수는 $\frac{n(n-3)}{2}$개이다.

1 칠각형에 대하여 다음을 구하여라.

(1) 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수

(2) 대각선의 총수

2 다음 그림에서 $\angle x$의 크기를 구하여라.



> n각형의 내각의 크기의 합은 $180° \times (n-2)$이고, 정n각형의 한 내각의 크기는 $\frac{180° \times (n-2)}{n}$이다.

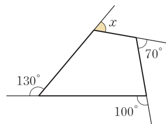
3 다음을 구하여라.

(1) 구각형의 내각의 크기의 합

(2) 정십각형의 한 내각의 크기

> 다각형의 외각의 크기의 합은 360°이다.

4 오른쪽 그림에서 $\angle x$의 크기를 구하여라.



5 다음 중에서 다각형에 대한 설명으로 옳은 것은?

① 사각형의 내각의 크기는 모두 같다.

② 팔각형의 대각선의 총수는 40개이다.

③ 다각형의 대각선의 길이는 모두 같다.

④ 모든 변의 길이가 같은 다각형을 정다각형이라고 한다.

⑤ 십각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 7개이다.

중/단/원 기초

1

목표| 칠각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수와 대각선의 총수를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) 칠각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는

$7-3=\mathbf{4}$**(개)**

(2) 칠각형의 대각선의 총수는

$\frac{7\times(7-3)}{2}=\mathbf{14}$**(개)**

2

목표| 삼각형의 내각과 외각 사이의 관계를 이용하여 주어진 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같으므로

(1) $\angle x=45°+60°=\mathbf{105°}$

(2) $65°+\angle x=120°$

$\angle x=120°-65°=\mathbf{55°}$

3

목표| 다각형의 내각의 크기의 합과 정다각형의 한 내각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) 구각형의 내각의 크기의 합은

$180°\times(9-2)=\mathbf{1260°}$

(2) 정십각형의 한 내각의 크기는

$\frac{180°\times(10-2)}{10}=\mathbf{144°}$

4

목표| 다각형의 외각의 크기의 합을 이용하여 주어진 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| 사각형의 외각의 크기의 합은 360°이므로

$\angle x+130°+100°+70°=360°$

따라서 $\angle x=\mathbf{60°}$이다.

5

목표| 다각형의 성질을 이해하게 한다.

풀이| ① 정사각형의 내각의 크기는 모두 같다.

② 팔각형의 대각선의 총수는 $\frac{8\times(8-3)}{2}=20$(개)이다.

③ 다각형의 대각선의 길이는 모두 같다고 할 수 없다.

④ 정다각형은 내각의 크기도 모두 같다.

⑤ 십각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 $10-3=7$(개)이다.

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

중/단/원 기본

1

목표| 다각형의 대각선의 총수를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\dfrac{11\times(11-3)}{2}=\mathbf{44}$**(개)**

2

목표| 주어진 조건에 해당하는 다각형의 대각선의 총수를 구할 수 있게 한다.

풀이| 다각형의 내부의 한 점에서 각 꼭짓점을 연결하였을 때 생기는 삼각형의 개수는 다각형의 변의 개수와 같으므로 이 다각형은 팔각형이다. 따라서 구하는 대각선의 총수는

$\dfrac{8\times(8-3)}{2}=\mathbf{20}$**(개)**

3

목표| 다각형에서 주어진 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$(40^\circ+\angle x)+35^\circ+60^\circ=180^\circ$

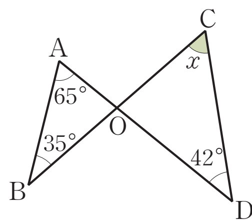
따라서 $\angle x=\mathbf{45^\circ}$이다.

(2) 사각형의 네 내각의 크기의 합은 360°이므로

$90^\circ+140^\circ+60^\circ+(180^\circ-\angle x)=360^\circ$

따라서 $\angle x=\mathbf{110^\circ}$이다.

(3) 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로



$\angle AOB$

$=180^\circ-(\angle A+\angle B)$

$=180^\circ-(65^\circ+35^\circ)$

$=80^\circ$

$\angle COD=\angle AOB=80^\circ$(맞꼭지각)

따라서 $\angle x+80^\circ+42^\circ=180^\circ$이므로 $\angle x=\mathbf{58^\circ}$이다.

(4) 오각형의 외각의 크기의 합은 360°이므로

$45^\circ+95^\circ+50^\circ+85^\circ+(180^\circ-\angle x)=360^\circ$

따라서 $\angle x=\mathbf{95^\circ}$이다.

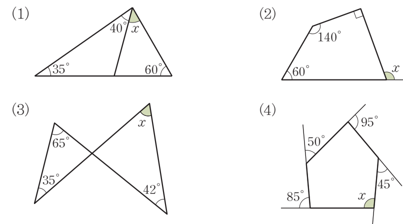
교과서 252 쪽

중/단/원 기본 수준별

다각형의 대각선의 개수 **1** 십일각형의 대각선의 총수를 구하여라.

다각형의 대각선의 개수 **2** 어떤 다각형의 내부의 한 점에서 각 꼭짓점을 연결하였더니 8개의 삼각형이 생겼다. 이 다각형의 대각선의 총수를 구하여라.

다각형의 내각과 외각 **3** 다음 그림에서 $\angle x$의 크기를 구하여라.



다각형의 내각의 크기 **4** 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수가 9개인 다각형의 내각의 크기의 합을 구하여라.

다각형의 외각의 크기 **5** 한 외각의 크기가 40°인 정다각형의 대각선의 총수를 구하여라.

4

목표| 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수를 알 때, 다각형의 내각의 크기의 합을 구할 수 있게 한다.

풀이| 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수가 9개인 다각형은 십이각형이므로 내각의 크기의 합은

$180^\circ\times(12-2)=\mathbf{1800^\circ}$

5

목표| 정다각형의 한 외각의 크기를 알 때, 대각선의 총수를 구할 수 있게 한다.

풀이| 한 외각의 크기가 40°인 정n각형에서

$\dfrac{360^\circ}{n}=40^\circ,\ n=9$

따라서 정구각형의 대각선의 총수는

$\dfrac{9\times(9-3)}{2}=\mathbf{27}$**(개)**

교과서 253 쪽

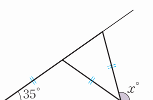
중/단/원 실력

1 십오각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수를 a개, 대각선의 총 수를 b개라고 할 때, $3a-\frac{b}{3}$의 값을 구하여라.

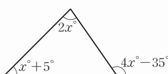
2 대각선의 총수가 20개인 다각형의 이름을 말하여라.

3 다음 그림에서 x의 값을 구하여라.

(1)

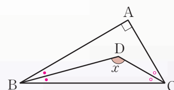


(2)



• ∠B+∠C=90°

4 오른쪽 그림에서 ∠x의 크기를 구하여라.

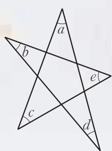


• 삼각형의 두 내각과 외각 사이의 관계를 생각한다.

5 오른쪽 그림에서

$\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e$

의 크기를 구하여라.



중/단/원 실력

1

목표| 다각형의 대각선의 개수를 구하여 주어진 식의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| $a=15-3=12$(개)

$b=\frac{15\times(15-3)}{2}=90$(개)

이므로 $3a-\frac{b}{3}=3\times12-\frac{90}{3}=\mathbf{6}$

2

목표| 대각선의 총수를 알 때, 어떤 다각형인지 말할 수 있게 한다.

풀이| 구하는 다각형을 n각형($n>3$인 자연수)이라고 하면

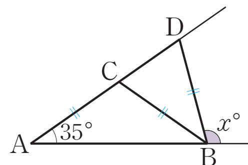
$\frac{n(n-3)}{2}=20$에서 $n(n-3)=2^3\times5$이므로 $n=8$

따라서 대각선의 총수가 20개인 다각형은 **팔각형**이다.

3

목표| 삼각형의 내각과 외각 사이의 관계를 이용하여 주어진 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1)



△ABC는 이등변삼각형이므로

$\angle CBA=35^\circ$, $\angle DCB=70^\circ$

△BCD는 이등변삼각형이므로

$\angle BDC=\angle BCD=70^\circ$

따라서 △ABD에서

$x^\circ=35^\circ+70^\circ=105^\circ$, $x=\mathbf{105}$

(2) $2x^\circ+(x^\circ+5^\circ)=4x^\circ-35^\circ$

$x^\circ=40^\circ$, $x=\mathbf{40}$

4

목표| 직각삼각형에서 주어진 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| △ABC에서 $\angle B+\angle C=90^\circ$

△DBC에서 $\angle x+\frac{1}{2}\angle B+\frac{1}{2}\angle C=180^\circ$

따라서

$\angle x=180^\circ-\frac{1}{2}(\angle B+\angle C)$

$=180^\circ-\frac{1}{2}\times90^\circ=\mathbf{135^\circ}$

5

목표| 주어진 도형에서 각의 크기의 합을 구할 수 있게 한다.

풀이| △AFD에서 $\angle x=\angle a+\angle d$

△BGE에서 $\angle y=\angle b+\angle e$

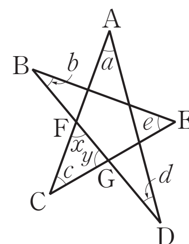
△CFG에서 $\angle x+\angle y+\angle c=180^\circ$

따라서

$\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e$

$=(\angle a+\angle d)+(\angle b+\angle e)+\angle c$

$=\angle x+\angle y+\angle c=\mathbf{180^\circ}$



2 부채꼴

중단원을 시작하며

이번 중단원에서는 다음 내용을 지도한다.

① 원과 부채꼴에 관한 여러 가지 용어의 뜻을 알게 한다.

② 부채꼴의 중심각과 호의 관계를 이해하게 한다.

③ 원주와 원의 넓이를 구할 수 있게 한다.

④ 부채꼴의 호의 길이와 넓이를 구할 수 있게 한다.

중단원의 구성

소단원명	지도 내용
2-1 부채꼴의 중심각과 호의 관계	현, 호, 활꼴, 부채꼴, 중심각의 뜻
	부채꼴의 중심각과 호의 관계
2-2 부채꼴의 호의 길이와 넓이	원주와 원의 넓이
	부채꼴의 호의 길이와 넓이
수준별 학습	중단원 확인 학습 문제

교과서 254 쪽

2 부채꼴



준 | 비 | 학 | 습

비례식
비의 값이 같은 두 비를 등식으로 나타낸 식

1 다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣어라.

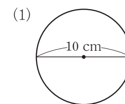
(1) 5 : 4=10 : □

(2) □ : 7=6 : 21

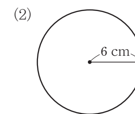
원의 둘레의 길이
(원의 둘레의 길이)
=(지름의 길이)×(원주율)
=(지름의 길이)×3.14
=(반지름의 길이)×2×3.14

2 다음 원의 둘레의 길이를 구하여라.

(1)



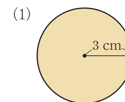
(2)



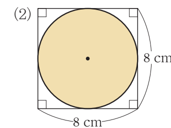
원의 넓이
(원의 넓이)
=(반지름의 길이)×(반지름의 길이)×3.14

3 다음 원의 넓이를 구하여라.

(1)



(2)



준비 학습의 해설

1

목표| 비례식의 뜻을 알고, 주어진 비례식을 완성할 수 있게 한다.

풀이| (1) 5 : 4=10 : **8**

(2) **2** : 7=6 : 21

2

목표| 주어진 원의 둘레의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) (원의 둘레의 길이)=10×3.14=**31.4(cm)**

(2) (원의 둘레의 길이)=6×2×3.14=**37.68(cm)**

3

목표| 주어진 원의 넓이를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) (원의 넓이)=3×3×3.14

=**28.26(cm²)**

(2) (원의 넓이)=4×4×3.14

=**50.24(cm²)**

2-1 부채꼴의 중심각과 호의 관계

소단원 지도 목표

① 원에서 현, 호, 활꼴, 부채꼴, 중심각의 뜻을 알고, 부채꼴의 중심각의 크기를 구할 수 있게 한다.

② 부채꼴에서 중심각의 크기와 호의 길이, 넓이 사이의 관계를 이해하게 한다.

2-1 부채꼴의 중심각과 호의 관계

● 부채꼴의 중심각과 호의 관계를 이해한다.

현, 호, 활꼴, 부채꼴이란 무엇인가?

창의력 기르기

창덕궁

조선 시대의 궁궐인 창덕궁은 그 원형이 잘 보존되어 있을 뿐만 아니라 배치가 뛰어나 주변 자연환경과 완벽한 조화를 이루고 있다. 유네스코는 이러한 점을 인정하여 1997년에 창덕궁을 세계 문화유산으로 등록하였다.



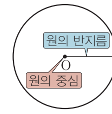
탐구 활동 창의력 기르기의 그림은 창덕궁에 있는 원형 문이다. 그림을 보고, 다음 물음에 답하여 보자.

1 원 위의 점 A, B, C, D 중에서 두 점을 연결한 선분을 찾아보자.

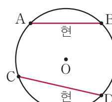
2 점 A와 점 B를 연결한 원의 일부를 모두 그려 보자.



평면 위의 한 점으로부터 일정한 거리에 있는 모든 점으로 이루어진 도형을 원이라 하고, 이것을 원 O로 나타낸다. 이때 점 O는 원의 중심이고, 원의 중심에서 원 위의 한 점을 이은 선분이 원의 반지름이다.



❶ ...른쪽 그림에서 선분 AB, CD와 같이 원 O 위의 두 점을 ...분을 **현**이라 하고, 양 끝 점이 A, B인 현을 현 AB라 ...한다. 특히, 원의 중심을 지나는 현은 그 원의 지름이다.

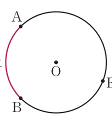


❷ ...에서 길이가 가장 ...름이다.

오른쪽 그림과 같이 원 O 위에 두 점 A, B를 잡으면, 원은 두 부분으로 나누어지는데 이 두 부분을 **호**라고 한다. 양 끝 점이 A, B인 호를 호 AB라고 하며, 이것을 기호로

$$\overset{\frown}{AB}$$

와 같이 나타낸다.



$\overset{\frown}{AB}$는 보통 길이가 짧은 쪽의 호를 나타내고, 길이가 긴 쪽의 호는 그 호 위에 한 점 E를 잡아 $\overset{\frown}{AEB}$와 같이 나타낸다.

창의력 기르기 참/고/자/료

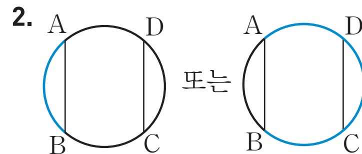
1405년에 지어진 창덕궁은 조선의 궁궐 중 가장 오랜 기간 동안 임금들이 거처했던 곳이다. 창덕궁은 산자락을 따라 건물들을 골짜기에 안기도록 배치하여 한국 궁궐 건축의 비정형적 조형미를 대표하고 있다. 창덕궁에 관한 보다 많은 정보는 창덕궁 홈페이지(http://www.cdg.go.kr)에서 찾아볼 수 있다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 생활 주변에서 현과 호를 찾아봄으로써 현과 호의 뜻을 알게 하려는 것이다.

1. 선분 AB, 선분 CD

2.



교수 · 학습상의 유의점

1. 원의 각 부분을 나타내는 여러 가지 용어의 뜻을 정확하게 알도록 지도한다. 특히 호는 원의 일부이나 현은 원의 일부가 아님에 유의하도록 한다.

2. 현의 길이는 중심각의 크기에 비례하지 않음을 예를 통하여 알게 한다.

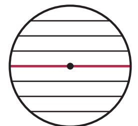
새로 나온 용어와 기호

- 현(弦, chord)
- 호(弧, arc)
- 활꼴(crescent)
- 부채꼴(sector)
- 중심각(中心角, central angle)
- $\overset{\frown}{AB}$

본문 해설

❶ 현은 원의 내부를 지나는 선분이다.

❷ 길이가 가장 긴 현은 오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 지나는 지름이다. 이때 지름이라는 용어는 선분을 나타내고 있으나 경우에 따라서는 지름의 길이를 지름이라고도 한다.



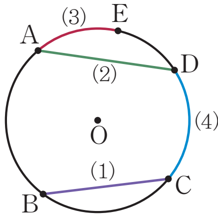
지/도/자/료

호는 원의 일부로 원은 그 위에 주어진 두 점 A, B에 의하여 두 호로 나누어진다. $\overset{\frown}{AB}$는 보통 길이가 짧은 쪽의 호(열호, 반원보다 작은 호)를 나타내고, 길이가 긴 쪽의 호(우호, 반원보다 큰 호)는 호 위의 한 점 E를 잡아 $\overset{\frown}{AEB}$와 같이 나타낸다. 참고로 중학교에서는 우호, 열호의 용어를 사용하지 않는다.

1

목표| 현과 호의 뜻을 알고, 이를 원 위에 나타낼 수 있게 한다.

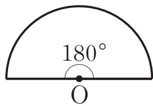
풀이|

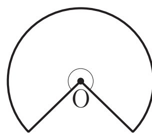


본문 해설

❶ 활꼴은 한 현과 그 양 끝을 끝으로 하는 호로 이루어져 있고, 부채꼴은 원에서 두 반지름과 그 사이에 있는 호로 이루어져 있다.

❷ 다음 그림과 같이 부채꼴에는 중심각의 크기가 180°인 반원도 있고, 중심각의 크기가 180°보다 큰 것도 있다.

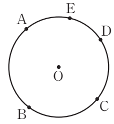




교과서 256 쪽

문제 1 오른쪽 그림과 같이 원 O 위에 점 A, B, C, D, E가 있다. 다음의 현과 호를 원 O 위에 나타내어라.

(1) 현 BC (2) 현 AD
(3) 호 AE (4) 호 CD

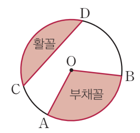




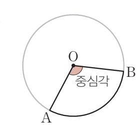
● $\widehat{AB}$는 중심각 ∠AOB에 대한 호이고, $\overline{AB}$는 중심각 ∠AOB에 대한 현이다.

❶ 쪽 그림과 같이 원 O의 현 CD와 호 CD로 이루어진 을 **활꼴**이라고 한다.

또 원 O의 두 반지름 OA, OB와 호 AB로 이루어진 도형을 **부채꼴**이라고 한다.

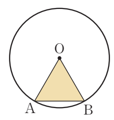


❷ 부채꼴 AOB의 두 반지름 OA, OB로 이루어지는 OB를 호 AB에 대한 **중심각**이라고 한다.



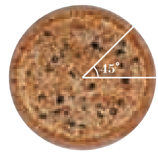
문제 2 오른쪽 그림에서 현 AB의 길이가 반지름의 길이와 같을 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) 삼각형 AOB는 어떤 삼각형인가?
(2) $\widehat{AB}$에 대한 중심각의 크기를 구하여라.





문제 3 오른쪽 그림과 같은 원 모양의 피자를 중심각의 크기가 45°인 부채꼴 모양으로 똑같이 나누려고 한다. 이때 피자는 모두 몇 조각으로 나누어지는지 구하여라.




문제해결 한 원에서 부채꼴이면서 활꼴이 되는 경우를 그림으로 나타내어 보자.

2

목표| 원에서 현의 길이가 반지름의 길이와 같을 때 중심각의 크기가 60°임을 알게 한다.

풀이| (1) 반지름의 길이는 같으므로 $\overline{OA}=\overline{OB}$이고, 문제의 조건에 의하여 $\overline{OA}=\overline{AB}$이다.
따라서 △AOB는 세 변의 길이가 같으므로 **정삼각형**이다.

(2) △AOB는 정삼각형이므로 ∠AOB=60°이다.
따라서 $\widehat{AB}$에 대한 중심각의 크기는 **60°**이다.

3

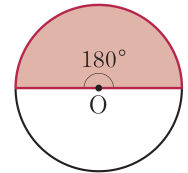
목표| 원주에 대한 중심각의 크기를 알고, 원을 중심각의 크기가 똑같은 부채꼴로 나눌 수 있게 한다.

풀이| 360°÷45°=8이므로 피자는 모두 **8조각**으로 나누어진다.

문/제/해/결

|출제 의도| 부채꼴과 활꼴은 혼동하기 쉬우므로 부채꼴과 활꼴을 확실하게 이해하도록 하기 위한 문제이다.

풀이| 한 원에서 부채꼴이면서 활꼴이 되는 경우는 오른쪽 그림과 같이 중심각의 크기가 180°일 때, 즉 활꼴의 현이 원의 지름이 되는 경우(반원)이다.



지/도/자/료

부채꼴과 활꼴을 처음 배우는 단계에서 각 모양에 대하여 혼동하는 경우가 있다. 따라서 학생들로 하여금 직접 부채꼴과 활꼴을 그려 보고, 두 용어의 정의를 확실히 이해하게 하여 두 도형의 차이점을 정확히 인식하게 한다. 또한 현이 원의 지름이 될 때에만 부채꼴과 활꼴이 같아짐을 알게 한다.

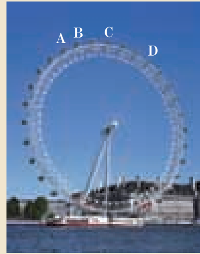
교과서 257 쪽

부채꼴의 중심각과 호 사이에는 어떤 관계가 있는가?

창의력 기르기

런던 아이(London Eye)

런던 아이는 새 천 년을 기념하기 위하여 1999년 영국 항공이 런던의 템스 강변에 세운 회전 관람차로 높이가 135 m이고, 한 바퀴 회전하는 데 약 30분이 소요된다. 런던 아이의 최대 수용 인원은 800명이고, 꼭대기에서는 반경 40 km 이내의 도시 모습을 볼 수 있다.



탐 구 활 동

오른쪽 그림과 같이 런던 아이의 탑승 칸이 32개라고 한다. 이때 탑승 칸 A, B, C, D를 원 위의 점으로 생각하고 다음 물음에 답하여 보자.

1 $\overset{\frown}{AB}$에 대한 중심각의 크기를 구하여 보자.

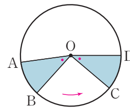
2 $\overset{\frown}{BC}$와 $\overset{\frown}{CD}$에 대한 중심각의 크기는 각각 $\overset{\frown}{AB}$에 대한 중심각의 크기의 몇 배인지 구하여 보자.

3 B에서 C, C에서 D까지 회전한 거리는 각각 A에서 B까지 회전한 거리의 몇 배인지 구하여 보자.

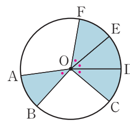
오른쪽 그림과 같이 한 원 O의 두 부채꼴 AOB와 COD의 중심각의 크기가 같으면 한 부채꼴을 중심 O를 중심으로 회전시켜 다른 부채꼴에 완전히 포갤 수 있다. 따라서 ❶ 중심각의 크기가 같은 두 부채꼴의 호의 길이와 넓이는 각각 같다.

또 한 원에서 부채꼴의 호의 길이나 넓이가 같으면 중심각의 크기도 같다.

반지름의 길이가 같은 두 원에서 같은 크기의 중심각에 대한 호의 길이는 같다.



일반적으로 한 원에서 부채꼴의 중심각의 크기가 2배, 3배, 4배, …가 되면, 그 부채꼴의 호의 길이도 2배, 3배, 4배, …가 되고, 넓이도 2배, 3배, 4배, …가 된다. 따라서 부채꼴의 호의 길이와 넓이는 각각 중심각의 크기에 정비례한다.

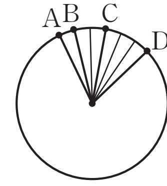


창의력 기르기 참/고/자/료

런던 아이는 1999년 12월 31일 20시에 처음 운행을 시작하였으나 기술적인 문제가 발생하여 이를 보완한 뒤 2000년 3월에 일반인에게 공개되었다. 처음에는 향후 5년 동안만 한시적으로 운행할 계획이었으나 런던의 상징물로 자리 잡아 가면서 2002년에 영구적인 운행을 허가받았다. 바퀴에 32개의 관람용 캡슐이 설치되어 있고, 바퀴가 회전하면서 다양한 방향에서 런던 시내를 관람할 수 있다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 런던 아이의 탑승 칸을 원 위의 점으로 생각함으로써 부채꼴의 중심각과 호 사이의 관계를 알게 하려는 것이다.



1. 원 모양의 런던 아이는 32개의 탑승 칸에 의하여 32개의 호로 나누어진다.
이때 $\overset{\frown}{AB}$에 대한 중심각의 크기는
$360° \div 32 = \mathbf{11.25°}$이다.

2. $\overset{\frown}{BC}$에 대한 중심각의 크기는 $\overset{\frown}{AB}$에 대한 중심각의 크기의 **2배**이고, $\overset{\frown}{CD}$에 대한 중심각의 크기는 $\overset{\frown}{AB}$에 대한 중심각의 크기의 **3배**이다.

3. B에서 C까지 회전한 거리는 A에서 B까지 회전한 거리의 **2배**이고, C에서 D까지 회전한 거리는 A에서 B까지 회전한 거리의 **3배**이다.

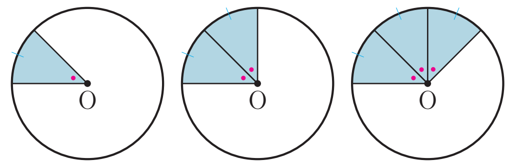
본문 해설

❶ 한 원 또는 합동인 두 원에서

(1) 중심각의 크기가 같으면 호의 길이는 같고, 호의 길이가 같으면 중심각의 크기도 같다.

(2) 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례한다.

(3) 부채꼴의 넓이는 중심각의 크기에 정비례한다.

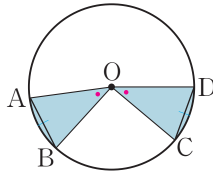


지/도/자/료

한 원에서 중심각의 크기가 같은 두 부채꼴은 원의 중심을 중심으로 회전시키면서 서로 포개어질 수 있음을 관찰하게 한다. 그리고 합동인 두 도형의 성질에 의하여 대응하는 반지름의 길이, 호의 길이, 중심각의 크기가 각각 같음을 알게 한다.

본문 해설

❶ △AOB와 △COD 에서

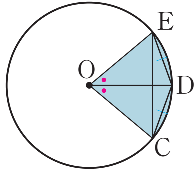


$\overline{OA}=\overline{OC}$(반지름)
$\overline{OB}=\overline{OD}$(반지름)
$\angle AOB=\angle COD$
이므로

$\triangle AOB \equiv \triangle COD$(SAS 합동)

따라서 $\overline{AB}=\overline{CD}$이다.

❷



위의 그림과 같은 원 O에서
$\triangle COD \equiv \triangle DOE$(SAS 합동)이므로
$\overline{CD}=\overline{DE}$이다.
그런데 △CDE에 대하여

$$\overline{CE}<\overline{CD}+\overline{DE}$$
$$=\overline{CD}+\overline{CD}$$
$$=2\overline{CD}$$

즉, $\overline{CE}<2\overline{CD}$이므로 현의 길이는 중심각의 크기에 정비례하지 않는다.

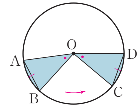
교과서 258 쪽

이상을 정리하면 다음과 같다.

부채꼴의 중심각과 호의 관계
한 원에서
(1) 크기가 같은 중심각에 대한 부채꼴의 호의 길이와 넓이는 각각 같다.
(2) 부채꼴의 호의 길이와 넓이는 각각 중심각의 크기에 정비례한다.

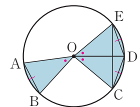
반지름의 길이가 같은 두 원에서 같은 크기의 중심각에 대한 현의 길이는 같다.

❶ 오른쪽 그림과 같이 한 원 O의 두 부채꼴 AOB와 …의 중심각의 크기가 같으면 두 부채꼴은 완전히 포갤 수 있으므로 그에 대한 현 AB와 CD도 완전히 포갤 수 있다. 따라서 중심각의 크기가 같은 두 부채꼴의 현의 길이 …다.

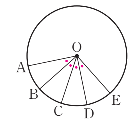


삼각형의 두 변의 길이의 합은 나머지 한 변의 길이보다 크다.

❷ …에 중심각의 크기를 두 배로 하여 만든 부채꼴의 현 … 길이는 현 CD와 현 DE의 길이의 합보다 작으므로 현의 길이는 중심각의 크기에 정비례하지 않는다.

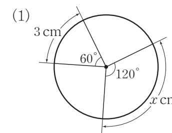


문제 4 오른쪽 그림을 보고, 다음 물음에 답하여라.
(1) 호 AE의 길이는 호 AB의 길이의 몇 배인가?
(2) 부채꼴 AOD의 넓이는 부채꼴 DOE의 넓이의 몇 배인가?

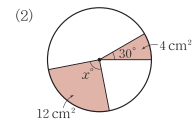


문제 5 다음 그림에서 x의 값을 구하여라.

(1)



(2)



4

목표 | 한 원에서 부채꼴의 중심각과 호의 관계를 알게 한다.

풀이 | (1) 부채꼴 AOE의 중심각의 크기는 부채꼴 AOB의 중심각의 크기의 4배이므로 호 AE의 길이는 호 AB의 길이의 **4배**이다.
(2) 부채꼴 AOD의 중심각의 크기는 부채꼴 DOE의 중심각의 크기의 3배이므로 부채꼴 AOD의 넓이는 부채꼴 DOE의 넓이의 **3배**이다.

5

목표 | 한 원에서 부채꼴의 중심각과 호의 관계를 활용하여 주어진 부채꼴의 호의 길이와 중심각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이 | (1) 한 원에서 부채꼴의 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로
$3 : x = 60 : 120$
$60x = 360$
따라서 $x=\mathbf{6}$이다.
(2) 한 원에서 부채꼴의 넓이는 중심각의 크기에 정비례하므로
$12 : 4 = x : 30$
$4x = 360$
따라서 $x=\mathbf{90}$이다.

교과서 259 쪽

2-2 부채꼴의 호의 길이와 넓이

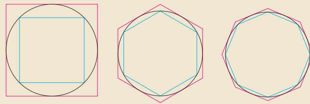
● 부채꼴의 호의 길이와 넓이를 구할 수 있다.

원주와 원의 넓이를 어떻게 구하는가?

창의력 기르기

원주율

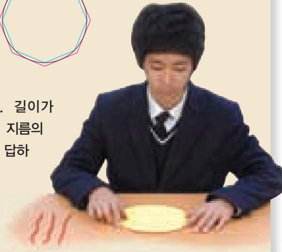
지름에 대한 원주의 비인 원주율을 과학적으로 계산한 최초의 사람은 고대 그리스의 수학자 아르키메데스(Archimedes: B.C. 287～B.C. 212)로 알려져 있다. 그는 원의 안과 밖에 접하는 정96각형을 이용하여 원주율을 구하였는데 그가 구한 원주율은 소수 둘째 자리인 3.14까지 정확하다.



탐구 활동

● 준비물
종이, 연필, 컴퍼스, 실, 자, 가위, 풀

원주율은 끈을 이용하여 어림할 수 있다. 길이가 20 cm가 되도록 실을 몇 개 자른 후 이것을 지름의 길이가 20 cm인 원 위에 붙인 다음, 물음에 답하여 보자.



1 원 위에 붙인 실 중에서 길이가 20 cm인 실은 몇 개인가?

2 마지막에 잘라 붙인 실의 길이는 약 몇 cm인가?

3 **1**과 **2**로부터 원의 둘레의 길이는 지름의 길이의 약 몇 배인지 말하여 보자.

(원주율)
=(원주)÷(원의 지름의 길이)



❶ 크기에 관계없이 원주를 원의 지름의 길이로 나눈 값은 항상 일정한데, 그 원주율이라고 함을 초등학교에서 배웠다.

원주율은 보통 3.14로 사용하는데 그 값은 3.141592653589793238…과 같이 한없이 계속되는 소수임이 알려져 있다. 이 원주율은 기호로

$$\pi$$

와 같이 나타내며, '파이'라고 읽는다.

창의력 기르기 참 / 고 / 자 / 료

원주율의 값을 보다 정확히 구하려는 노력은 고대에서 시작하여 지금까지 계속되고 있다. 고대 바빌로니아에서는 원주율을 약 3으로 사용하였고, 고대 이집트에서는 원주율을 3.1604…로 사용하였다. 또 그리스의 수학자 아르키메데스(Archimedes: B.C. 287～B.C. 212)는 원의 안과 밖에 맞닿은 정96각형의 둘레를 계산하여 원주율이 $\frac{223}{71}$과 $\frac{22}{7}$ 사이에 있다는 것을 발견하였다.

480년경에 중국의 학자 조충지(祖冲之: 429～500)는 원주율을 $\frac{355}{113}$, 즉 3.1415929…로 나타내었는데 소수 여섯째 자리까지 맞는 값을 구하였다.

1949년 전자계산기 에니악으로 원주율을 소수 2037째 자리까지 구하였고, 현재는 슈퍼컴퓨터로 소수 1조 자리 이상까지 구하고 있다.

2-2 부채꼴의 호의 길이와 넓이

소단원 지도 목표

① 원주와 원의 넓이를 구할 수 있게 한다.
② 부채꼴의 호의 길이와 넓이를 구할 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 문자를 사용하여 원주와 원의 넓이, 부채꼴의 호의 길이와 넓이를 나타내는 데 익숙해지도록 한다.

2. 부채꼴의 호의 길이와 넓이는 중심각의 크기에 비례한다는 사실을 이용하여 구할 수 있게 한다.

새로 나온 용어와 기호

• π

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 지름과 길이가 같은 실을 원 위에 직접 붙여 봄으로써 원주율을 알게 하려는 것이다.
준비물 • 종이, 연필, 컴퍼스, 실, 자, 가위, 풀

1. 원 위에 붙인 실 중에서 길이가 20 cm인 실은 **3개**이다.

2. 마지막에 잘라 붙인 실의 길이는 **약 2.8 cm**이다.

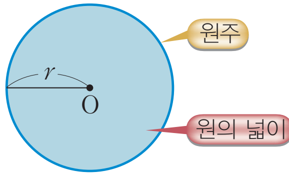
3. 원의 둘레의 길이는 지름의 길이의 **약 3.14배**이다.

본문 해설

❶ (원주율)$=\frac{(원주)}{(원의 지름의 길이)}$로 원의 크기에 관계없이 항상 일정하고, 그 값은 실제로 3.141592…로 불규칙하게 한없이 계속되는 소수이다. 따라서 원주율은 특정한 수치로 주어지지 않는 한 문자 π(파이)를 사용하여 나타내기로 한다.

본문 해설

❶ 반지름의 길이가 r인 원 O에서



(1) (원주)=(지름의 길이)×(원주율)

$=2\times r\times\pi$

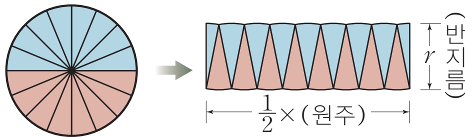
$=2\pi r$

(2) (원의 넓이)

=(원주의 반)×(반지름의 길이)

$=\left(\frac{1}{2}\times 2\pi r\right)\times r$

$=\pi r^2$



교과서 260 쪽

❶ 원주와 원의 넓이는 각각

(원주)=(지름의 길이)×(원주율)

(원의 넓이)=(반지름의 길이)×(반지름의 길이)×(원주율)

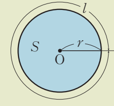
이므로 다음을 얻는다.

앞으로는 특정한 값이 주어지지 않는 경우 원주율을 π로 나타낸다.

원주와 원의 넓이

반지름의 길이가 r인 원의 원주 l과 원의 넓이 S는

$l=2\pi r,\ S=\pi r^2$



문제 | 반지름의 길이가 3 cm인 원의 원주 l과 원의 넓이 S를 구하여라.

부채꼴의 호의 길이와 넓이를 어떻게 구하는가?

창의력 기르기

다트

다트는 숫자가 적힌 원반 모양의 과녁에 화살을 던져 맞힌 점수로 승패를 가리는 놀이이다. 다트는 영국의 30년 전쟁 때 병사들이 빈 술통을 과녁 삼아 화살촉을 부러뜨린 화살로 맞히기 내기를 한 것이 시초라고 한다.



탐구 활동

창의력 기르기의 그림과 같이 원 모양의 다트 판이 똑같은 크기의 20개의 부채꼴로 나누어져 있다. 다음 물음에 답하여 보자.



1 부채꼴 네 조각에 대한 중심각의 크기는 몇 도인가?

2 부채꼴 네 조각에 대한 호의 길이는 원주의 몇 배인가?

3 부채꼴 네 조각에 대한 넓이는 원의 넓이의 몇 배인가?

목표 | 반지름의 길이가 주어졌을 때, 원주와 원의 넓이를 구할 수 있게 한다.

풀이 | $l=2\times\pi\times 3=\mathbf{6\pi(cm)}$

$S=\pi\times 3^2=\mathbf{9\pi(cm^2)}$

창의력 기르기 참/고/자/료

'작은 화살'을 뜻하는 다트 게임은 영국에서 처음 시작되었다. 다트 게임은 지름의 길이가 45.3 cm이고 1부터 20까지의 수를 써넣은 원형 점수판을 1 m 73 cm 높이의 벽면에 걸고 2 m 37 cm 떨어진 거리에서 길이가 15 cm인 화살을 던져 맞힌 점수가 높은 사람이 이기는 경기이다. 다트에 관한 보다 많은 정보는 대한다트연맹 홈페이지(http://www.darts.or.kr)에서 찾아볼 수 있다.

탐구 활동의 이해

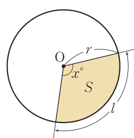
활동 목표 • 부채꼴의 호의 길이와 원주, 부채꼴의 넓이와 원의 넓이를 비교함으로써 부채꼴의 호의 길이와 넓이를 구할 수 있도록 하려는 것이다.

1. 한 조각에 대한 중심각의 크기는 $360°\div 20=18°$이므로 네 조각에 대한 중심각의 크기는 $18°\times 4=\mathbf{72°}$이다.

2. 네 조각에 대한 호의 길이는 원주의 $\frac{4}{20}=\mathbf{\frac{1}{5}}$**배**이다.

3. 네 조각에 대한 넓이는 원의 넓이의 $\frac{4}{20}=\mathbf{\frac{1}{5}}$**배**이다.

오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가 r인 원 O에서 중심각의 크기가 $x°$인 부채꼴의 호의 길이를 l, 넓이를 S라 고 하자.



❶ 원에서 부채꼴의 호의 길이와 넓이는 각각 중심각의 크기에 정비례하므로 부채꼴의 호의 길이 l은

$$360 : x = 2\pi r : l,\ l = 2\pi r \times \frac{x}{360} \quad \cdots\cdots ①$$

임을 알 수 있다.

❷ 부채꼴의 넓이 S는

$$360 : x = \pi r^2 : S,\ S = \pi r^2 \times \frac{x}{360} \quad \cdots\cdots ②$$

임을 알 수 있다.

한편 ①에서 $\frac{x}{360} = \frac{l}{2\pi r}$이므로 이것을 ②에 대입하면

❸ $$S = \pi r^2 \times \frac{l}{2\pi r} = \frac{1}{2} lr$$

이다.

부채꼴의 반지름의 길이와 호의 길이를 알면 넓이를 구할 수 있다.

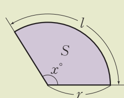
이상을 정리하면 다음과 같다.

부채꼴의 호의 길이와 넓이

반지름의 길이가 r이고, 중심각의 크기가 $x°$인 부채꼴의 호의 길이 l과 넓이 S는

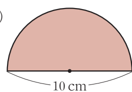
$$l = 2\pi r \times \frac{x}{360}$$

$$S = \pi r^2 \times \frac{x}{360} = \frac{1}{2} lr$$

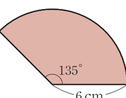


문제 2 다음 부채꼴의 호의 길이와 넓이를 구하여라.

(1)

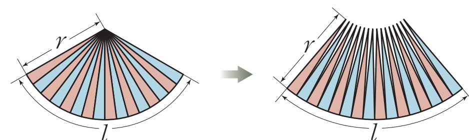


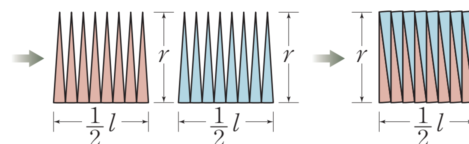
(2)



❸ $S = \frac{1}{2} lr$를 다음과 같은 방법으로도 구할 수 있다.

주어진 부채꼴을 같은 크기의 무수히 많은 부채꼴로 나누어 재배열하면 다음 그림과 같이 가로의 길이가 $\frac{1}{2} l$이고, 세로의 길이가 r인 직사각형에 가깝게 된다.





$$S = \frac{1}{2} lr$$

본문 해설

❶ 부채꼴의 호의 길이 l은 그 중심각의 크기에 정비례하는 성질을 이용하여 구한다.

(호의 길이) : (원주) = (중심각의 크기) : 360°

즉, $l : 2\pi r = x° : 360°$에서

$$l = 2\pi r \times \frac{x}{360}$$

❷ 부채꼴의 넓이 S는 그 중심각의 크기에 정비례하는 성질을 이용하여 구한다.

(부채꼴의 넓이) : (원의 넓이) = (중심각의 크기) : 360°

즉, $S : \pi r^2 = x° : 360°$에서

$$S = \pi r^2 \times \frac{x}{360}$$

2

목표| 부채꼴의 반지름의 길이와 중심각의 크기를 알 때, 부채꼴의 호의 길이와 넓이를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) 반지름의 길이는 5 cm이고, 중심각의 크기는 180°이므로

(호의 길이) $= 2\pi \times 5 \times \frac{180}{360} = \mathbf{5\pi(cm)}$

(넓이) $= \pi \times 5^2 \times \frac{180}{360} = \mathbf{\frac{25}{2}\pi(cm^2)}$

(2) 반지름의 길이는 6 cm이고, 중심각의 크기는 135°이므로

(호의 길이) $= 2\pi \times 6 \times \frac{135}{360} = \mathbf{\frac{9}{2}\pi(cm)}$

(넓이) $= \pi \times 6^2 \times \frac{135}{360} = \mathbf{\frac{27}{2}\pi(cm^2)}$

3

|출제 의도| 부채꼴의 호의 길이와 넓이를 구하는 문제를 만들고 풀어 봄으로써 부채꼴의 측정에 관한 내용을 확실히 익히게 하려는 문제이다.

예시| 반지름의 길이가 5 cm이고 중심각의 크기가 90°인 부채꼴의 호의 길이와 넓이를 구하여라.

풀이| (호의 길이)$=2\pi\times5\times\dfrac{90}{360}$

$=\dfrac{5}{2}\pi(\text{cm})$

(넓이)$=\pi\times5^2\times\dfrac{90}{360}=\dfrac{25}{4}\pi(\text{cm}^2)$

4

목표| 부채꼴의 반지름의 길이와 호의 길이를 알 때, 부채꼴의 넓이를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) (넓이)$=\dfrac{1}{2}\times2\pi\times3=\mathbf{3\pi(cm^2)}$

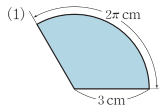
(2) (넓이)$=\dfrac{1}{2}\times5\times4=\mathbf{10(cm^2)}$

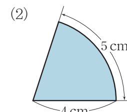
교과서 262 쪽



문제 3 문제 2와 같이 부채꼴의 호의 길이와 넓이를 구하는 문제를 만들고, 풀어 보아라.

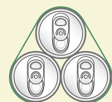
문제 4 다음 부채꼴의 넓이를 구하여라.





창의 UP

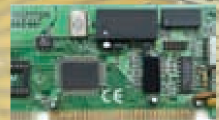
밑면인 원의 반지름의 길이가 3 cm인 원기둥 모양의 음료수 3개를 오른쪽 그림과 같이 테이프로 묶으려고 한다. 이때 필요한 테이프의 최소 길이를 구하는 과정을 설명하여라.



수학이 만난 세상 속 직업 이야기

반도체 디자이너

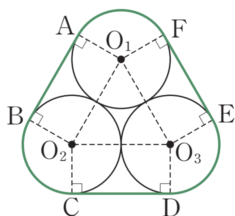
반도체는 원래 전기가 거의 통하지 않지만 빛이나 열 등을 가해 주면 전기가 통하고 이를 조절도 할 수 있는 물질이다. 반도체는 컴퓨터, 텔레비전, 스마트폰 등을 포함하여 거의 모든 전자 제품에 사용되고 있는데 반도체의 내부에는 직접 눈으로 보기 힘든 정교하게 그려진 회로가 있다. 이런 회로들은 서로 겹치지 않게 여러 가지 모양으로 되어 있으며, 그것을 이루는 선들의 굵기는 대부분 나노미터 단위이다. 이와 같은 반도체의 회로를 디자인하는 사람을 반도체 디자이너라고 한다.



창의 UP

|출제 의도| 테이프가 캔에 붙은 부분의 합이 원주와 같음을 알고, 필요한 테이프의 최소 길이를 구할 수 있도록 하기 위한 문제이다.

풀이| 원기둥 모양의 음료수의 밑면인 원의 반지름의 길이가 3 cm이고



$\overline{AB}=\overline{O_1O_2}$, $\overline{CD}=\overline{O_2O_3}$, $\overline{EF}=\overline{O_3O_1}$이므로

$\overline{AB}+\overline{CD}+\overline{EF}=6+6+6$

$=18(\text{cm})$

또한 $\overparen{AF}+\overparen{BC}+\overparen{DE}$의 길이는 반지름의 길이가 3 cm인 원의 원주와 같으므로

$2\pi\times3=6\pi(\text{cm})$

따라서 필요한 테이프의 최소 길이는 $(18+6\pi)$ cm이다.

직/업/관/련/자/료 반도체 디자이너

근무 환경 ● 연구소나 업체에 소속되어 근무한다. 전자 기기들이 빠른 추세로 변화함에 따라 작은 칩 안의 회로를 개선하거나 새로운 기능을 갖춘 회로를 설계한다.

적성 및 흥미 ● 반도체와 전기 공학 등 반도체 설계와 관련된 학문에 대한 지식과 흥미를 가지고 있어야 하며, 수학, 물리, 화학 등 기초적 과학 분야에 대한 재능이 요구된다. 또한 계속해서 발전하는 새로운 기술을 습득하려는 노력과 자기 계발 자세가 필요하고, 문제 해결을 위한 논리적 사고, 분석력, 그리고 정확한 판단력이 요구된다.

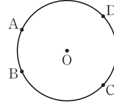
직업 전망 ● 대부분의 전기·전자 제품에는 반도체가 부품으로 사용된다. 우리나라의 뛰어난 기술력으로 반도체 그 자체도 상품 가치가 높지만 디지털 TV, 휴대폰 등과 같은 제품 시장의 성장과 더불어 반도체 디자이너의 수요가 꾸준히 증가할 것으로 전망된다.

교과서 263 쪽

중/단/원 기초

1 오른쪽 원 O 위에 다음을 나타내어라.

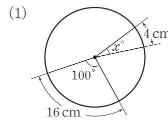
(1) 현 AB
(2) 호 CD
(3) $\overline{BC}$와 $\widehat{BC}$로 이루어진 활꼴
(4) $\overline{OA}$, $\overline{OD}$, $\widehat{AD}$로 이루어진 부채꼴



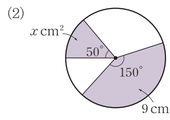
> 부채꼴의 호의 길이와 넓이는 각각 중심각의 크기에 정비례한다.

2 다음 그림에서 x의 값을 구하여라.

(1)



(2)

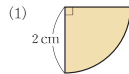


3 반지름의 길이가 4 cm인 원의 원주 l과 원의 넓이 S를 구하여라.

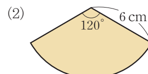
> 반지름의 길이가 r이고, 중심각의 크기가 $x°$인 부채꼴에서
> (1) 호의 길이 l
> $l=2\pi r\times\frac{x}{360}$
> (2) 넓이 S
> $S=\pi r^2\times\frac{x}{360}=\frac{1}{2}lr$

4 다음 부채꼴의 호의 길이와 넓이를 구하여라.

(1)

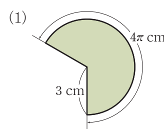


(2)

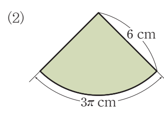


5 다음 부채꼴의 넓이를 구하여라.

(1)



(2)

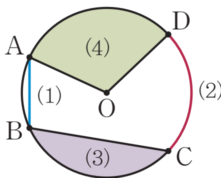


중/단/원 기초

1

목표| 원에서 현, 호, 활꼴, 부채꼴의 뜻을 알게 한다.

풀이|



2

목표| 한 원에서 부채꼴의 중심각과 호의 관계를 활용하여 주어진 중심각의 크기와 부채꼴의 넓이를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) 한 원에서 부채꼴의 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로

$16:4=100:x$, $16x=400$, $x=\mathbf{25}$

(2) 한 원에서 부채꼴의 넓이는 중심각의 크기에 정비례하므로

$x:9=50:150$, $150x=450$, $x=\mathbf{3}$

3

목표| 반지름의 길이를 알 때, 원주와 원의 넓이를 구할 수 있게 한다.

풀이| $l=2\pi\times4=\mathbf{8\pi(cm)}$

$S=\pi\times4^2=\mathbf{16\pi(cm^2)}$

4

목표| 부채꼴의 반지름의 길이와 중심각의 크기를 알 때, 부채꼴의 호의 길이와 넓이를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) 반지름의 길이는 2 cm이고, 중심각의 크기는 90°이므로

(호의 길이)$=2\pi\times2\times\frac{90}{360}=\mathbf{\pi(cm)}$

(넓이)$=\pi\times2^2\times\frac{90}{360}=\mathbf{\pi(cm^2)}$

(2) 반지름의 길이는 6 cm이고, 중심각의 크기는 120°이므로

(호의 길이)$=2\pi\times6\times\frac{120}{360}=\mathbf{4\pi(cm)}$

(넓이)$=\pi\times6^2\times\frac{120}{360}=\mathbf{12\pi(cm^2)}$

5

목표| 부채꼴의 반지름의 길이와 호의 길이를 알 때, 부채꼴의 넓이를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) (넓이)$=\frac{1}{2}\times4\pi\times3=\mathbf{6\pi(cm^2)}$

(2) (넓이)$=\frac{1}{2}\times3\pi\times6=\mathbf{9\pi(cm^2)}$

읽/기/자/료 π의 사용

π는 '둘레'를 의미하는 그리스 어 'περιφερεια'의 머리글자에서 따왔다고 한다. π를 처음으로 사용한 사람은 1706년 영국의 수학자 존스(Jones, W.: 1675~1749)이지만, 1737년 수학자 오일러(Euler, L.: 1707~1783)가 사용한 후부터 일반적으로 사용하게 되었다.

중/단/원 기본

1

목표| 주어진 그림에서 호에 대한 중심각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| 정팔각형의 한 변에 대한 중심각의 크기는 $\frac{360^\circ}{8}=45^\circ$이므로 호 AB에 대한 중심각의 크기는 $45^\circ\times3=\mathbf{135^\circ}$

2

목표| 부채꼴의 중심각의 크기와 넓이를 알 때, 원의 넓이를 구할 수 있게 한다.

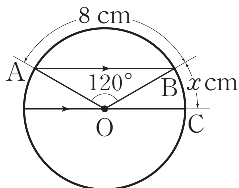
풀이| 원의 넓이를 $x\ \mathrm{cm}^2$라고 하면

$30:360=5:x$, $x=\mathbf{60(cm^2)}$

3

목표| 부채꼴의 중심각과 호의 관계를 이용하여 x의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| (1)



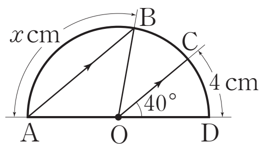
△AOB는 이등변삼각형이므로

$\angle OBA=\angle OAB=30^\circ$

$\overline{OC}/\!/\overline{AB}$이므로 $\angle COB=\angle OBA=30^\circ$(엇각)

따라서 $8:x=120:30$이므로 $x=\mathbf{2}$

(2) $\overline{AB}/\!/\overline{OC}$이므로



$\angle BAO=\angle COD$

$=40^\circ$(동위각)

$\overline{OA}=\overline{OB}$이므로

$\angle OBA=\angle OAB=40^\circ$

△OAB에서 $\angle AOB=180^\circ-(40^\circ+40^\circ)=100^\circ$

따라서 $x:4=100:40$이므로 $x=\mathbf{10}$

4

목표| 색칠한 부채꼴의 넓이를 구할 수 있게 한다.

풀이| 정육각형의 한 내각의 크기는

$\frac{180^\circ\times(6-2)}{6}=120^\circ$

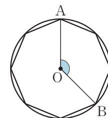
교과서 264 쪽

중/단/원 기본

수준별

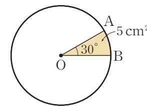
부채꼴의 중심각과 호의 관계

1 오른쪽 그림과 같이 원 위에 8개의 점을 찍어 정팔각형을 만들었다. 이때 호 AB에 대한 중심각의 크기를 구하여라.



부채꼴의 넓이와 중심각의 크기

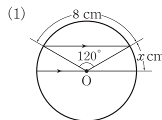
2 오른쪽 그림에서 부채꼴 AOB의 넓이가 $5\ \mathrm{cm}^2$일 때, 원 O의 넓이를 구하여라.



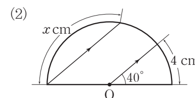
부채꼴의 호의 길이와 중심각의 크기

3 다음 그림에서 x의 값을 구하여라.

(1)

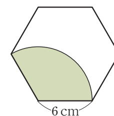


(2)



부채꼴의 넓이

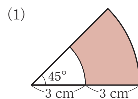
4 오른쪽 그림과 같이 한 변의 길이가 6 cm인 정육각형에서 색칠한 부채꼴의 넓이를 구하여라.



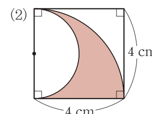
부채꼴의 호의 길이와 넓이

5 다음 그림에서 색칠한 부분의 둘레의 길이와 넓이를 구하여라.

(1)



(2)



(부채꼴의 넓이)$=\pi\times6^2\times\frac{120}{360}=\mathbf{12\pi(cm^2)}$

5

목표| 색칠한 부분의 둘레의 길이와 넓이를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) (둘레의 길이)

$=2\pi\times3\times\frac{45}{360}+2\pi\times6\times\frac{45}{360}+3+3$

$=\mathbf{\frac{9}{4}\pi+6(cm)}$

(넓이)$=\pi\times6^2\times\frac{45}{360}-\pi\times3^2\times\frac{45}{360}=\mathbf{\frac{27}{8}\pi(cm^2)}$

(2) (둘레의 길이)

$=2\pi\times4\times\frac{90}{360}+2\pi\times2\times\frac{180}{360}+4=\mathbf{4\pi+4(cm)}$

(넓이)$=\pi\times4^2\times\frac{90}{360}-\pi\times2^2\times\frac{180}{360}=\mathbf{2\pi(cm^2)}$

교과서 265 쪽

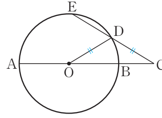
중 / 단 / 원 실력

• 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

1 오른쪽 그림에서

$\overline{OD}=\overline{CD}$, $\overline{BD}=4$ cm

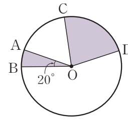
일 때, $\widehat{AE}$의 길이를 구하여라.



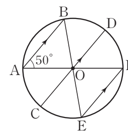
2 오른쪽 그림에서 원 O의 넓이가 36 cm²이고

$\angle AOB=20^\circ$, $\angle COD=4\angle AOB$

일 때, 색칠한 두 부채꼴의 넓이의 합을 구하여라.



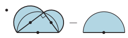
3 오른쪽 그림에서 $\overline{AF}$, $\overline{BE}$, $\overline{CD}$는 원 O의 지름이고, $\overline{AB}/\!/\overline{CD}/\!/\overline{EF}$이다. $\angle BAO=50^\circ$일 때, $\widehat{AC}$와 길이가 같은 호를 모두 말하여라.



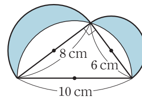
• 도형의 일부분을 이동하여 간단한 모양으로 만들어 본다.

4 다음 그림에서 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



• 

5 오른쪽 그림은 직각삼각형의 세 변을 각각 지름으로 하는 반원을 그린 것이다. 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



중/단/원 실력

1

목표| 부채꼴의 중심각과 호의 관계를 이용하여 주어진 호의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\angle DCO=x$라고 하자.

$\triangle OCD$에서 $\angle EDO=2x$

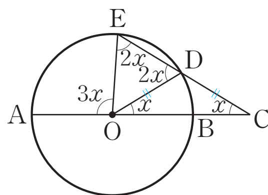
$\triangle ODE$에서 $\overline{OD}=\overline{OE}$이므로

$\angle OED=\angle ODE=2x$

$\triangle OCE$에서 $\angle AOE=3x$

$\widehat{AE}:\widehat{BD}=3:1$, $\widehat{AE}:4=3:1$

따라서 $\widehat{AE}=$**12 cm**이다.



2

목표| 부채꼴의 중심각의 크기와 넓이의 관계를 이용하여 주어진 부채꼴의 넓이를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\angle COD=4\angle AOB=4\times 20^\circ=80^\circ$

부채꼴 AOB의 넓이를 x cm²라고 하면

$x:36=20:360$에서 $x=2$

부채꼴 COD의 넓이를 y cm²라고 하면

$y:36=80:360$에서 $y=8$

따라서 색칠한 두 부채꼴의 넓이의 합은

$2+8=$**10(cm²)**

3

목표| 부채꼴의 중심각과 호의 관계를 이용하여 길이가 같은 호를 찾을 수 있게 한다.

풀이| $\angle AOC=\angle BAO=50^\circ$(엇각)

$\angle DOF=\angle AOC=50^\circ$(맞꼭지각)

$\triangle AOB$에서 $\angle OBA=\angle OAB=50^\circ$

$\angle AOB=80^\circ$이므로 $\angle COE=50^\circ$

$\angle BOD=\angle COE=50^\circ$(맞꼭지각)

따라서 $\angle AOC=\angle DOF=\angle COE=\angle BOD$

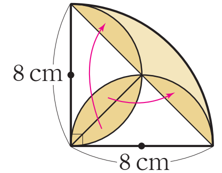
이므로 $\widehat{AC}$와 길이가 같은 호는

$\widehat{\mathbf{DF}}$, $\widehat{\mathbf{CE}}$, $\widehat{\mathbf{BD}}$

4

목표| 색칠한 부분의 넓이를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) 오른쪽 그림과 같이 생각하면 구하는 넓이는

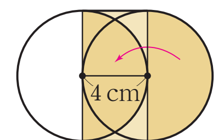


$\pi\times 8^2\times\dfrac{90}{360}-\dfrac{1}{2}\times 8\times 8$

$=$**16π−32(cm²)**

(2) 오른쪽 그림과 같이 생각하면 구하는 넓이는

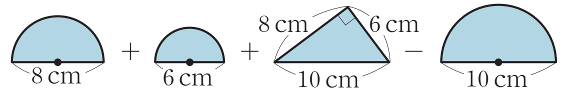
$4\times 8=$**32(cm²)**



5

목표| 색칠한 부분의 넓이를 구할 수 있게 한다.

풀이|



$(\text{넓이})=\pi\times 4^2\times\dfrac{180}{360}+\pi\times 3^2\times\dfrac{180}{360}$

$+\dfrac{1}{2}\times 8\times 6-\pi\times 5^2\times\dfrac{180}{360}$

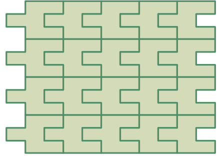
$=$**24(cm²)**

수행 과제

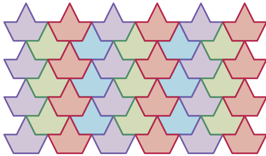
● 수행 과제 의도

이 수행 과제는 평면도형을 이용하여 테셀레이션을 만들어 봄으로써 학생들의 흥미를 유발하고, 도형의 아름다움을 느끼도록 하기 위한 것이다.

과제 1 _풀이



과제 2 _예시



교과서 266 쪽

수 행 과 제

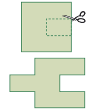
어떻게 빈틈없이 평면을 덮을까?

평면을 빈틈없이 겹치지 않게 채우는 것을 테셀레이션이라고 한다. 테셀레이션은 우리 생활 주변의 벽지나 거실 바닥을 비롯하여 조각보 등과 같은 한국의 전통 문양에서도 많이 찾아볼 수 있다.
평면을 겹치지 않게 덮을 수 있는 정다각형에는 정삼각형과 정사각형, 그리고 정육각형이 있는데 정다각형을 이용한 테셀레이션의 조각 하나하나의 모양은 이들 도형을 이용하여 만들어진다.

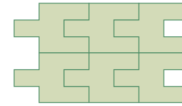
정사각형을 이용하여 테셀레이션을 만드는 과정은 다음과 같다.

❶ 정사각형 모양의 색종이를 여러 장 준비하고, 오른쪽 그림과 같이 만들고자 하는 문양을 색종이에 그려 오려 낸다.

❷ 오려 낸 조각을 오른쪽 그림과 같이 색종이 왼쪽 부분에 붙인다.

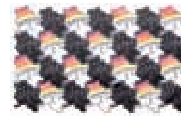


❸ 여러 장의 색종이를 ❷와 같은 방법으로 만들어 다음 그림과 같이 이어 붙인다.



과제 1 가로로 5개, 세로로 4개가 되도록 위에서 설명한 테셀레이션을 완성하여 보자.

과제 2 직사각형을 이용하여 다음과 같은 다양한 테셀레이션을 만들어 보자.





교과서 267 쪽

학습에 대한 자/기/평/가

이름: ____________

점검 항목				
학습 내용	다각형의 성질을 이해하였는가?			
	부채꼴의 중심각과 호의 관계를 이해하였는가?			
	부채꼴의 호의 길이와 넓이를 구할 수 있는가?			
학습 태도	학습 준비물을 잘 준비하였는가?			
	수업 시간에 적극적으로 참여하였는가?			
	문제를 풀 때 끈기 있게 도전하였는가?			
	복습과 예습을 꼼꼼히 하였는가?			

재미있었거나 어려웠던 내용 적어 보기

더 알고 싶거나 궁금한 점 적어 보기

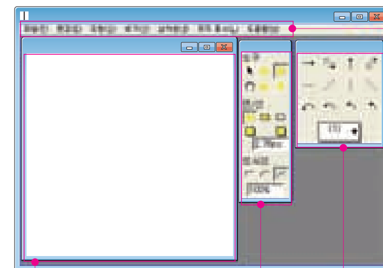
스스로 평가하기



선생님 의견

지/도/자/료

테셀레이션은 라틴어의 정사각형 모양의 돌 또는 타일을 뜻하는 테셀라(tessella)에서 유래된 말로 우리말로는 쪽매맞춤이라고 한다. 컴퓨터에서 소프트웨어를 이용하여 테셀레이션을 만들어 보자.



메뉴 모음
여러 가지 메뉴를 선택한다.

도구 모음 창
도형을 그리는 데 필요한 도구를 선택한다.

작업 창
도형이 그려지는 창이다.

변환 모음 창
도형의 회전, 대칭, 복제 등 여러 가지 변환을 선택한다.

교과서 268 쪽

VI. 평면도형

대단원 핵심 한눈에 보기

① 다각형

대각선의 개수	n각형의 대각선의 총수는 $\frac{n(n-3)}{2}$개
삼각형의 내각과 외각	(1) 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이다. (2) 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다. x, y, $x+y$
다각형의 내각	(1) n각형의 내각의 크기의 합은 $180^\circ\times(n-2)$ (2) 정n각형의 한 내각의 크기는 $\frac{180^\circ\times(n-2)}{n}$
다각형의 외각	(1) n각형의 외각의 크기의 합은 360°이다. (2) 정n각형의 한 외각의 크기는 $\frac{360^\circ}{n}$

② 부채꼴

활꼴과 부채꼴	호, 활꼴, 현 / 부채꼴, 중심각
부채꼴의 중심각과 호의 관계	한 원에서 (1) 크기가 같은 중심각에 대한 부채꼴의 호의 길이와 넓이는 각각 같다. (2) 부채꼴의 호의 길이와 넓이는 각각 중심각의 크기에 정비례한다. F, E, O, D, A, B, C

③ 부채꼴의 호의 길이와 넓이

원주와 원의 넓이	반지름의 길이가 r인 원에서 원주 l과 원의 넓이 S는 $l=2\pi r,\ S=\pi r^2$
부채꼴의 호의 길이와 넓이	반지름의 길이가 r이고, 중심각의 크기가 x°인 부채꼴의 호의 길이 l과 넓이 S는 $l=2\pi r\times\frac{x}{360}$ $S=\pi r^2\times\frac{x}{360}=\frac{1}{2}lr$ l, S, x°, r

이번 단원에서 배운 용어와 기호

- 내각, 외각, 현, 호, 활꼴, 부채꼴, 중심각
- $\overset{\frown}{AB}$, π

지도 내용

1. 다각형의 내각, 외각의 뜻을 알고 구분하며, 다각형의 대각선의 총수와 내각과 외각의 크기의 합을 구할 수 있도록 한다.

2. 원과 부채꼴에 관한 여러 가지 용어의 뜻을 알고, 부채꼴의 중심각의 크기, 호의 길이, 넓이를 구할 수 있도록 한다.

교과서 269 쪽

홍수가 나더라도 …



생각 키/우/기 | 부채꼴의 중심각의 크기에 정비례하는 것은 무엇이 있는지 알아보자.

만화로 보는 수학 이야기

만화에서와 같이 이집트에서는 나일 강이 범람하고 나면 비옥한 평야가 생겼지만 토지들이 침수되어 사라지거나 기존 경계선이 없어졌기 때문에 땅을 적절하게 재분배할 필요가 있었다. 이때마다 농토의 경계를 측량하면서 도형에 관한 학문인 '기하학'이 시작되었다. 이번 단원에서는 원 또는 부채꼴의 넓이에 대하여 지도하였다.

생각 키/우/기

부채꼴의 중심각의 크기에 정비례하는 것은 부채꼴의 호의 길이와 넓이이다.

대/단/원 평가 문제

1

목표| 구각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수를 구할 수 있게 한다.

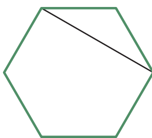
풀이| n각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 $(n-3)$개이므로 구각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 $9-3=6$(개)

답 ③

2

목표| 주어진 조건에 맞는 다각형의 대각선의 총수를 구할 수 있게 한다.

풀이|



조건을 만족하는 다각형은 육각형이므로 대각선의 총수는

$\dfrac{6\times(6-3)}{2}=9$(개)

답 ①

교과서 270 쪽

대/단/원 평가 문제

선/택/형

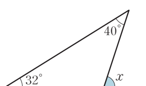
1 구각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는?

① 4개 ② 5개 ③ 6개
④ 7개 ⑤ 8개

2 어떤 다각형의 한 꼭짓점에서 한 개의 대각선을 그었더니 삼각형, 오각형으로 나누어졌다. 이 다각형의 대각선의 총수는?

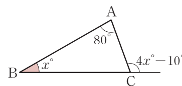
① 9개 ② 14개 ③ 20개
④ 27개 ⑤ 35개

3 오른쪽 그림에서 $\angle x$의 크기는?



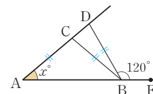
① 60° ② 68°
③ 72° ④ 78°
⑤ 82°

4 다음 그림에서 $\angle BAC=80°$일 때, x의 값은?



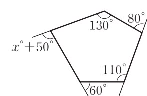
① 20 ② 25 ③ 27
④ 30 ⑤ 32

5 다음 그림에서 $\overline{AC}=\overline{BC}=\overline{BD}$이고 $\angle DBE=120°$일 때, x의 값은?



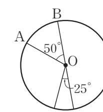
① 25 ② 30 ③ 35
④ 40 ⑤ 45

6 오른쪽 그림에서 x의 값은?



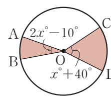
① 50 ② 60
③ 70 ④ 80
⑤ 90

7 오른쪽 그림에서 $\overline{BD}$는 원 O의 지름이고 $\angle AOB=50°$, $\angle COD=25°$일 때, 다음 중에서 옳은 것은?



① $\widehat{AB}=2\widehat{CD}$ ② $\overline{AB}=\overline{CD}$
③ $\overline{AB}=2\overline{CD}$ ④ $\triangle AOB=2\triangle COD$
⑤ $\angle AOC=\dfrac{2}{3}\angle BOD$

8 오른쪽 그림에서 부채꼴 COD의 넓이가 부채꼴 AOB의 넓이의 2배일 때, x의 값은?



① 10 ② 15 ③ 20
④ 25 ⑤ 30

3

목표| 삼각형의 내각과 외각 사이의 관계를 이용하여 주어진 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같으므로

$\angle x=32°+40°=72°$

답 ③

4

목표| 삼각형의 내각과 외각 사이의 관계를 이용하여 x의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같으므로 $x°+80°=4x°-10°$

따라서 $x=30$이다.

답 ④

5

목표| 그림에서 주어진 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\overline{CA}=\overline{CB}$이므로 $\angle CBA=\angle CAB=x°$

$\triangle CAB$에서 $\angle DCB=x°+x°=2x°$

$\overline{BC}=\overline{BD}$이므로 $\angle CDB=\angle DCB=2x°$

$\triangle DAB$에서

$\angle DAB+\angle ADB=x°+2x°=120°$

따라서 $x=40$이다.

답 ④

6

목표| 다각형의 외각의 크기의 합을 이용하여 x의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| 다각형의 외각의 크기의 합은 $360°$이므로

$(x°+50°)+60°+70°+80°+50°=360°$

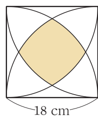
따라서 $x=50$이다.

답 ①

교과서 271 쪽

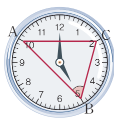
Ⅵ. 평면도형

9 오른쪽 그림과 같은 정사각형에서 한 변의 길이가 18 cm일 때, 색칠한 부분의 둘레의 길이는?



① 12π cm ② 13π cm ③ 14π cm ④ 15π cm ⑤ 16π cm

10 오른쪽 그림은 시계에서 시각을 나타내는 숫자 10, 5, 2에 각각 점 A, 점 B, 점 C를 잡아 삼각형 ABC를 그린 것이다. 이때 $\angle ABC$의 크기는?



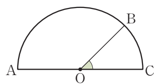
① 15° ② 30° ③ 45° ④ 60° ⑤ 75°

서/답/형

11 한 내각과 한 외각의 크기의 비가 5 : 1인 정다각형의 한 외각의 크기를 구하여라.

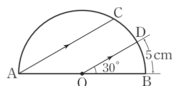
12 대각선의 총수가 35개인 정다각형의 한 내각의 크기와 한 외각의 크기를 각각 구하여라.

13 다음 그림에서 $\widehat{AB}=4\widehat{BC}$일 때, $\angle BOC$의 크기를 구하여라.



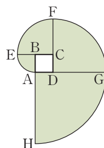
|서술형|

14 다음 그림과 같은 반원 O에서 $\overline{AC}/\!/\overline{OD}$, $\angle BOD=30^\circ$, $\widehat{BD}=5$ cm일 때, $\widehat{AC}$의 길이를 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라.



|서술형|

15 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 2 cm인 정사각형 ABCD의 네 꼭짓점을 중심으로 부채꼴을 그렸을 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라. (단, $\overline{AB}=\overline{BE}$, $\overline{CE}=\overline{CF}$, $\overline{DF}=\overline{DG}$, $\overline{AG}=\overline{AH}$)



7

목표| 한 원에서 부채꼴의 중심각과 호의 관계를 알게 한다.

풀이| 한 원에서 부채꼴의 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로 $\widehat{AB} : \widehat{CD}=50 : 25=2 : 1$

따라서 $\widehat{AB}=2\widehat{CD}$이다.

답 ①

8

목표| 한 원에서 부채꼴의 중심각의 크기와 넓이의 관계를 이용하여 x의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| 한 원에서 부채꼴의 넓이는 중심각의 크기에 정비례하므로 $(2x^\circ-10^\circ) : (x^\circ+40^\circ)=1 : 2$

$2(2x^\circ-10^\circ)=x^\circ+40^\circ$

$4x^\circ-20^\circ=x^\circ+40^\circ$

$3x^\circ=60^\circ$

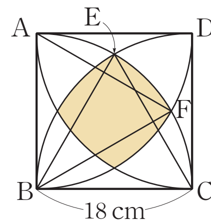
따라서 $x=20$이다.

답 ③

9

목표| 색칠한 부분의 둘레의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이|



$\overline{AF}=\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{BF}$이므로 $\triangle ABF$는 정삼각형이다. 또 $\overline{BE}=\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{CE}$이므로 $\triangle BCE$는 정삼각형이다.

$\angle EBF=60^\circ+60^\circ-90^\circ=30^\circ$

$\widehat{EF}=2\pi\times18\times\dfrac{30}{360}=3\pi(\text{cm})$

따라서 색칠한 부분의 둘레의 길이는

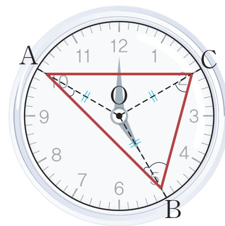
$4\times\widehat{EF}=4\times3\pi=12\pi(\text{cm})$

답 ①

10

목표| 시계에서 세 점으로 이루어진 삼각형의 한 내각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| 시계에서 숫자와 숫자 사이의 호에 대한 중심각의 크기는



$\dfrac{360^\circ}{12}=30^\circ$

$\angle AOB=5\times30^\circ=150^\circ$

$\angle BOC=3\times30^\circ=90^\circ$

$\triangle AOB$는 이등변삼각형이므로 $\angle ABO=15^\circ$

$\triangle BOC$는 이등변삼각형이므로 $\angle CBO=45^\circ$

$\angle ABC=\angle ABO+\angle CBO=15^\circ+45^\circ=60^\circ$

답 ④

11

목표| 정다각형의 한 내각과 한 외각의 크기의 비를 알 때, 한 외각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| 정다각형의 한 내각의 크기와 한 외각의 크기를 각각 $5x$, x라고 하면 $5x+x=180^\circ$

따라서 $x=30^\circ$이다.

답 30°

12

목표| 정다각형의 대각선의 총수를 알 때, 한 내각의 크기와 한 외각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\frac{n(n-3)}{2}=35$에서 $n=10$

따라서 대각선의 총수가 35개인 정다각형은 정십각형이다.

(정십각형의 한 내각의 크기)$=\frac{180^\circ\times(10-2)}{10}$

$=144^\circ$

(정십각형의 한 외각의 크기)$=\frac{360^\circ}{10}=36^\circ$

답 144°, 36°

13

목표| 부채꼴의 호의 길이의 비를 알 때, 주어진 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\overset{\frown}{AB}=4\overset{\frown}{BC}$이므로

$\angle AOB=4\angle BOC$

$\angle BOC=x$라고 하면 $\angle AOB=4x$이므로

$\angle AOB+\angle BOC=4x+x=180^\circ$

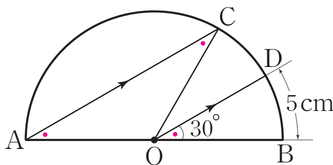
$x=36^\circ$

답 36°

14

목표| 부채꼴의 중심각의 크기와 호의 길이의 관계를 이용하여 주어진 호의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이|



$\overline{AC}/\!/\overline{OD}$이므로

$\angle CAO=\angle DOB=30^\circ$(동위각) … ㉠

$\overline{AO}=\overline{CO}$(반지름)이므로

$\angle ACO=\angle CAO=30^\circ$ … ㉡

$\triangle AOC$에서 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle AOC=180^\circ-(\angle CAO+\angle ACO)$

$=180^\circ-(30^\circ+30^\circ)$

$=120^\circ$ … ㉢

부채꼴의 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로

$30:120=\overset{\frown}{BD}:\overset{\frown}{AC}$ … ㉣

$30:120=5:\overset{\frown}{AC}$

따라서 $\overset{\frown}{AC}=20$ cm이다. … ㉤

답 20 cm

채점 기준

영역 \ 요소	채점 요소		배점
해결 과정	$\overline{AC}/\!/\overline{OD}$임을 이용하여 $\angle CAO$의 크기 구하기	㉠	20%
	$\angle ACO$의 크기 구하기	㉡	20%
	$\angle AOC$의 크기 구하기	㉢	20%
	비례식 세우기	㉣	30%
답 구하기	$\overset{\frown}{AC}$의 길이 구하기	㉤	10%

15

목표| 색칠한 부분의 넓이를 구할 수 있게 한다.

풀이| 부채꼴 ABE는 반지름의 길이가 2 cm인 원의 $\frac{1}{4}$,

부채꼴 ECF는 반지름의 길이가 4 cm인 원의 $\frac{1}{4}$,

부채꼴 FDG는 반지름의 길이가 6 cm인 원의 $\frac{1}{4}$,

부채꼴 GAH는 반지름의 길이가 8 cm인 원의 $\frac{1}{4}$이다.

… ㉠

(넓이)$=\pi\times2^2\times\frac{1}{4}+\pi\times4^2\times\frac{1}{4}$

$+\pi\times6^2\times\frac{1}{4}+\pi\times8^2\times\frac{1}{4}$ … ㉡

$=\pi+4\pi+9\pi+16\pi$

$=30\pi(\text{cm}^2)$ … ㉢

답 30π cm^2

채점 기준

영역 \ 요소	채점 요소		배점
해결 과정	부채꼴 4개의 반지름의 길이 구하기	㉠	40%
	식 세우기	㉡	40%
답 구하기	색칠한 부분의 넓이 구하기	㉢	20%

교과서 272 쪽

수학산책

기하학의 발전

인류 최초의 기하학적 고찰은 아주 먼 옛날에 물리적 형태를 인식하고 모양과 크기를 비교하는 인간의 능력에서 나온 간단한 관찰로부터 무의식적으로 생겨났다.

특히 인간은 제멋대로 생긴 듯한 자연의 형상들 중에서 특별한 모양의 곡선들과 도형들을 찾아내었다.

예를 들어 해와 보름달의 둥근 원 모양과 무지개의 호 그리고 돌을 던지거나 창을 던질 때 나타나는 포물선 궤도, 늘어진 포도나무 줄기의 현수선 모양의 곡선, 연못에 돌을 던졌을 때와 나무를 잘랐을 때 나타나는 나이테의 동심원, 둥근 과일의 구 모양, 조개껍데기의 퍼져 나가는 둥근 호 모양, 거미집의 방사상 모양 등은 인간의 잠재의식을 감동시키기에 충분했다.

이와 같이 인간의 무의식과 단순히 인간을 감동시킨 자연에서 시작된 기하학을 '잠재적 기하학'이라고 한다.

잠재적 기하학은 모든 사람들이 본능적으로 알고 있는 '직선은 두 점을 연결하는 최단 경로이다.'와 같은 자연 현상에서 흔히 볼 수 있는 것들이 그 대상이었다.



교과서 273 쪽

인류의 4대 문명은 아프리카의 나일 강, 서아시아의 티그리스 강과 유프라테스 강, 중앙아시아의 인더스 강, 동아시아의 황하 강 등 주로 강 유역에서 발생하였는데, 그 이유는 삼각주가 발달하였고, 강의 범람으로 비옥한 토지가 있었으며, 물자의 수송이 편리하였고, 강으로부터 물과 조개나 물고기 같은 음식물을 쉽게 구할 수 있었기 때문이다.

따라서 무의식에서 시작된 초기의 기하학은 주로 농업이나 토목, 건축, 치수, 세금과 같은 실용적인 산술과 측량 분야에서 발전하게 되었다.

초기 기하학은 논증이 없는 단순한 과정의 수학이었고, 그로 인하여 오류도 대단히 많았다.

기하학은 첫 번째 단계인 잠재적 기하학에서 다음 단계인 '실험적 기하학' 또는 '과학적 기하학'으로 발전하였다. 실험적 기하학은 구체적인 기하학적 관계들의 모임으로부터 일반적이고 추상적인 관계를 추측하고, 직접 실험을 해서 결과를 확인했던 기하학이다.

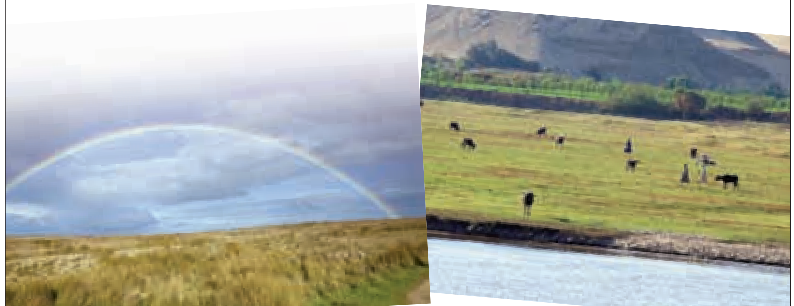
예를 들어 '삼각형의 내각의 크기의 합은 $180°$이다.'라는 사실은 종이를 삼각형으로 오려 내고 꼭짓점이 한 곳에 모이도록 접어 봄으로써 확인할 수 있다.

이와 같은 단계가 바로 실험적 기하학 또는 과학적 기하학이라고 불리는 두 번째 단계이며, 기원전 600년경 이전에 기록된 모든 기하학은 모두 이 단계의 것이다.

기하학의 세 번째 단계는 기하학을 실험실에서 연구실로 옮겨간 '논증적 기하학'이다.

논증적 기하학은 그리스의 수학자 탈레스(Thales : ? B.C. 624～? B.C. 546)에서 시작되었다.

그는 고대 7현인 중 한 사람으로 일컬어지며, 처음으로 증명을 하기 시작하였다.



읽/기/자/료 원을 360등분하는 이유

옛날 바빌로니아에는 약 11.2 km인 '바빌로니아 마일'이라는 거리를 재는 단위가 있었다. 바빌로니아인들은 시간을 측정할 때에도 이 단위를 사용했는데, 하루의 길이를 재어 보니 하루 동안 갈 수 있는 거리가 12바빌로니아 마일이었다. 하지만 하루를 12등분하는 것이 불편해서 다시 각각을 30등분하여 시간을 측정했다. 결국 그들은 하루를 $12\times30=360$으로 나누게 되었고, 하루가 되려면 하늘이 한 바퀴를 돌아야 한다고 생각했기 때문에 원을 360등분하게 되었다.

선/택/형

1 다음 설명 중 옳은 것만을 〈보기〉에서 있는 대로 고른 것은? [5점]

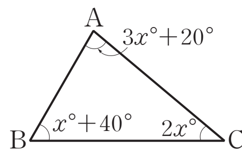
보기
ㄱ. 모든 변의 길이가 같은 다각형은 정다각형이다.
ㄴ. 세 변의 길이가 같은 삼각형은 정삼각형이다.
ㄷ. 다각형에서 한 내각에 대하여 외각은 두 개씩 있고, 이 두 외각의 크기의 합은 180°이다.
ㄹ. 정삼각형의 한 외각의 크기는 60°이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ, ㄹ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ, ㄹ

2 십각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수를 x개, 대각선의 총수를 y개라고 할 때, $x+y$의 값은? [5점]

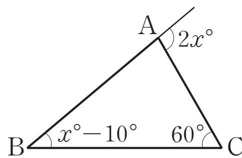
① 38 ② 40 ③ 42
④ 44 ⑤ 46

3 오른쪽 그림과 같은 삼각형 ABC에서 x의 값은? [5점]



① 10 ② 15
③ 20 ④ 25
⑤ 30

4 오른쪽 그림과 같은 삼각형 ABC에서 x의 값은? [6점]



① 30 ② 35
③ 40 ④ 45
⑤ 50

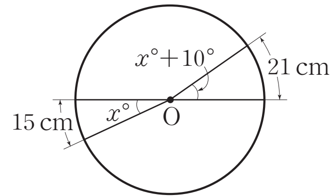
5 내각의 크기의 합이 1800°인 다각형은? [5점]

① 십각형 ② 십이각형 ③ 십사각형
④ 십육각형 ⑤ 십팔각형

6 한 원에서 부채꼴과 활꼴이 같아지는 경우의 중심각의 크기는? [5점]

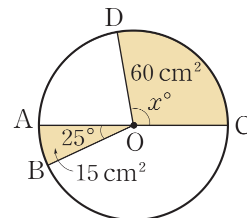
① 90° ② 120° ③ 150°
④ 180° ⑤ 210°

7 다음 그림에서 x의 값은? [5점]



① 25 ② 27 ③ 29
④ 31 ⑤ 33

8 다음 그림의 원 O에서 부채꼴 AOB의 넓이가 15 cm^2이고, 부채꼴 COD의 넓이가 60 cm^2일 때, x의 값은? [5점]

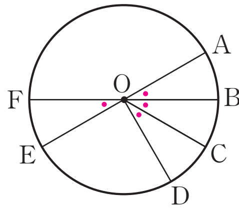


① 40 ② 60 ③ 80
④ 100 ⑤ 120

9 다음 그림의 원 O에서

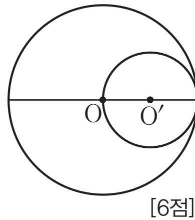
$\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = \angle EOF$

이다. $\overline{AB}=2$일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개) [6점]



① $\overline{CD}=2$ ② $\overline{EF}=4$ ③ $\overline{AC}=4$
④ $\overline{AD}=6$ ⑤ $\overline{AC}=\overline{BD}$

10 오른쪽 그림과 같이 원 O의 내부에 원 O의 반지름의 길이를 지름으로 하는 원 O′이 있다. 원 O의 둘레의 길이와 원 O′의 둘레의 길이의 비는? [6점]

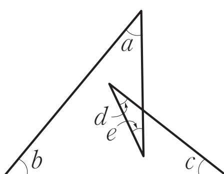


① 2 : 1 ② 3 : 2 ③ 4 : 3
④ 5 : 4 ⑤ 6 : 5

서/답/형

11 내각의 크기의 합이 1260°인 다각형의 대각선의 총수를 구하여라. [7점]

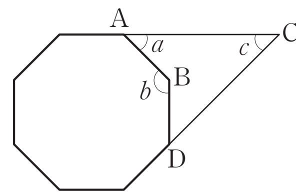
12 다음 그림에서 $\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e$의 크기를 구하여라. [7점]



13 다음 조건을 만족하는 정다각형에 대하여 대각선의 총수를 구하여라. [7점]

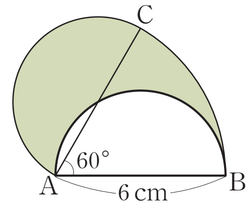
(한 내각의 크기) : (한 외각의 크기)=2 : 1

14 다음 그림에서 $\overline{AC}$와 $\overline{CD}$가 정팔각형의 두 변의 연장선일 때, $\angle a$, $\angle b$, $\angle c$의 크기를 각각 구하여라. [8점]



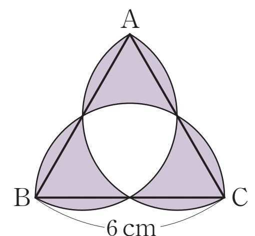
| 서술형 |

15 오른쪽 그림은 $\overline{AB}$를 지름으로 하는 반원을 점 A를 중심으로 60°만큼 회전한 것이다. 색칠한 부분의 넓이를 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라. [9점]



| 서술형 |

16 오른쪽 그림은 한 변의 길이가 6 cm인 정삼각형 ABC에서 세 변을 지름으로 하여 세 개의 반원을 그린 것이다. 색칠한 부분의 둘레의 길이를 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라. [9점]



60점 미만이면 **하 · 수준** 문제를, 60점 이상 80점 미만이면 **중 · 수준** 문제를, 80점 이상이면 **상 · 수준** 문제를 풀어 보세요.

단 / 원 / 종 / 합 / 평 / 가

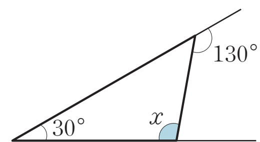
하 · 수준

1 다음 다각형의 대각선의 총수를 구하여라.

(1) 칠각형 (2) 구각형

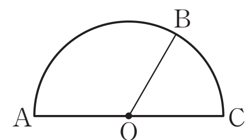
(3) 십오각형 (4) 이십각형

2 오른쪽 그림에서 $\angle x$의 크기를 구하여라.

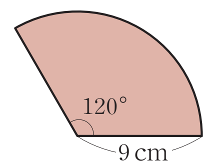


3 정십이각형의 한 내각의 크기와 한 외각의 크기를 각각 구하여라.

4 오른쪽 그림과 같은 반원에서 $\widehat{AC}=3\widehat{BC}$일 때, $\angle BOC$의 크기를 구하여라.



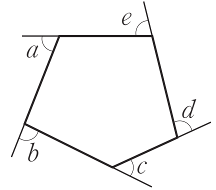
5 오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가 9 cm, 중심각의 크기가 120°인 부채꼴의 호의 길이와 넓이를 각각 구하여라.



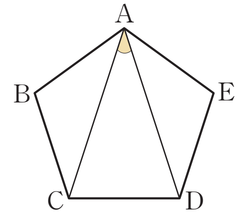
중·수준

1 한 외각의 크기가 30°인 정다각형의 대각선의 총수를 구하여라.

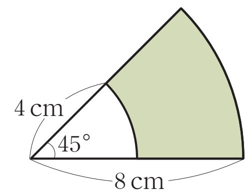
2 오른쪽 그림에서 $\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e$의 크기를 구하여라.



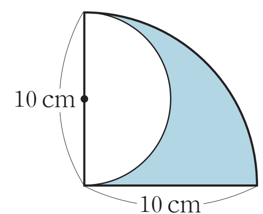
3 오른쪽 그림의 정오각형에서 ∠CAD의 크기를 구하여라.



4 오른쪽 그림에서 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.

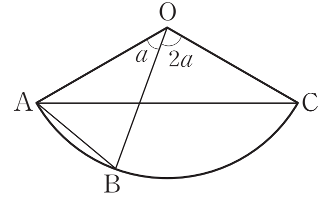


5 오른쪽 그림에서 색칠한 부분의 둘레의 길이를 구하여라.



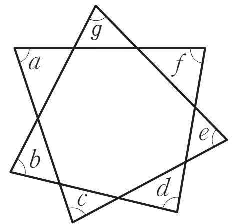
상·수준

1 오른쪽 그림의 부채꼴에서 $\angle BOC=2\angle AOB$일 때, $\overset{\frown}{AC}$의 길이는 $\overset{\frown}{AB}$의 길이의 몇 배인지 구하여라. 또 $\overline{AC}=3\overline{AB}$인지 말하고, 그 이유를 설명하여라.

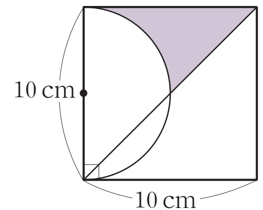


2 삼각형의 세 외각의 크기의 비가 2 : 3 : 4일 때, 이 삼각형의 세 내각의 크기를 구하여라.

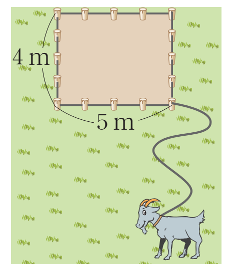
3 오른쪽 그림에서 $\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e+\angle f+\angle g$의 크기를 구하여라.



4 오른쪽 그림에서 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



5 오른쪽 그림과 같이 가로의 길이가 5 m, 세로의 길이가 4 m인 직사각형 모양의 가축 우리의 바깥 한 구석에 염소가 6 m 길이의 끈으로 묶여 있다. 염소가 먹을 수 있는 풀밭의 넓이를 구하여라. (단, 매듭의 길이는 무시한다.)



1 목표| 다각형의 성질을 이해하게 한다.

풀이| ㄱ. 모든 변의 길이와 모든 내각의 크기가 각각 같아야 정다각형이다.
ㄷ. 다각형에서 한 내각에 대하여 외각은 두 개씩 있고, 이 두 외각의 크기는 같다.
ㄹ. 정삼각형의 한 외각의 크기는 120°이다. 답 ②

2 목표| 다각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수와 대각선의 총수를 구할 수 있게 한다.

풀이| $x=10-3=7$(개), $y=\dfrac{10\times7}{2}=35$(개)
따라서 $x+y=7+35=42$이다. 답 ③

3 목표| 삼각형의 내각의 크기의 합이 180°임을 이용하여 x의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| $(3x^\circ+20^\circ)+(x^\circ+40^\circ)+2x^\circ=180^\circ$
$6x^\circ=120^\circ$, $x^\circ=20^\circ$, $x=20$ 답 ③

4 목표| 삼각형의 내각과 외각 사이의 관계를 이용하여 x의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| $2x^\circ=(x^\circ-10^\circ)+60^\circ$, $x=50$ 답 ⑤

5 목표| 내각의 크기의 합을 알 때, 어떤 다각형인지 구할 수 있게 한다.

풀이| 구하는 다각형을 n각형이라고 하면
$180^\circ\times(n-2)=1800^\circ$, $n=12$ 답 ②

6 목표| 한 원에서 부채꼴과 활꼴이 같아질 때, 중심각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| 반원일 때이므로 중심각의 크기는 180°이다.
답 ④

7 목표| 부채꼴의 중심각과 호의 관계를 이용하여 x의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| $x^\circ:(x^\circ+10^\circ)=15:21=5:7$
$5x^\circ+50^\circ=7x^\circ$, $x^\circ=25^\circ$, $x=25$ 답 ①

8 목표| 부채꼴의 중심각의 크기와 넓이의 관계를 이용하여 x의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| $15:60=25^\circ:x^\circ$, $x=100$ 답 ④

9 목표| 부채꼴의 중심각과 현의 관계를 이해하게 한다.

풀이| $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{EF}=2$
또 $\angle AOC=\angle BOD$이므로 $\overline{AC}=\overline{BD}$
답 ①, ⑤

10 목표| 두 원의 둘레의 길이의 비를 구할 수 있게 한다.

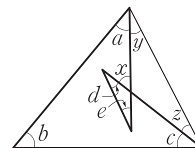
풀이| 원 O′의 반지름의 길이를 r라고 하면
(원 O의 둘레의 길이) : (원 O′의 둘레의 길이)
$=4\pi r:2\pi r=2:1$ 답 ①

11 목표| 내각의 크기의 합을 알 때, 다각형의 대각선의 총수를 구할 수 있게 한다.

풀이| $180^\circ\times(n-2)=1260^\circ$에서
$n-2=7$, $n=9$
따라서 구각형의 대각선의 총수는
$\dfrac{9\times(9-3)}{2}=27$(개) 답 27개

12 목표| 주어진 도형에서 각의 크기의 합을 구할 수 있게 한다.

풀이| 오른쪽 그림에서

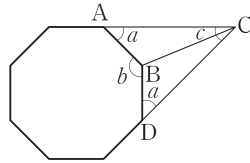


$\angle x=\angle d+\angle e$
$=\angle y+\angle z$
$\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e$
$=\angle a+\angle b+\angle c+\angle y+\angle z=180^\circ$ 답 180°

13 목표| 정다각형의 한 내각과 한 외각의 크기의 비를 알 때, 대각선의 총수를 구할 수 있게 한다.

풀이| (한 외각의 크기)$=180^\circ\times\dfrac{1}{3}=60^\circ$
$\dfrac{360^\circ}{n}=60^\circ$에서 $n=6$
따라서 정육각형의 대각선의 총수는
$\dfrac{6\times(6-3)}{2}=9$(개) 답 9개

14 목표| 정팔각형의 한 내각과 한 외각의 크기를 이용하여 주어진 각의 크기를 구할 수 있게 한다.



풀이| $\angle a=\frac{360^\circ}{8}=45^\circ$

$\angle b=\frac{180^\circ\times(8-2)}{8}$

$=135^\circ$

삼각형 ABC와 삼각형 DBC에서

$\angle b=(\angle BAC+\angle BCA)+(\angle BDC+\angle BCD)$

$=(\angle a+\angle BCA)+(\angle a+\angle BCD)$

$=2\times\angle a+\angle c$

따라서 $135^\circ=2\times45^\circ+\angle c$이므로 $\angle c=45^\circ$

답 $\angle a=45^\circ$, $\angle b=135^\circ$, $\angle c=45^\circ$

15 목표| 색칠한 부분의 넓이를 구할 수 있게 한다.

풀이| (구하는 넓이)

=(부채꼴 ABC의 넓이)

+(지름이 $\overline{AC}$인 반원의 넓이)

−(지름이 $\overline{AB}$인 반원의 넓이)

=(부채꼴 ABC의 넓이) …㉠

$=\pi\times6^2\times\frac{60}{360}=6\pi(cm^2)$ …㉡

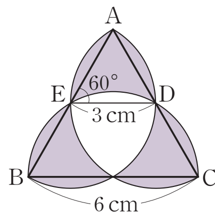
답 6π cm^2

채점 기준

영역 \ 요소	채점 요소		배점
해결 과정	색칠한 부분의 넓이가 부채꼴 ABC의 넓이와 같음을 알기	㉠	4점
답 구하기	색칠한 부분의 넓이 구하기	㉡	5점

16 목표| 색칠한 부분의 둘레의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이|



…㉠

(색칠한 부분의 둘레의 길이)

$=9\times\widehat{AD}$

$=9\times2\pi\times3\times\frac{60}{360}$ …㉡

$=9\pi(cm)$ …㉢

답 9π cm

채점 기준

영역 \ 요소	채점 요소		배점
해결 과정	∠AED의 크기 구하기	㉠	2점
	$\widehat{AD}$의 길이 구하기	㉡	4점
답 구하기	색칠한 부분의 둘레의 길이 구하기	㉢	3점

하·수준

1 목표| 다각형의 대각선의 총수를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) $\frac{7\times(7-3)}{2}=14$(개)

(2) $\frac{9\times(9-3)}{2}=27$(개)

(3) $\frac{15\times(15-3)}{2}=90$(개)

(4) $\frac{20\times(20-3)}{2}=170$(개)

답 (1) 14개 (2) 27개 (3) 90개 (4) 170개

2 목표| 삼각형의 내각과 외각 사이의 관계를 이용하여 주어진 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\angle x+30^\circ=130^\circ$, $\angle x=100^\circ$

답 100°

3 목표| 정다각형의 한 내각의 크기와 한 외각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| 한 내각의 크기는 $\frac{180^\circ\times(12-2)}{12}=150^\circ$

한 외각의 크기는 $\frac{360^\circ}{12}=30^\circ$

답 150°, 30°

4 목표| 부채꼴의 중심각과 호의 관계를 알게 한다.

풀이| $\angle BOC=\frac{1}{3}\angle AOC=\frac{1}{3}\times180^\circ=60^\circ$

답 60°

5 목표| 부채꼴의 호의 길이와 넓이를 구할 수 있게 한다.

풀이| (호의 길이)$=2\pi\times9\times\frac{120}{360}=6\pi(cm)$

(넓이)$=\pi\times9^2\times\frac{120}{360}=27\pi(cm^2)$

답 6π cm, 27π cm^2

중·수준

1 목표| 정다각형의 한 외각의 크기를 알 때, 대각선의 총수를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\frac{360°}{n}=30°$, $n=12$

정십이각형의 대각선의 총수는

$\frac{12\times(12-3)}{2}=54$(개) 답 54개

2 목표| 다각형의 외각의 크기의 합을 구할 수 있게 한다.

풀이| 다각형의 외각의 크기의 합은 항상 360°이다.

답 360°

3 목표| 정다각형의 한 내각의 크기를 이용하여 주어진 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| 정오각형의 한 내각의 크기는

$\frac{180°\times(5-2)}{5}=108°$

$\angle BAC=(180°-108°)\div2=36°$

마찬가지로 $\angle EAD=36°$이므로

$\angle CAD=\angle BAE-(\angle BAC+\angle EAD)$

$=108°-(36°+36°)=36°$ 답 36°

4 목표| 색칠한 부분의 넓이를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\pi\times8^2\times\frac{45}{360}-\pi\times4^2\times\frac{45}{360}=6\pi(\text{cm}^2)$

답 6π cm²

5 목표| 색칠한 부분의 둘레의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\frac{1}{2}\times(2\pi\times5)+10+\frac{1}{4}\times(2\pi\times10)$

$=10\pi+10(\text{cm})$ 답 $(10\pi+10)$ cm

상·수준

1 목표| 부채꼴에서 중심각과 현, 호의 관계를 이해하게 한다.

풀이| 부채꼴의 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로 $\overset{\frown}{AC}$의 길이는 $\overset{\frown}{AB}$의 길이의 3배이다.

또 현의 길이는 중심각의 크기에 정비례하지 않으므로 $\overline{AC}\neq3\overline{AB}$이다. 답 풀이 참조

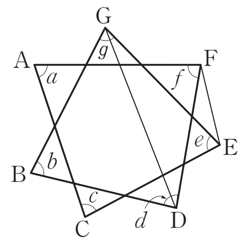
2 목표| 다각형의 외각의 크기의 합을 이용하여 삼각형의 세 내각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| 외각의 크기의 비가 2 : 3 : 4이므로 외각의 크기는 각각 80°, 120°, 160°이다.

따라서 내각의 크기는 각각 100°, 60°, 20°이다.

답 100°, 60°, 20°

3 목표| 삼각형의 내각과 외각 사이의 관계를 이용하여 주어진 각의 크기를 구할 수 있게 한다.



풀이| $\angle GDF+\angle DGE$

$=\angle GEF+\angle DFE$이므로

$\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e+\angle f+\angle g$

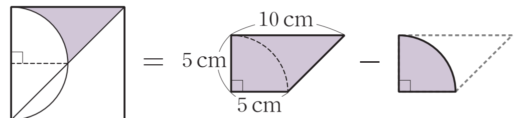
$=(\triangle BDG$의 내각의 크기의 합)

+(사각형 ACEF의 내각의 크기의 합)

$=180°+360°=540°$ 답 540°

4 목표| 색칠한 부분의 넓이를 구할 수 있게 한다.

풀이|

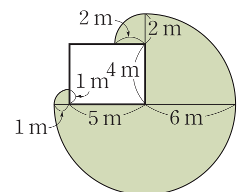


(넓이)$=\frac{1}{2}\times(10+5)\times5-\pi\times5^2\times\frac{90}{360}$

$=\frac{75}{2}-\frac{25}{4}\pi(\text{cm}^2)$

답 $\left(\frac{75}{2}-\frac{25}{4}\pi\right)$ cm²

5 목표| 부채꼴의 넓이를 실생활에 활용할 수 있게 한다.



풀이| (색칠한 부분의 넓이)

$=\pi\times6^2\times\frac{270}{360}$

$+\pi\times1^2\times\frac{90}{360}$

$+\pi\times2^2\times\frac{90}{360}$

$=27\pi+\frac{1}{4}\pi+\pi=\frac{113}{4}\pi(\text{m}^2)$ 답 $\frac{113}{4}\pi$ m²

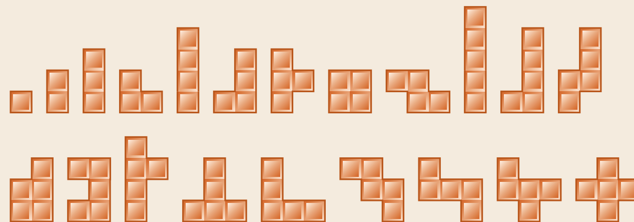
게임 판을 채워라!

정사각형 1∼5개로 이루어진 조각을 사용하여 다음과 같은 게임을 해 보아라.

준비물

게임 판, 조각 세트(참가자 수만큼의 세트)

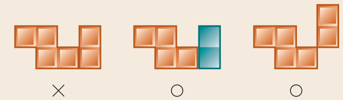
〈조각 세트〉



게임 규칙

① 참가자들은 서로 다른 색의 조각을 한 세트씩 이용한다.

② 게임 판에 조각을 놓을 자리와 순서를 정하여 차례로 조각을 놓는다. 이때 같은 색의 조각은 반드시 꼭짓점에만 연결한다.



③ 다른 색의 조각과는 변이 겹쳐도 된다.

④ 조각을 다 놓은 사람이 생기거나 더 이상 게임 판 위에 조각을 놓을 곳이 없으면 게임은 끝난다. 이때 조각을 적게 남긴 사람이 이긴다.



마저작침(磨杵作針)과 파이(π)

쇠로 된 절굿공이를 열심히 갈아서 바늘을 만들 수 있을까? 만약 만들 수 있다면 얼마나 열심히 그리고 얼마 동안 갈아야 할까?

시선(詩仙)이라 불렸던 당나라의 시인 이백이 어렸을 때의 일이다. 이백은 아버지의 임지인 촉(蜀) 땅의 성도(成都)에서 자랐다. 그때 훌륭한 스승을 찾아 상의산(象宜山)에 들어가 학문을 닦았는데, 어느 날 공부에 싫증이 나자 그는 스승에게 말도 없이 산을 내려와 놀러 가고 있었다. 그때 길에서 머리가 하얗게 세고 얼굴이 주름투성이인 노파가 냇가에 앉아 있는 것을 보았다. 그런데 그 노파는 손에 굵고 둥근 쇠공이를 들고 머리를 숙인 채 허리를 굽혀 가며 열심히 냇가의 돌에다 그것을 갈고 있었다. 이를 지켜보던 이백이 할머니에게 물었다.

"할머니, 지금 뭐 하고 계세요?"

"바늘을 만들려고 쇠공이를 갈고 있네(磨杵作針)."

"그렇게 큰 쇠공이를 간다고 바늘이 될까요?"

"그럼, 되고말고. 열심히 하기만 하면 되지. 쇠공이가 언제 바늘이 될지가 무슨 걱정인가."

할머니의 이 말을 들은 이백은 크게 느낀 바가 있었다. 그래서 생각을 바꾼 그는 할머니에게 공손히 인사하고 다시 산으로 올라갔다. 그 후 이백은 마음이 해이해지면 바늘을 만들려고 열심히 쇠공이를 갈고 있던 그 노파의 모습을 떠올리고 분발하여 마침내 중국 문학사상 가장 뛰어난 시인이 되었다.

그렇다면 수학에서도 고사에 등장하는 할머니와 같은 인물이 있었을까? 바늘은 수학과 어떤 관계가 있을까? 이 두 가지에 대한 답으로 프랑스의 박물학자인 뷔퐁을 들 수 있다. 그는 바늘을 이용하여 원주율 파이(π)를 계산하는 방법을 소개하였는데, 우리는 이것을 '뷔퐁의 바늘 문제'라고 한다.

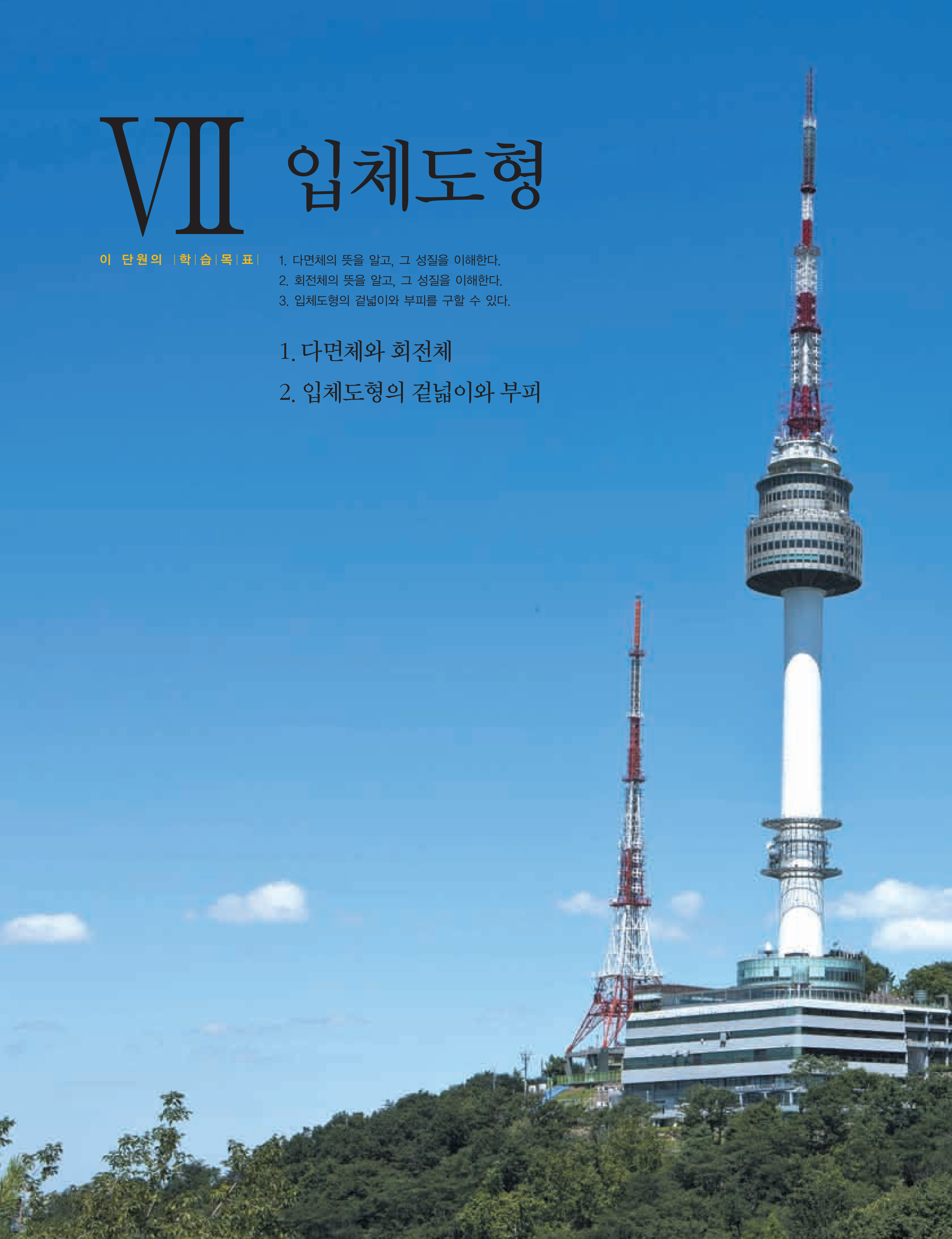
사실 원주율 π는 유리수가 아니므로 정확한 값을 구할 수는 없다. 따라서 반올림한 값을 구하여야 하는데, 뷔퐁은 바늘을 던졌을 때 나오는 확률을 활용하여 π의 반올림한 값을 구하였다.

폭이 일정한 나무판자를 깐 바닥에 바늘을 떨어뜨렸을 때, 바늘이 판자의 이음새 부분에 걸칠 확률을 구할 수 있다. 일반적으로 바닥의 이음새의 거리가 d이고 바늘의 길이를 $L \le d$라고 할 때 바늘이 이음새에 걸칠 확률은 $\frac{2L}{d\pi}$이다. 이것을 이용하면 π의 반올림한 값을 구할 수 있다. 1901년에 이탈리아의 수학자 라제리니는 3408번의 바늘 던지기를 시행하여 π의 값으로 3.1415929를 얻었는데, 이것은 소수점 여섯 자리까지 정확하다.

지금 이 순간에도 π의 정확한 값을 구하기 위하여 많은 수학자들이 노력하고 있다. 그런 노력 가운데 하나로 2005년 10월 20일에 일본 도쿄대학교의 야수마사 가네다 교수가 컴퓨터를 601시간 56분 사용하여 π의 값으로 무려 소수점 1,241,100,000,000자리의 수를 구하였다.

오늘날 수학자들은 원주율 π를 기념하기 위하여 매년 3월 14일을 '파이 데이'로 정하였다. 특히 미국에서 활동하고 있는 π 클럽에서는 3월 14일 오후 1시 59분 26초에 모여 π 모양의 파이를 먹으며 이 날을 축하한다. 그리고 π의 값 외우기, π에 나타나는 숫자에서 생일 찾아내기 같은 게임과 원과 관련된 놀이 기구의 길이, 넓이, 부피 구하기 등의 퀴즈 대회를 연다고 한다.

마저작침(磨杵作針) 磨(갈 마), 杵(절굿공이 저), 作(지을 작), 針(바늘 침)



Ⅶ 입체도형

이 단원의 | 학 | 습 | 목 | 표 |

1. 다면체의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다.
2. 회전체의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다.
3. 입체도형의 겉넓이와 부피를 구할 수 있다.

N서울타워는 1969년에 TV와 라디오 방송을 수도권에 송출하기 위해 세워진 한국 최초의 종합 전파 탑으로 서울의 중심인 남산에 위치한다. 이곳에서는 서울의 모습을 한눈에 내려다볼 수 있으며, 1980년부터 일반인에게 공개된 이후 남산의 자연과 함께 시민의 휴식 공간이자 관광 명소로 자리 잡고 있다.

N서울타워를 비롯한 여러 건축물들은 원기둥이나 원뿔 등 입체도형으로 이루어져 있다. 이와 같은 건축물의 구조를 이해하기 위해서는 간단한 도형의 성질뿐만 아니라 입체도형의 겉넓이와 부피 등을 알아야 한다.

단원을 시작하기 전에

사람들은 생활의 편리함과 윤택함을 위하여 끊임없이 연구하고 그 결과 여러 가지 물건을 만들어 낸다. 이때 입체도형의 성질을 배우고 구조 감각을 익히면 아름답고 실용적인 물건을 만드는 데 널리 활용할 수 있다. 또 실생활에서 물건을 만들 때 무엇보다 중요한 것은 정확한 제작이며 이를 위해서는 정밀한 측정을 할 수 있어야 한다. 이 경우 어떤 도형의 겉넓이와 부피를 알면 정확성은 물론 편리성과 경제성까지 확보할 수 있다.

단원의 지도 목표

1. 다면체와 회전체

① 다면체의 뜻을 알고, 그 성질을 이해하게 한다.
② 회전체의 뜻을 알고, 그 성질을 이해하게 한다.

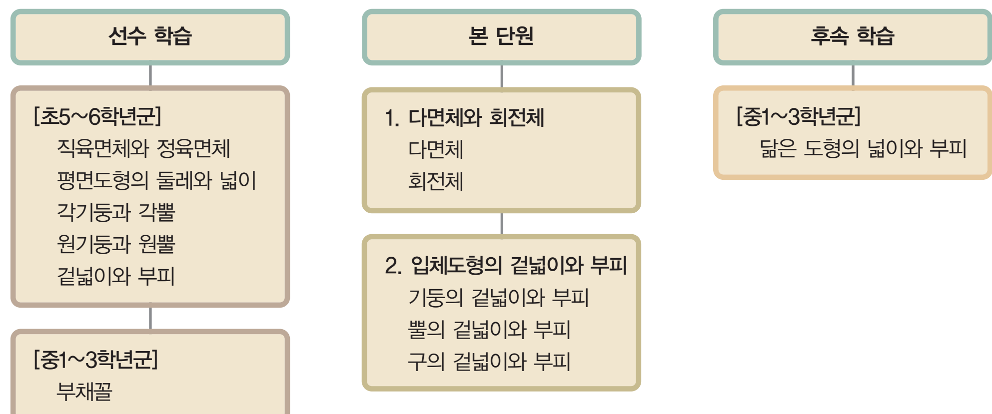
2. 입체도형의 겉넓이와 부피

① 기둥의 겉넓이와 부피를 구할 수 있게 한다.
② 뿔의 겉넓이와 부피를 구할 수 있게 한다.
③ 구의 겉넓이와 부피를 구할 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

① 다면체는 그 모양이 볼록인 경우만 다룬다.
② 원주율은 특정한 수치가 주어지지 않는 경우 π로 나타낸다.
③ 입체도형의 부피를 구하는 방법은 구체적인 예를 통하여 학생들이 직관적으로 이해하도록 한다.

교수 · 학습의 계열



단원의 차시별 지도 계획

중단원	소단원	차시	교과서(쪽)	지도 내용	용어와 기호
단원의 개관			274~275	• 단원의 개관	
1. 다면체와 회전체	**준비 학습**		276	• 입체도형 • 원기둥과 전개도 • 원뿔	
	1-1 다면체	1~4	277~281	• 다면체의 뜻과 성질 • 각뿔대의 뜻과 성질 • 정다면체의 뜻	다면체, 각뿔대, 정다면체
	1-2 회전체	5~7	282~286	• 회전체의 뜻 • 회전체의 성질	원뿔대
	수준별 학습	8	287~289	• 중단원 확인 학습 문제	
2. 입체도형의 겉넓이와 부피	**준비 학습**		290	• 직육면체의 겉넓이와 부피 • 원기둥의 겉넓이와 부피 • 회전체	
	2-1 기둥의 겉넓이와 부피	9~12	291~296	• 각기둥과 원기둥의 겉넓이 • 각기둥과 원기둥의 부피	
	2-2 뿔의 겉넓이와 부피	13~14	297~301	• 각뿔과 원뿔의 겉넓이 • 각뿔과 원뿔의 부피	
	2-3 구의 겉넓이와 부피	15~16	302~304	• 구의 겉넓이 • 구의 부피	
	수준별 학습	17	305~307	• 중단원 확인 학습 문제	
단원 마무리		18~19	308~317	• 수행 과제 • 학습에 대한 자기 평가 • 대단원 핵심 한눈에 보기 • 만화로 보는 수학 이야기 • 대단원 평가 문제 • 컴퓨터의 활용 • 수학 산책	

학습 지도 계획 수립 시 차시별 지도 계획을 바탕으로 학교의 실정이나 학생들의 학습 속도에 따라 적절히 조정할 수 있다.

단원의 이론적 배경

1. 유클리드의 “원론”

유클리드는 열 가지 이상의 저작을 남겼는데 그중 다섯 권은 거의 완전한 원본으로 오늘날까지 전해 내려오고 있다. 이 중에서 그를 유명하게 만든 책은 바로 “원론”이다. 이 경탄할 만한 작품은 그 이전의 여러 수학자들의 업적과 경험의 토대 위에 만들어진 것이다. 현대 수학 형식의 원형으로 평가되는 원론은 1482년 초판이 인쇄된 이후 지금까지 기하학의 교과서로 널리 읽히고 있다.

초기 그리스 수학자들이 남긴 위대한 업적 중의 하나는 공준적 사고의 창조이다. 연역적 체계 안에서 한 명제를 증명하기 위해서는 그 명제가 이전에 입증된 어떤 다른 명제로부터 논리적으로 유도되는 필연적 결과임을 보여야 하고, 다시 여기에 사용된 명제도 그 이전에 이미 입증된 또 다른 명제로부터 유도됨을 보이는 등 계속해서 이 과정을 되풀이해야 한다. 그러나 이를 무한히 반복할 수는 없으므로 처음에 증명 없이 인정해야 하는 어떤 유한개의 명제를 약속해야 한다. 이때 최초에 가정된 명제를 공리(axiom) 또는 공준(postulate)이라고 부르는데, 그 밖의 모든 명제는 이들로부터 논리적으로 추론해 낼 수 있어야 한다.

유클리드가 원론을 썼을 때 공준과 공리로서 택한 명제가 무엇이며 정확히 몇 개였는지는 분명하지 않은데 그 이유는 후세의 번역자들이 내용을 가감하는 등 원본을 수정했을 가능성이 크기 때문이다. 그러나 유클리드가 다섯 개의 공리와 다섯 개의 기하학적 공준으로 열 개의 명제를 가정했다는 것이 통설이다. 그 공리(A1～A5)와 공준(P1～P5)은 다음과 같다.

A1. 동일한 것과 같은 것들은 모두 서로 같다.
A2. 같은 것에 어떤 같은 것을 더하면 그 전체는 서로 같다.
A3. 같은 것에서 어떤 같은 것을 빼면 그 나머지는 서로 같다.
A4. 서로 일치하는 것은 서로 같다.
A5. 전체는 부분보다 크다.
P1. 한 점에서 또 다른 한 점으로 직선을 그릴 수 있다.
P2. 유한직선을 무한히 연장시킬 수 있다.
P3. 임의의 점을 중심으로 하고 그 중심으로부터 그려진 임의의 유한직선과 동일한 반경을 가지는 원을 그릴 수 있다.
P4. 모든 직각은 서로 같다.
P5. 두 직선이 한 직선과 만날 때 어느 한쪽에 있는 내각의 합이 두 직각보다 작으면, 이 두 직선이 무한히 연장될 때 그쪽에서 만난다.

위의 열 개의 명제를 만족시키는 기하학을 유클리드 기하학이라고 한다. 원론에서는 이 열 개의 명제로부터 465개의 명제를 유도해 냈다. 특히 다섯 번째 공준을 평행선의 공준이라고 하는데, 이 공준을 완벽하게 하려는 시도로부터 소위 비유클리드 기하학이 탄생하게 된다.

기하학에서 완벽한 연역적 구성을 이루기 위해서는 그림의 도움 없이 증명할 수 없는 모든 것을 공준(postulate)에 언급해 주어야 한다. 그러나 유클리드는 원론의 어떤 부분에서 그림만을 이용하여 증명을 완성했기 때문에, 엄밀한 의미에서는 이 원론 또한 완벽한 연역적 구성이라고 할 수 없다. 원론에서 발견되는 논리적인 결함을 구체적으로 살펴보면 다음과 같다.

먼저 가장 심각한 결함은 유클리드가 묵인한 수많은 가정, 즉 그의 공준에 의하여 보장받지 못하는 가정들에 있다. 예를 들어 두 번째 공준(P2)인 ‘유한직선을 무한히 연장시킬 수 있다.’는 직선이 한없이 연장될 수

있다는 것은 보장하지만 직선이 꼭 무한하다는 것을 뜻하지는 않고 단지 끝이 없음을 뜻한다. 이를테면 한 구면 위의 두 점을 잇는 대원의 호는 그 대원을 따라 한없이 연장될 수도 있다. 이때 연장된 호는 끝이 없을 수는 있으나 분명히 무한은 아니다. 실제로 1854년의 시험강의 '기하학의 기초를 이루는 가정에 관하여' 로 유명한 독일의 수학자 리만(Riemann, G. F. B.: 1826～1866)은 직선이 '끝이 없음' 과 '무한함' 을 구분하였다. 또한 유클리드는 원론의 한 명제를 증명하면서 직선이 삼각형의 한 꼭짓점을 지나면 반드시 그 대변과 만난다는 것을 묵시적으로 가정했는데, 이와 관련하여 파쉬(Pasch, M.: 1843～1930)는 경우를 보장해 주는 공리의 필요성을 깨달았다. 이와 같이 유클리드는 그의 논문에서 전문적인 모든 용어를 정의하고자 했지만 사실 이것은 논리적인 관점에서 보면 매우 부적당한 시도였다고 할 수 있다.

공리적 방법에 대한 그리스 시대의 개념과 현대적 개념 사이의 차이점은 근원 용어의 사용 여부에 있다. 즉, 그리스 시대에는 근원 용어를 정하지 않았는데, 이는 그리스 인들에게 기하학은 추상적 연구가 아니라 현실 세계에 대한 논리적 분석일 따름이었기 때문이다. 대표적인 예로, 그들에게 점과 직선은 매우 작은 부분과 매우 가는 실을 이상화한 것이었다. 따라서 유클리드의 원론에 대한 보완이 필요했고, 19세기 말과 20세기 초에 이르러서 비로소 유클리드 평면과 입체기하학의 공준 집합이 만들어지게 되었다.

기하학의 완벽한 연역적 구성을 최초로 시도한 수학자는 힐베르트(Hilbert, D.: 1862～1943)라고 할 수 있다. 그는 원론에 대한 정의와 공리를 그 근저로부터 바로잡아 유클리드 기하학의 완벽한 연역적 구성을 시도하였다. 또 기하학의 근본을 이루고 있는 공리 간의 상호 관계를 자세히 검토하는, 기하학의 새로운 연구 분야를 개발하였다. 이것이 그의 "기하학 기초론(Foundations of Geometry)"이다. 19세기 후반 이래로 많은 수학자들이 유클리드 기하학의 공리계에 대하여 연구해 왔는데, 그중에서도 힐베르트에 의한 공리계는 특히 높이 평가되고 있다.

교수 · 학습 과정안 (기초)

<table>
<tr><td colspan="2">대단원</td><td>Ⅶ. 입체도형</td><td>쪽수</td><td>교과서 277~278쪽</td></tr>
<tr><td colspan="2">소단원</td><td>1. 다면체와 회전체　1-1 다면체</td><td>차시</td><td>1/19</td></tr>
<tr><td colspan="2">학습 목표</td><td colspan="3">다면체의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다.</td></tr>
<tr><td>단계</td><td>학습 과정</td><td colspan="2">교수 · 학습 활동</td><td>교수 · 학습상의 유의점</td></tr>
<tr><td>도입</td><td>선수 학습 확인
동기 유발
학습 목표 제시</td><td colspan="2">이전에 학습한 내용을 간단히 확인, 점검한다.
우리 주변에서 볼 수 있는 입체도형을 찾아보고, 그 특징에 대하여 질문한다.
학습 목표를 제시한다.
• 다면체의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다.</td><td>모둠 학습을 위한 소집단을 사전에 편성한다.</td></tr>
<tr><td>전개</td><td>탐구 활동

개념 학습

문제 해결</td><td colspan="2">창의력 기르기를 읽고, 탐구 활동을 모둠별로 해결하도록 한다.
탐구 활동 결과를 발표하게 하고, 정답 확인 및 보충 설명을 한다.
학습 내용 설명
다면체
다각형인 면으로만 둘러싸인 입체도형으로 면의 개수에 따라 사면체, 오면체, 육면체, …라고 한다.
각기둥
두 밑면이 서로 평행하고 합동인 다각형이며 옆면이 모두 직사각형인 다면체로 밑면의 모양에 따라 삼각기둥, 사각기둥, 오각기둥, …이라고 한다.
각뿔
밑면이 다각형이고 옆면이 모두 삼각형인 다면체로 밑면의 모양에 따라 삼각뿔, 사각뿔, 오각뿔, …이라고 한다.

문제 1, 2, 의사소통 문제를 풀게 한다.
정답을 확인하고, 보충 설명을 한다.</td><td>다면체를 각기둥, 각뿔로 구분하는 기준을 알게 하고, 각각의 꼭짓점, 모서리, 면의 수의 관계를 파악해 보게 한다.</td></tr>
<tr><td>정리 및 평가</td><td>학습 내용 정리
형성 평가

수준별 과제
차시 예고</td><td colspan="2">본시의 학습 내용을 정리한다.
형성 평가 문제를 제시하여 성취 수준을 파악한다.
● 다음 표를 완성하여라.
<table><tr><td>도형</td><td>밑면의 모양</td><td>옆면의 모양</td><td>면의 개수</td></tr><tr><td>사각기둥</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>오각뿔</td><td></td><td></td><td></td></tr></table>답 사각형, 직사각형, 6, 오각형, 삼각형, 6
형성 평가 결과에 따라 수준별 학습지(기초, 기본)를 과제로 선택하도록 한다.
다음 차시를 예고한다.
• 각뿔대의 뜻과 그 성질에 대하여 알아본다.</td><td></td></tr>
</table>

수준별 학습지 (기초)

대단원	Ⅶ. 입체도형	쪽수	교과서 277~278쪽
소단원	1. 다면체와 회전체 1-1 다면체	차시	1/19

(　　　)학년 (　　　)반 (　　　)번　　이름:

1 오른쪽 그림의 각뿔에 대하여 다음 물음에 답하여라.

(1) 밑면은 어떤 도형인지 말하여라.

(2) 이 각뿔의 이름을 말하여라.

답 (1) 사각형 (2) 사각뿔

2 다음 중 면의 모양이 모두 삼각형인 다면체는?

① 원뿔　② 삼각기둥　③ 삼각뿔

④ 오각뿔　⑤ 원기둥

답 ③

3 다음 중 다면체가 아닌 것은?

① 삼각기둥　② 정육면체　③ 원뿔

④ 오각뿔　⑤ 육각기둥

답 ③

4 다음 입체도형의 면의 개수를 조사하여 □ 안에 알맞은 말을 써넣어라.

(1) 삼각기둥 ⟶ □면체

(2) 육각뿔 ⟶ □면체

답 (1) 오 (2) 칠

교수 · 학습 과정안 (기본)

대단원	Ⅶ. 입체도형	쪽수	교과서 277~278쪽
소단원	1. 다면체와 회전체　1-1 다면체	차시	1/19
학습 목표	다면체의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다.		

단계	학습 과정	교수 · 학습 활동	교수 · 학습상의 유의점
도입	선수 학습 확인 동기 유발 학습 목표 제시	◐ 이전에 학습한 내용을 간단히 확인, 점검한다. ◐ 우리 주변에서 볼 수 있는 입체도형을 찾아보고, 그 특징에 대하여 질문한다. ◐ 학습 목표를 제시한다. • 다면체의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다.	모둠 학습을 위한 소집단을 사전에 편성한다.
전개	탐구 활동 개념 학습 문제 해결	◐ 창의력 기르기를 읽고, 탐구 활동을 모둠별로 해결하도록 한다. ◐ 탐구 활동 결과를 발표하게 하고, 정답 확인 및 보충 설명을 한다. ◐ 학습 내용 설명 **다면체** 다각형인 면으로만 둘러싸인 입체도형으로 면의 개수에 따라 사면체, 오면체, 육면체, …라고 한다. **각기둥** 두 밑면이 서로 평행하고 합동인 다각형이며 옆면이 모두 직사각형인 다면체로 밑면의 모양에 따라 삼각기둥, 사각기둥, 오각기둥, …이라고 한다. (밑면, 옆면, 높이, 밑면) **각뿔** 밑면이 다각형이고 옆면이 모두 삼각형인 다면체로 밑면의 모양에 따라 삼각뿔, 사각뿔, 오각뿔, …이라고 한다. (옆면, 높이, 밑면) ◐ 문제 1, 2, 의사소통 문제를 풀게 한다. 정답을 확인하고, 보충 설명을 한다.	다면체를 각기둥, 각뿔로 구분하는 기준을 알게 하고, 각각의 꼭짓점, 모서리, 면의 수의 관계를 파악해 보게 한다.
정리 및 평가	학습 내용 정리 형성 평가 수준별 과제 차시 예고	◐ 본시의 학습 내용을 정리한다. ◐ 형성 평가 문제를 제시하여 성취 수준을 파악한다. ● 모서리의 개수가 18개인 각뿔은 몇 면체인지 말하여라. 답 십면체 ◐ 형성 평가 결과에 따라 수준별 학습지(기초, 기본, 실력)를 과제로 선택하도록 한다. ◐ 다음 차시를 예고한다. • 각뿔대의 뜻과 그 성질에 대하여 알아본다.	

수준별 학습지 (기본)

대단원	Ⅶ. 입체도형	쪽수	교과서 277~278쪽
소단원	1. 다면체와 회전체 1-1 다면체	차시	1/19
( )학년 ( )반 ( )번 이름:			

1 다음 조건을 모두 만족시키는 다면체의 이름을 말하여라.

- 칠면체이다.
- 밑면이 1개이다.
- 옆면의 모양이 삼각형이다.

답 육각뿔

2 모서리의 개수가 18개인 각기둥의 이름은 무엇인가?

① 삼각기둥 ② 사각기둥 ③ 오각기둥
④ 육각기둥 ⑤ 칠각기둥

답 ④

3 다음 중 다면체와 그 옆면의 모양이 잘못 짝지어진 것은?

① 오각기둥 – 직사각형 ② 사각뿔 – 사각형
③ 삼각기둥 – 직사각형 ④ 육각뿔 – 삼각형
⑤ 오각뿔 – 삼각형

답 ②

4 오각기둥에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 꼭짓점의 개수는 10개이다. ② 면의 개수는 7개이다.
③ 밑면의 개수는 1개이다. ④ 옆면의 모양은 직사각형이다.
⑤ 밑면의 모양은 오각형이다.

답 ③

교수 · 학습 과정안 (실력)

대단원	Ⅶ. 입체도형	쪽수	교과서 277~278쪽
소단원	1. 다면체와 회전체　1-1 다면체	차시	1/19
학습 목표	다면체의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다.		

단계	학습 과정	교수 · 학습 활동	교수 · 학습상의 유의점
도입	선수 학습 확인 동기 유발 학습 목표 제시	◎ 이전에 학습한 내용을 간단히 확인, 점검한다. ◎ 우리 주변에서 볼 수 있는 입체도형을 찾아보고, 그 특징에 대하여 질문한다. ◎ 학습 목표를 제시한다. • 다면체의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다.	모둠 학습을 위한 소집단을 사전에 편성한다.
전개	탐구 활동 개념 학습 문제 해결	◎ 창의력 기르기를 읽고, 탐구 활동을 모둠별로 해결하도록 한다. ◎ 탐구 활동 결과를 발표하게 하고, 정답 확인 및 보충 설명을 한다. ◎ 학습 내용 설명 **다면체** 다각형인 면으로만 둘러싸인 입체도형으로 면의 개수에 따라 사면체, 오면체, 육면체, …라고 한다. **각기둥** 두 밑면이 서로 평행하고 합동인 다각형이며 옆면이 모두 직사각형인 다면체로 밑면의 모양에 따라 삼각기둥, 사각기둥, 오각기둥, …이라고 한다. **각뿔** 밑면이 다각형이고 옆면이 모두 삼각형인 다면체로 밑면의 모양에 따라 삼각뿔, 사각뿔, 오각뿔, …이라고 한다. ◎ 문제 1, 2, 의사소통 문제를 풀게 한다. 정답을 확인하고, 보충 설명을 한다.	다면체를 각기둥, 각뿔로 구분하는 기준을 알게 하고, 각각의 꼭짓점, 모서리, 면의 수의 관계를 파악해 보게 한다.
정리 및 평가	학습 내용 정리 형성 평가 수준별 과제 차시 예고	◎ 본시의 학습 내용을 정리한다. ◎ 형성 평가 문제를 제시하여 성취 수준을 파악한다. ● 다음 다면체는 몇 면체인지 말하여라. (1)　(2) 답 (1) 칠면체　(2) 십이면체 ◎ 형성 평가 결과에 따라 수준별 학습지(기본, 실력)를 과제로 선택하도록 한다. ◎ 다음 차시를 예고한다. • 각뿔대의 뜻과 그 성질에 대하여 알아본다.	

수준별 학습지 (실력)

대단원	Ⅶ. 입체도형	쪽수	교과서 277~278쪽
소단원	1. 다면체와 회전체 1-1 다면체	차시	1/19

( )학년 ( )반 ( )번 이름:

1 꼭짓점의 개수가 5개인 각뿔에 대하여 다음 물음에 답하여라.

(1) 각뿔의 이름을 말하여라.

(2) 각뿔의 면의 개수를 x, 모서리의 개수를 y라고 할 때, $x+y$의 값을 구하여라.

답 (1) 사각뿔 (2) 13

2 다음 중 오른쪽 그림의 다면체와 면의 개수가 같은 것은?

① 사각뿔 ② 오각뿔
③ 육각기둥 ④ 육각뿔
⑤ 칠각기둥

답 ④

3 n각뿔의 꼭짓점의 개수를 x, 모서리의 개수를 y, 면의 개수를 z라고 할 때, $x-y+z$의 값을 구하여라.

답 2

4 다면체에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

① 각기둥의 옆면은 모두 직사각형이다.
② 각기둥의 두 밑면은 서로 평행하고 합동인 다각형이다.
③ 팔각뿔은 구면체이고 모서리의 개수가 16개이다.
④ 사각기둥과 칠각뿔은 꼭짓점의 개수가 같다.
⑤ n각뿔의 모서리의 개수는 $3n$이다.

답 ⑤

1 다면체와 회전체

중단원을 시작하며

이번 중단원에서는 다음 내용을 지도한다.
① 다면체의 뜻을 알고, 그 성질을 이해하게 한다.
② 각뿔대의 뜻을 알고, 그 성질을 이해하게 한다.
③ 정다면체에 대하여 알게 한다.
④ 회전체의 뜻을 알고, 그 성질을 이해하게 한다.

중단원의 구성

소단원명	지도 내용
1-1 다면체	다면체의 뜻과 성질
	각뿔대의 뜻과 성질
	정다면체의 뜻
1-2 회전체	회전체의 뜻과 성질
수준별 학습	중단원 확인 학습 문제

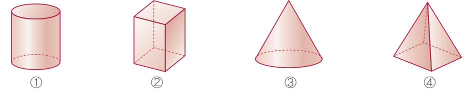
교과서 276 쪽

1 다면체와 회전체

준 | 비 | 학 | 습

입체도형
평면이나 곡면으로 둘러싸인 도형

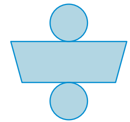
1 다음 설명에 맞는 입체도형을 모두 찾고, 그 이름을 써넣어라.



설명	번호	이름
두 밑면이 서로 평행하고 합동인 다각형이며 옆면이 모두 직사각형인 입체도형		
밑면이 다각형이고 옆면이 모두 삼각형인 입체도형		
두 밑면이 서로 평행하고 합동인 원으로 되어 있는 입체도형		

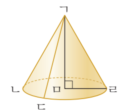
원기둥과 전개도
• 원기둥: 두 밑면이 서로 평행하고 합동인 원으로 된 기둥 모양의 입체도형
• 원기둥의 전개도: 원기둥을 펼쳐 놓은 그림

2 오른쪽 그림을 원기둥의 전개도라고 할 수 있는가?



원뿔
밑면이 원이고 옆면이 곡면인 뿔 모양의 입체도형

3 오른쪽 그림의 원뿔을 보고 물음에 답하여라.
(1) 밑면의 모양은 무엇인가?
(2) 모선을 나타내는 선분을 모두 찾아라.
(3) 높이를 나타내는 선분을 찾아라.



준비 학습의 해설

1

목표| 각기둥, 각뿔, 원기둥의 뜻을 알게 한다.

풀이|

설명	번호	이름
두 밑면이 서로 평행하고 합동인 다각형이며 옆면이 모두 직사각형인 입체도형	②	사각기둥
밑면이 다각형이고 옆면이 모두 삼각형인 입체도형	④	사각뿔
두 밑면이 서로 평행하고 합동인 원으로 되어 있는 입체도형	①	원기둥

2

목표| 원기둥의 전개도를 알게 한다.

풀이| 원기둥을 펼쳐 놓으면 두 밑면은 합동인 원이고, 옆면은 직사각형이 된다.
그런데 주어진 그림은 옆면의 전개도가 직사각형이 아니므로 **원기둥의 전개도라고 할 수 없다.**

3

목표| 원뿔의 밑면의 모양을 알고, 모선과 높이를 찾을 수 있게 한다.

풀이| (1) **원**
(2) **선분 ㄱㄴ, 선분 ㄱㄷ, 선분 ㄱㄹ**
(3) **선분 ㄱㅁ**

교과서 277 쪽

1-1 다면체

● 다면체의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다.

다면체란 무엇인가?

창의력 기르기

도시 축소 모형

오른쪽 그림은 새로운 도시를 건설하기 전에 실제 모습을 축소하여 만든 모형이다. 이러한 모형은 완성된 건축물의 실물을 보는 듯한 매력이 있어, 그 자체로 예술품이 되기도 한다.



탐 구 활 동

창의력 기르기의 그림을 보고, 다음 물음에 답하여 보자.

1 건물 중에서 초등학교 때 배웠던 입체도형을 찾아보고, 그 이름을 말하여 보자.

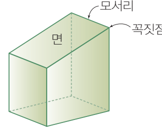
2 1에서 찾은 입체도형을 이루는 면의 모양을 말하여 보자.

창의력 기르기의 도시 모형처럼 우리가 살고 있는 공간은 다양한 모양의 입체 으로 이루어져 있다. 그중에서도 다음 그림과 같이 다각형인 면으로만 둘러 ❶ 체도형을 **다면체**라고 한다.



이때 다면체를 이루고 있는 다각형을 다면체의 면, 다각형의 변을 다면체의 모서리, 다각형의 꼭짓점을 체의 꼭짓점이라고 한다.

❷ 체는 그 면의 개수에 따라 사면체, 오면체, 육면 ···라고 한다.



1-1 다면체

소단원 지도 목표

① 다면체의 뜻을 알고, 그 성질을 이해하게 한다.

② 각뿔대의 뜻을 알고, 그 성질을 이해하게 한다.

③ 정다면체의 뜻을 알고, 정다면체는 다섯 종류가 있음을 알게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 오목한 입체도형과 빗각기둥은 다루지 않는다. 따라서 각기둥은 직각기둥을 뜻함에 유의한다.

2. 각기둥, 각뿔, 각뿔대는 밑면과 옆면의 모양에 따라 분류한 것이고, 사면체, 오면체, 육면체 등은 다면체의 면의 개수에 따라 분류한 것임을 이해하게 한다.

새로 나온 용어와 기호

• 다면체(多面體, polyhedron)
• 각뿔대(frustum of pyramid)
• 정다면체(正多面體, regular polyhedron)

창의력 기르기 참/고/자/료

서울역사박물관에는 서울 전체를 축소한 도시 모형 영상관이 마련되어 있어 도시 전체를 한눈에 조망하듯 관람할 수 있다. 자세한 내용은 서울역사박물관 홈페이지(http://www.museum.seoul.kr)에서 찾아볼 수 있다.

탐구 활동의 이해

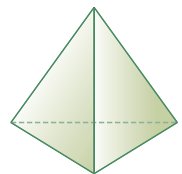
활동 목표 • 도시 축소 모형을 통하여 우리 생활 주변에서 여러 개의 면으로 둘러싸인 입체도형을 찾아봄으로써 다면체의 뜻과 성질을 알게 하려는 것이다.

1. 사각기둥, 원기둥

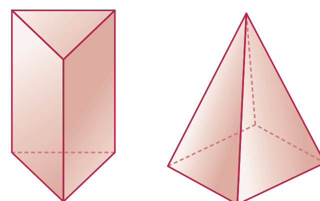
2. 사각기둥은 **사각형**으로 이루어져 있고, 원기둥은 밑면인 **원**과 옆면인 **곡면**으로 이루어져 있다.

본문 해설

❶ 평면도형이 적어도 3개의 변으로 이루어져 있듯이 다면체는 적어도 4개의 면이 있어야 한다. 따라서 다면체 중에서 면의 개수가 가장 적은 것은 사면체이고, 이때 각 면의 모양은 삼각형이다.



❷ 다음의 두 입체도형은 모양은 서로 다르지만 둘 다 면의 개수가 5개이므로 모두 오면체이다.



1

목표| 주어진 입체도형을 보고 면의 개수를 구하여 몇 면체인지를 말할 수 있게 한다.

풀이| (1) 면이 4개 있으므로 **사면체**이다.
(2) 면이 6개 있으므로 **육면체**이다.
(3) 면이 7개 있으므로 **칠면체**이다.

2

목표| 다면체의 면, 꼭짓점, 모서리의 개수를 알게 한다.

풀이|

(1) **오면체**, **꼭짓점 6개**, **모서리 9개**

(2) **팔면체**, **꼭짓점 12개**, **모서리 18개**

(3) **오면체**, **꼭짓점 5개**, **모서리 8개**

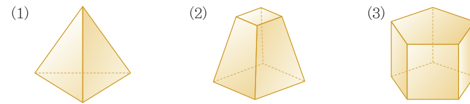
(4) **팔면체**, **꼭짓점 8개**, **모서리 14개**

참고|

	면의 개수	모서리의 개수	꼭짓점의 개수
n각기둥	$n+2$	$3n$	$2n$
n각뿔	$n+1$	$2n$	$n+1$

교과서 278 쪽

문제 1 다음 다면체는 몇 면체인지 말하여라.

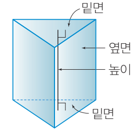


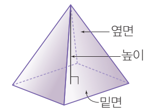
오른쪽 그림과 같이 두 밑면이 서로 평행하고 합동인 다각형이며 옆면이 모두 직사각형인 다면체를 각기둥이라고 한다. 이때 각기둥의 두 밑면에 수직인 선분의 길이가 그 각기둥의 높이이다.

각기둥은 밑면의 모양에 따라 삼각기둥, 사각기둥, 오각기둥, …이라고 한다.

또 밑면이 다각형이고 옆면이 모두 삼각형인 다면체를 각뿔이라고 한다. 이때 각뿔의 꼭짓점에서 밑면에 내린 수선의 길이가 그 각뿔의 높이이다.

각뿔은 밑면의 모양에 따라 삼각뿔, 사각뿔, 오각뿔, …이라고 한다.





문제 2 다음 다면체는 몇 면체인지 말하고, 꼭짓점과 모서리의 개수를 각각 구하여라.
(1) 삼각기둥 (2) 육각기둥
(3) 사각뿔 (4) 칠각뿔



생활 주변에 있는 여러 가지 물건 중에서 다면체를 찾아보고, 그것이 몇 면체인지 말하여 보자.

의/사/소/통

|출제 의도| 생활 주변에서 면으로만 둘러싸인 입체도형의 물건들을 찾아 관찰하여 다면체의 성질을 이해하도록 하기 위한 문제이다.

풀이|



사면체 오면체 육면체 십면체

지/도/자/료

다면체는 다음과 같이 두 가지의 이름을 가진다.
(1) 다면체를 이루는 면의 개수에 따라 사면체, 오면체, 육면체, …라고 한다.
(2) 모양에 따라 각기둥, 각뿔, 각뿔대 등으로 나뉘며, 밑면의 모양에 따라 삼각기둥, 사각뿔, 오각뿔대, …라고 한다.

교과서 279 쪽

각뿔대란 무엇인가?

창의력 기르기

피스톨상

국제 연합(UN)은 제2차 세계 대전 이후 국제 평화 유지와 우호 관계의 촉진, 그리고 경제적 · 사회적 · 문화적 · 인도적 문제에 관한 국제 협력을 목적으로 설립되었다. 국제 연합의 본부는 미국 뉴욕에 있는데 근처에 평화를 상징하는 피스톨상이 있다.



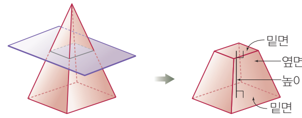
탐구 활동

창의력 기르기의 그림에서 피스톨상을 받치고 있는 입체도형을 보고, 다음 물음에 답하여 보자.

1 입체도형의 두 밑면은 서로 평행한가?

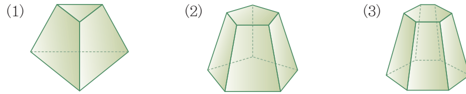
2 입체도형의 옆면의 모양을 말하여 보자.

다음 그림과 같이 각뿔을 그 밑면에 평행한 평면으로 잘라서 생기는 두 입체도형 중에서 각뿔이 아닌 쪽의 다면체를 **각뿔대**라고 한다. 이때 각뿔대에서 서로 평행한 두 면을 밑면, 두 밑면 사이의 거리를 각뿔대의 높이라고 한다.



각뿔대는 밑면의 모양에 따라 삼각뿔대, 사각뿔대, 오각뿔대, …라고 한다.

문제 3 다음 각뿔대의 이름을 말하여라. 또 각각 몇 면체인지 말하여라.





추론 각뿔대의 옆면의 모양은 밑면의 모양과 상관없이 항상 사다리꼴이다. 그 이유를 설명하여 보자.

3

목표| 주어진 각뿔대의 이름을 말할 수 있고, 각뿔대를 둘러싸고 있는 면의 개수를 구하여 몇 면체인지를 말할 수 있게 한다.

풀이| (1) 밑면의 모양이 삼각형이므로 **삼각뿔대**이고, 면의 수는 5개이므로 **오면체**이다.

(2) 밑면의 모양이 오각형이므로 **오각뿔대**이고, 면의 수는 7개이므로 **칠면체**이다.

(3) 밑면의 모양이 육각형이므로 **육각뿔대**이고, 면의 수는 8개이므로 **팔면체**이다.

참고| n각뿔대의 면, 모서리, 꼭짓점의 개수

- 면: $(n+2)$개
- 모서리: $3n$개
- 꼭짓점: $2n$개

창의력 기르기 참 / 고 / 자 / 료

국제 연합은 1946년 붕괴된 국제 연맹을 계승한 것으로 유엔(UN: United Nations)이라고도 한다. 주요 활동은 크게 평화 유지 · 군비 축소 · 국제 협력으로 나눌 수 있다. 1991년 9월에 남북한이 동시에 가입하였고, 현재 193개 회원국이 가입되어 있다.

한편 2006년 제61차 유엔 총회에서 5년 임기로 반기문 사무총장이 임명되었으며 2011년에 회원국의 만장일치로 2012년 1월 1일부터 5년간 연임하게 되었다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 우리 생활 주변에서 실제 모형을 보여 줌으로써 각뿔대의 뜻과 성질을 알게 하려는 것이다.

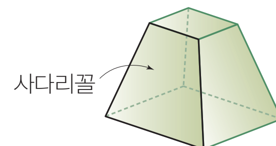
1. 입체도형의 두 밑면은 서로 **평행하다.**

2. 입체도형의 옆면의 모양은 **사다리꼴**이다.

추 / 론

|출제 의도| 각뿔대의 뜻을 정확하게 이해하고, 밑면의 모양과 상관없이 옆면의 모양은 항상 사다리꼴이라는 것을 알도록 하기 위한 문제이다.

풀이| 옆면의 모양이 삼각형인 각뿔을 그 밑면에 평행한 평면으로 자르면, 옆면은 삼각형의 밑변에 평행하게 잘리게 된다. 따라서 각뿔대의 옆면의 모양은 두 변이 서로 평행한 사각형이 되므로 항상 사다리꼴이다.



창의력 기르기 참/고/자/료

주사위의 기원은 확실하지 않지만 이집트에서는 기원전 10세기 이전에 상아나 동물의 뼈로 된 주사위가 있었다. 또 기원전 49년에 율리우스 카이사르가 "주사위는 던져졌다." 라고 선언하고 루비콘 강을 건너 로마로 진격했다는 이야기가 있다.

한편 인도에서는 인더스 문명기의 것으로 추정되는 주사위가 발견되었고, 중국에서는 육각기둥 모양의 나무 조각의 각 면에 문자를 새겨 이것을 굴려 점괘를 냈다고 한다. 한국에서는 승경도놀이(벼슬의 이름이 적혀 있는 말판 위에서 누가 가장 먼저 높은 관직에 올라 퇴관하는가를 겨루는 놀이)에 윤목이라는 이름의 5개의 면을 가진 주사위가 사용되었으며, 정육면체 주사위를 쓰는 쌍륙이라는 놀이가 대중화되기도 하였다.

교과서 280 쪽

정다면체란 무엇인가?

창의력 기르기



주사위

주사위는 기원전 10세기 이전부터 사용되던 놀이 도구의 하나이다. 주사위는 모든 면의 모양이 같고 하나의 재질로 만들어지기 때문에 던졌을 때 각 면이 고루 나온다. 보통 정육면체가 많이 쓰이지만 게임에 따라 면의 개수가 다른 주사위를 사용하기도 한다.

탐구 활동

오른쪽 그림은 정육면체 모양의 주사위이다. 다음 물음에 답하여 보자.



1 주사위의 각 면은 모두 합동인가?

2 주사위의 각 꼭짓점에 모여 있는 면은 모두 몇 개인가?

탐구 활동의 정육면체는 모든 면이 서로 합동인 정사각형이고, 각 꼭짓점에 모여 있는 면의 개수가 3개로 모두 같다.

이와 같이 각 면이 모두 합동인 정다각형이고, 각 꼭짓점에 모여 있는 면의 개수가 같은 다면체를 **정다면체**라고 한다.

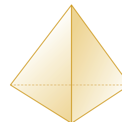
정다면체는 정사면체, 정육면체, 정팔면체, 정십이면체, 정이십면체의 다섯 종류만 있다고 알려져 있다.

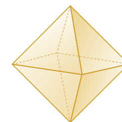
●준비물
정다면체 전개도
활동지 6

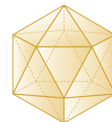
다면체를 면의 모양에 따라 분류하면 다음과 같다.

❶ 모양이 정삼각형인 경우

한 꼭짓점에 모이는 면의 개수가 3개씩인 정사면체, 4개씩인 정팔면체, 5개씩인 정이십면체가 있다.


정사면체


정팔면체


정이십면체

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 우리 주변에서 흔히 볼 수 있는 정다면체인 물건을 이용하여 정다면체의 특징을 알게 하려는 것이다.

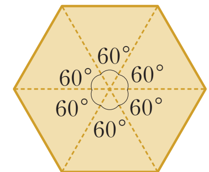
1. 각 면은 크기와 모양이 같으므로 모두 **합동이다.**

2. 각 꼭짓점에 모여 있는 면은 모두 **3개**이다.

본문 해설

❶ 다면체는 어느 다면체이든 반드시 세 면 이상이 모여야 하나의 꼭짓점을 이룰 수 있다. 그리고 각 꼭짓점에 면이 모일 때, 그 각의 크기의 합이 360°보다 작아야 다면체를 이룰 수 있다.

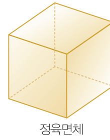
면의 모양이 정삼각형인 경우, 정삼각형의 한 내각의 크기는 60°이므로 한 꼭짓점에 6개의 정삼각형이 모이면 모인 각의 크기의 합은 360°가 된다. 이때 오른쪽 그림과 같이 6개의 면이 한 평면을 이루므로 입체도형인 정다면체가 될 수 없다.



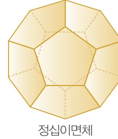
따라서 각 면이 정삼각형인 정다면체는 한 꼭짓점에 모이는 면의 개수가 3개, 4개, 5개인 경우뿐이고, 이들은 각각 정사면체, 정팔면체, 정이십면체이다.

교과서 281 쪽

❶ 모양이 정사각형인 경우
한 꼭짓점에 모이는 면의 개수가 3개씩인 정육면체가 있다.


정육면체

❷ 모양이 정오각형인 경우
한 꼭짓점에 모이는 면의 개수가 3개씩인 정십이면체가 있다.

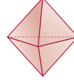

정십이면체

문제 4 정다면체에 대하여 다음 표를 완성하여라.

정다면체	정사면체	정육면체	정팔면체	정십이면체	정이십면체
면의 모양		정사각형			
한 꼭짓점에 모인 면의 개수		3			

창의 UP 한 꼭짓점에 모이는 정삼각형이 6개인 정다면체를 만들 수 없는 이유를 설명하여라.

의사소통 오른쪽 그림은 같은 크기의 정사면체를 두 개 붙여서 만든 입체도형이다.
이 입체도형이 정다면체인지 토의하여 보자.



본문 해설

❶ 면의 모양이 정사각형인 경우, 정사각형의 한 내각의 크기는 90°이므로 한 꼭짓점에 4개의 정사각형이 모이면 모인 각의 크기의 합은 360°가 된다. 즉, 4개의 면이 한 평면을 이루므로 입체도형인 정다면체가 될 수 없다.
따라서 각 면이 정사각형인 정다면체는 한 꼭짓점에 모이는 면의 개수가 3개인 정육면체뿐이다.

❷ 면의 모양이 정오각형인 경우, 정오각형의 한 내각의 크기는 108°이므로 한 꼭짓점에 4개의 정오각형이 모이면 모인 각의 크기의 합은 432°가 된다. 즉, 그 각의 크기의 합이 360°를 넘기 때문에 정다면체가 될 수 없다.
따라서 각 면이 정오각형인 정다면체는 한 꼭짓점에 모이는 면의 개수가 3개인 정십이면체뿐이다.

참고| 면의 모양이 정육각형인 경우, 정육각형의 한 내각의 크기는 120°이므로 한 꼭짓점에 3개의 정육각형이 모이면 모인 각의 크기의 합은 360°가 되어 한 평면을 이룬다. 따라서 변의 수가 6개 이상인 정다각형으로는 정다면체를 만들 수 없다.

4

목표| 정다면체를 이루는 면의 모양을 알고, 한 꼭짓점에 모인 면의 개수를 구할 수 있게 한다.

풀이|

정다면체	면의 모양	한 꼭짓점에 모인 면의 개수
정사면체	**정삼각형**	**3**
정육면체	정사각형	3
정팔면체	**정삼각형**	**4**
정십이면체	**정오각형**	**3**
정이십면체	**정삼각형**	**5**

창의 UP

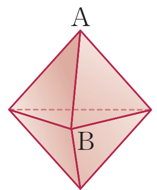
|출제 의도| 정다면체의 한 꼭짓점에 모일 수 있는 면의 개수를 알고, 정다면체의 특징을 알도록 하기 위한 문제이다.

풀이| 정삼각형 6개가 한 꼭짓점에 모이면 정삼각형의 한 내각의 크기가 60°이므로 그 꼭짓점에 모이는 각의 크기의 합이 $60^\circ \times 6 = 360^\circ$가 되어 평면을 이루게 되므로 입체도형을 만들 수 없다. 따라서 한 꼭짓점에 모이는 정삼각형이 6개인 정다면체는 만들 수 없다.

의/사/소/통

|출제 의도| 정다면체의 뜻을 정확하게 알고, 정다면체가 되기 위한 조건을 알도록 하기 위한 문제이다.

풀이| 주어진 입체도형의 각 면은 모두 합동인 정삼각형이지만 꼭짓점 A에 모인 면의 개수는 3개, 꼭짓점 B에 모인 면의 개수는 4개로 같지 않다. 즉, 각 꼭짓점에 모인 면의 개수가 다르므로 정다면체가 아니다.



1-2 회전체

소단원 지도 목표

① 회전체에 대하여 알게 한다.
② 원뿔대에 대하여 알게 한다.
③ 회전체의 성질을 이해하게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 회전체를 지도할 때에는 모형이나 구체적인 물건을 이용하여 직관적으로 관찰하도록 한다.

2. 회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자르면 단면의 모양이 항상 원이 됨을 알게 한다. 또한 회전체는 회전축을 중심으로 서로 대칭이라는 점을 이해하게 한다.

새로 나온 용어와 기호

• 원뿔대(frustum of cone)

교과서 282 쪽

1-2 회전체

● 회전체의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다.



회전체란 무엇인가?

창의력 기르기

도자기

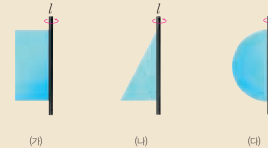
우리 주변에서 흔히 볼 수 있는 도자기는 잘 반죽한 질흙을 물레 위에서 회전시켜 모양을 만든 것이다. 우리 민족 문화유산인 고려 시대의 청자와 조선 시대의 분청자, 백자는 세계적으로 그 아름다움을 높이 평가받고 있으며, 그 시대 사람들의 삶과 문화를 담고 있다는 점에서도 가치가 있다.



탐구 활동

●준비물
빨대, 종이, 자, 가위, 컴퍼스, 투명 테이프

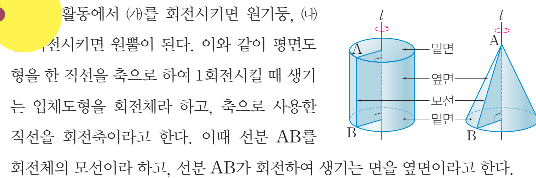
다음 그림과 같이 빨대에 직사각형, 직각삼각형, 반원 모양의 종이를 붙여서 돌려 보고, 물음에 답하여 보자.



1 빨대를 한 바퀴 돌렸을 때, 어떤 모양이 되는지 그려 보자.

2 **1**에서 만들어진 입체도형의 이름은 무엇인가?

❶ 활동에서 ㈎를 회전시키면 원기둥, ㈏ 전시키면 원뿔이 된다. 이와 같이 평면도형을 한 직선을 축으로 하여 1회전시킬 때 생기는 입체도형을 회전체라 하고, 축으로 사용한 직선을 회전축이라고 한다. 이때 선분 AB를 회전체의 모선이라 하고, 선분 AB가 회전하여 생기는 면을 옆면이라고 한다.



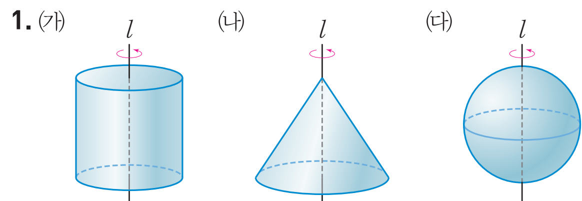
창의력 기르기 참/고/자/료

도자기는 점토로 모양을 만들어 높은 온도의 불에서 구워 낸 그릇이나 장식물을 말한다. 크게 1300 ℃보다 낮은 온도에서 구운 도기(陶器)와 1300～1500 ℃에서 구운 자기(瓷器)로 나눌 수 있으며, 도기와 자기를 통틀어 도자기라고 한다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 간단한 도형인 직사각형, 직각삼각형, 반원을 직접 회전시켰을 때 생기는 입체도형을 추측하게 하려는 것이다.
준비물 • 빨대, 종이, 자, 가위, 컴퍼스, 투명 테이프

1. ㈎ ㈏ ㈐



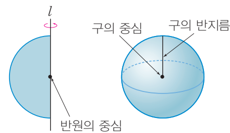
2. ㈎ **원기둥** ㈏ **원뿔** ㈐ **구**

본문 해설

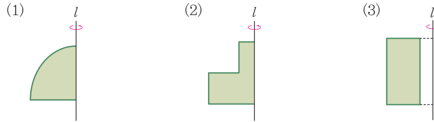
❶ 원기둥은 직사각형의 한 변을 축으로 하여 1회전시킬 때 생기는 회전체이고, 원뿔은 직각삼각형의 빗변이 아닌 직각을 이루는 한 변을 축으로 하여 1회전시킬 때 생기는 회전체이다.

교과서 283 쪽

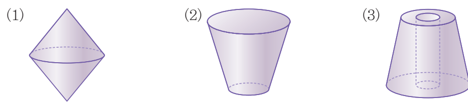
또 탐구 활동에서 (다)와 같이 반원의 지름을 축으로 하여 1회전시킨 회전체를 구라고 한다. 이때 반원의 중심은 구의 중심이 되고 반원의 반지름은 구의 반지름이 된다.



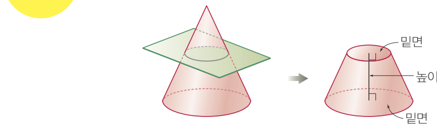
문제 1 다음 평면도형을 직선 l을 축으로 하여 1회전시킬 때 생기는 입체도형을 그려라.



문제 2 다음 입체도형은 어떤 평면도형을 1회전시킨 것인지 그려라.



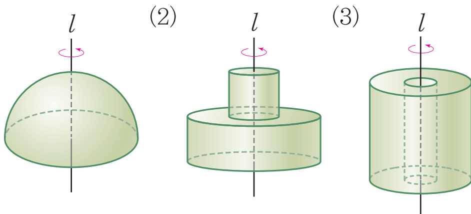
다음 그림과 같이 원뿔을 그 밑면에 평행한 평면으로 잘라서 생기는 두 입체도 [illegible]에서 원뿔이 아닌 쪽의 도형을 **원뿔대**라고 한다. 원뿔대에서 서로 평행한 두 ❶ [illegible]면, 두 밑면 사이의 거리를 원뿔대의 높이라고 한다.



1

목표| 주어진 평면도형을 직선 l을 축으로 하여 1회전시킬 때 생기는 입체도형을 그릴 수 있게 한다.

풀이| (1) (2) (3)

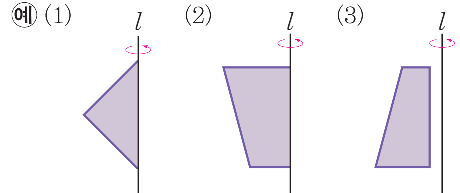


2

목표| 주어진 회전체를 보고 회전시킨 도형을 그릴 수 있게 한다.

풀이|

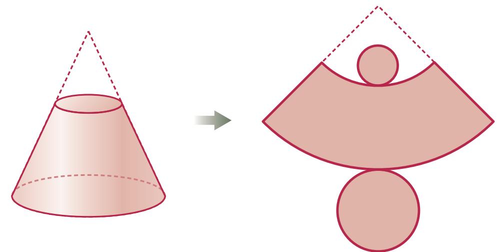
예 (1) (2) (3)



본문 해설

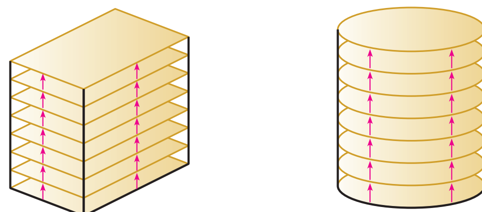
❶ 원뿔대는 원뿔을 밑면과 평행하게 잘라서 생긴 도형이므로 원뿔대의 두 밑면은 크기가 다른 원이다.

참고| 원뿔대의 전개도는 다음과 같다.



지/도/자/료

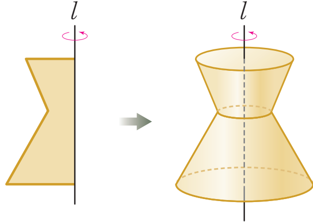
면의 이동에 의한 입체도형 중에는 회전이동으로 생기는 회전체뿐만 아니라 다음 그림과 같이 평행이동으로 생기는 입체도형이 있다.
다각형이나 원을 그 평면에 수직인 방향으로 일정한 거리만큼 움직일 때, 그 다각형이나 원이 지나간 자리에 생기는 입체도형을 각각 각기둥, 원기둥이라고 볼 수 있다.



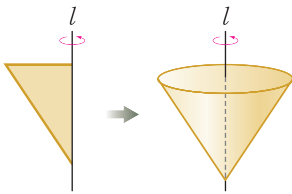
3

목표| 주어진 평면도형을 직선 l을 축으로 하여 1회전시킬 때 생기는 입체도형 중에서 원뿔대를 찾을 수 있게 한다.

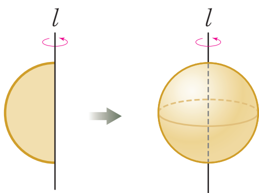
풀이| ㉠



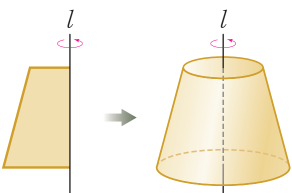
㉡



㉢



㉣



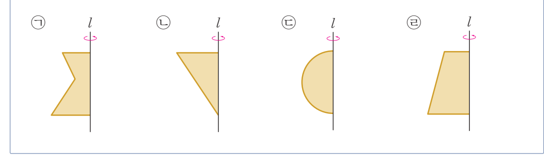
따라서 원뿔대가 되는 것은 ㉣이다.

창의력 기르기 참/고/자/료

칼슘, 비타민 A, 비타민 C, 식이 섬유 등이 풍부한 당근의 대표적인 성분은 오렌지색 색소이자 카로틴의 일종인 베타카로틴이다. 당근의 영어 단어인 'carrot'도 카로틴(carotene)에서 유래했다. 베타카로틴은 비타민 C, E와 함께 3대 항산화 비타민으로 체내에서 유해 산소를 없애 준다. 또한 적당량을 섭취하면 노화를 억제하고 면역력을 높이며 암 예방도 돕는다.

교과서 284 쪽

문제 3 다음 평면도형을 직선 l을 축으로 하여 1회전시킬 때, 원뿔대가 되는 것을 찾아라.



회전체의 단면은 어떤 성질이 있는가?

창의력 기르기

당근

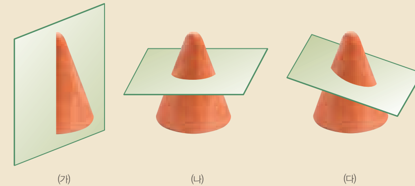
당근의 대표 성분인 베타카로틴은 몸 안에 들어가서 필요한 만큼만 비타민 A로 바뀐다. 또한 당근은 비타민 A뿐만 아니라 칼슘, 비타민 C, 식이 섬유도 풍부하게 함유하고 있다.



탐구 활동

원뿔 모양의 당근을 다음과 같이 여러 방향의 평면으로 잘라 보고, 물음에 답하여 보자.

●준비물
당근, 과일칼



1 (가)와 같이 회전축을 포함하는 평면으로 잘랐을 때, 잘린 면의 모양을 그려 보고 도형의 이름을 말하여 보자.

2 (나)와 같이 회전축에 수직인 평면으로 잘랐을 때, 잘린 면의 모양을 그려 보고 도형의 이름을 말하여 보자.

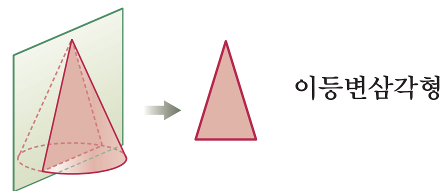
3 (다)와 같이 회전축을 포함하지 않고 회전축에 수직이 아닌 평면으로 잘랐을 때, 잘린 면의 모양을 그려 보자.

탐구 활동의 이해

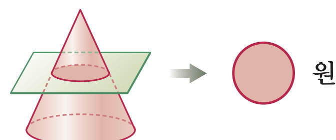
활동 목표 • 회전체를 평면으로 잘랐을 때, 회전체와 평면이 이루는 각도에 따라 잘린 면의 모양이 여러 가지가 될 수 있음을 알게 하려는 것이다.

준비물 • 당근, 과일칼

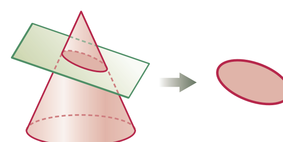
1.



2.

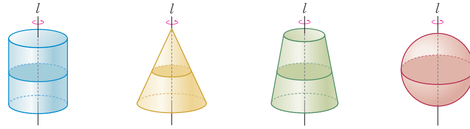


3.



입체도형을 평면으로 자를 때 생기는 도형의 면을 단면이라고 한다.

❶ 위 그림과 같이 회전체를 회전축 l에 수직인 평면으로 자르면 그 단면의 모양이 원이 된다.



또 회전축 l을 포함하는 평면으로 자르면 그 단면의 모양은 서로 합동이고, 회전축을 대칭축으로 하는 선대칭도형이 된다.

어떤 직선으로 접어서 완전히 겹쳐지는 도형을 선대칭도형이라 하고, 그 직선을 대칭축이라고 한다.



회전체				
단면의 모양	직사각형	이등변삼각형	사다리꼴	원

일반적으로 회전체는 다음과 같은 성질이 있다.

회전체의 성질

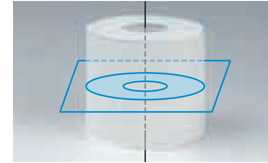
(1) 회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자른 단면의 모양은 항상 원이다.

(2) 회전체를 회전축을 포함하는 평면으로 자른 단면의 모양은 모두 합동이고 회전축을 대칭축으로 하는 선대칭도형이다.

지/도/자/료

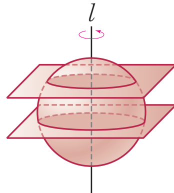
1. 회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자른 경우와 회전축을 포함하는 평면으로 자른 경우의 단면의 모양을 관찰하게 함으로써 회전체가 가지는 성질을 이해하게 한다.

2. 회전축에 수직인 평면으로 자른 단면의 모양은 일반적으로 원이지만 경우에 따라서는 동심원이 되기도 한다.



본문 해설

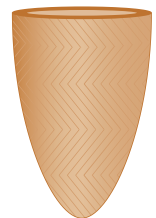
❶ 구를 평면으로 자른 단면의 모양은 항상 원이지만 그 크기는 모두 다르다. 즉, 원기둥을 제외한 회전체를 회전축 l에 수직인 평면으로 자르면 그 단면의 모양은 크기가 서로 다른 원이 된다.



읽/기/자/료 빗살무늬 토기

빗살무늬 토기는 나무나 뼈 또는 그것으로 만든 여러 가닥이 난 빗살 모양의 무늬 새기개로 그릇 바깥 면에 무늬를 새긴 토기이다. 이러한 빗살무늬는 그릇에 따라 여러 모습을 나타내는데, 우리나라에서 가장 특징적인 모습은 선과 점선으로 된 짧은 줄을 한쪽 방향으로 또는 서로 방향을 엇바꾸어 가면서 그려서 생선의 뼈처럼 생긴 것이다.

오른쪽 그림과 같은 빗살무늬 토기도 어떤 도형을 회전시킨 모양인데 이것을 회전축을 포함하는 평면으로 자르면 그 단면의 모양은 다음 그림과 같다.



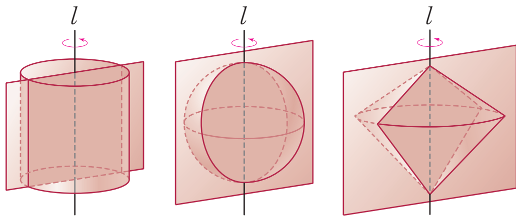


4

목표| 주어진 회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자른 단면의 모양과 회전축을 포함하는 평면으로 자른 단면의 모양을 알게 한다.

풀이| 회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자른 단면의 모양은 항상 **원**이다. 또 회전축을 포함하는 평면으로 자르면 그 단면의 모양은 각각 다음과 같다.

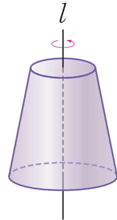
(1) **직사각형** (2) **원** (3) **사각형**



5

목표| 회전체의 성질에 관한 문제를 만들고 풀어 봄으로써 회전체에 대한 이해를 돕기 위한 문제이다.

예시| 오른쪽 회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자른 단면의 모양과 회전축을 포함하는 평면으로 자른 단면의 모양을 각각 말하여라.



풀이| 원, 사다리꼴

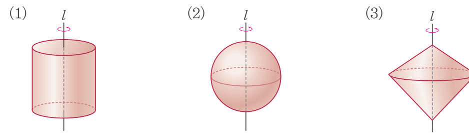
문/제/해/결

|출제 의도| 회전체인 구의 단면에 대한 성질을 알도록 하기 위한 문제이다.

풀이| 구를 평면으로 잘랐을 때, 방향에 관계없이 그 단면의 모양은 원이다. 이때 단면의 넓이가 최대인 원은 평면이 구의 중심을 지날 때 생긴다.

교과서 286 쪽

문제 4 다음 회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자른 단면의 모양은 어떤 평면도형이 되는가? 또 회전축을 포함하는 평면으로 자른 단면의 모양은 어떤 평면도형이 되는가?

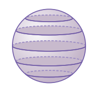




문제 5 문제 4와 같이 회전체의 성질에 관한 문제를 만들고, 풀어 보아라.



문제해결 구를 여러 방향의 평면으로 자른 단면의 모양을 알아보고, 단면의 넓이가 최대가 되도록 자르는 방법을 말하여 보자.



수학이 만난 세상 속 직업 이야기

보석 세공사

보석의 원석을 다양한 다면체 모양으로 가공하여 아름답고 빛나는 보석으로 만드는 사람을 보석 세공사라고 한다. 가장 단단한 광석으로서 인기 있는 보석 중의 하나인 다이아몬드는 색상, 투명도, 무게, 연마의 4가지 요인에 의해 가치가 결정되므로 세공사의 창조력과 예술적인 감각, 정교한 기술이 필요하다.



직/업/관/련/자/료 보석 세공사

근무 환경 ● 보석을 가공하여 제품을 제작하거나 수리하고 상태를 검사하는 역할을 한다. 본인이 업체를 직접 경영하며 판매와 마케팅을 겸하기도 한다.

관련 학과 ● 전문대학 및 대학의 귀금속공예과, 보석가공과 등 관련 학과에서 이론과 가공 기술을 배울 수 있다. 또한 사설 교육기관에서 실무 위주의 교육을 받고 취업을 할 수도 있다.

적성 및 흥미 ● 관련 학과가 늘어나 배출 인력이 많아져 차별화된 세공 능력이 있어야 유리할 것이다. 특히 디자인의 중요성이 부각되어 창의적인 디자인 개발에도 관심을 가지는 것이 필요하다.

중/단/원 기초

1

목표| 각뿔대의 뜻과 그 성질을 알게 한다.

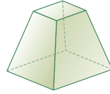
풀이| 밑면이 사각형이므로 각뿔대의 이름은 **사각뿔대**이고, 옆면의 모양은 **사다리꼴**이다.

교과서 287 쪽

중 / 단 / 원 기초

각뿔을 그 밑면에 평행한 평면으로 잘라서 생기는 두 입체도형 중에서 각뿔이 아닌 쪽의 다면체를 각뿔대라고 한다.

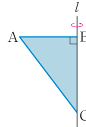
1 오른쪽 그림과 같은 각뿔대의 이름을 말하여라. 또 이 입체도형의 옆면의 모양을 말하여라.



2 한 면의 모양이 정삼각형인 정다면체를 모두 말하여라.

회전체에서 축이 되는 직선을 회전축이라고 한다.

3 오른쪽 도형 ABC를 직선 l을 축으로 하여 1회전시킬 때 생기는 입체도형을 그려라. 또 이 입체도형의 모선이 되는 선분을 말하여라.



4 다음 입체도형은 어떤 평면도형을 1회전시킨 것인지 그려라.

(1) (2)



5 다음 회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자른 단면의 모양과 회전축을 포함하는 평면으로 자른 단면의 모양을 각각 말하여라.

(1) 원기둥 (2) 원뿔

(3) 원뿔대 (4) 구

2

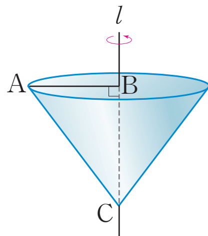
목표 한 면의 모양이 정삼각형인 정다면체를 모두 찾을 수 있게 한다.

풀이 **정사면체, 정팔면체, 정이십면체**

3

목표 주어진 평면도형을 1회전시킬 때 생기는 입체도형을 그리고, 입체도형의 모선이 되는 선분을 찾을 수 있게 한다.

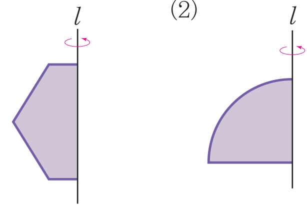
풀이 도형 ABC를 직선 l을 축으로 하여 1회전시킬 때 생기는 입체도형은 오른쪽 그림과 같다. 따라서 이 입체도형의 모선이 되는 선분은 $\overline{\mathbf{AC}}$이다.



4

목표 주어진 회전체를 보고 회전시킨 도형을 그릴 수 있게 한다.

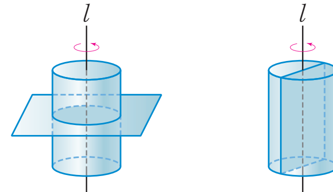
풀이 ㉮ (1) (2)



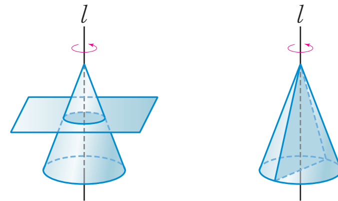
5

목표 회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자른 단면의 모양과 회전축을 포함하는 평면으로 자른 단면의 모양을 알게 한다.

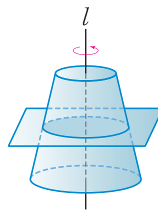
풀이 (1) 원기둥

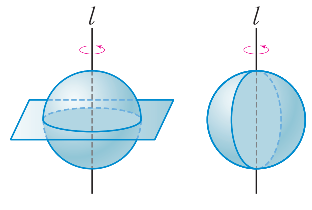


(2) 원뿔



(3) 원뿔대 (4) 구





회전체의 이름	회전축에 수직인 평면으로 자른 단면의 모양	회전축을 포함하는 평면으로 자른 단면의 모양
(1) 원기둥	**원**	**직사각형**
(2) 원뿔	**원**	**이등변삼각형**
(3) 원뿔대	**원**	**사다리꼴**
(4) 구	**원**	**원**

중/단/원 기본

1

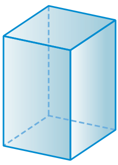
목표| 주어진 입체도형이 몇 면체인지 알게 한다.

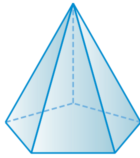
풀이| 면이 7개 있으므로 **칠면체**이다.

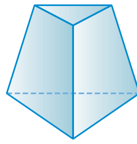
2

목표| 다면체의 면, 꼭짓점, 모서리의 개수를 알게 한다.

풀이|


사각기둥


오각뿔


삼각뿔대

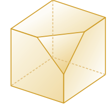
다면체의 이름	사각기둥	오각뿔	삼각뿔대
면의 개수	6	**6**	**5**
모서리의 개수	**12**	10	**9**
꼭짓점의 개수	**8**	**6**	6

교과서 288 쪽

중/단/원 기본

다면체

1 오른쪽 입체도형은 몇 면체인지 말하여라.



다면체

2 다음 표를 완성하여라.

다면체의 이름	사각기둥	오각뿔	삼각뿔대
면의 개수	6		
모서리의 개수		10	
꼭짓점의 개수			6

정다면체

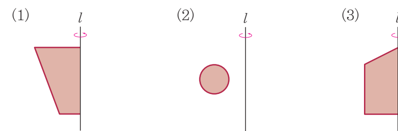
3 다음 물음에 답하여라.

(1) 한 면의 모양이 오각형인 정다면체를 말하여라.

(2) 꼭짓점의 개수가 8개 이하인 정다면체를 모두 말하여라.

회전체

4 다음 도형을 직선 l을 축으로 하여 1회전시킬 때 생기는 입체도형을 그려라.



회전체의 단면

5 다음은 회전체와 그 회전체를 회전축을 포함하는 평면으로 자른 단면의 모양을 짝지은 것이다. 옳지 않은 것을 찾아라.

㉠ 원기둥 – 직사각형　　㉡ 원뿔 – 이등변삼각형

㉢ 원뿔대 – 사다리꼴　　㉣ 반구 – 원

3

목표| 정다면체의 종류와 그 성질을 알게 한다.

풀이| (1) **정십이면체**

(2) **정사면체, 정육면체, 정팔면체**

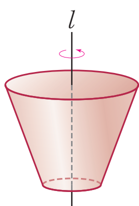
참고|

정다면체	정사면체	정육면체	정팔면체	정십이면체	정이십면체
꼭짓점의 개수	4	8	6	20	12

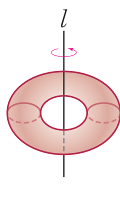
4

목표| 평면도형을 1회전시킬 때 생기는 회전체를 그릴 수 있게 한다.

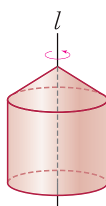
풀이| (1)



(2)



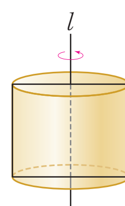
(3)



5

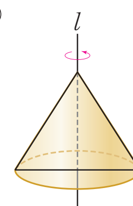
목표| 회전체를 회전축을 포함하는 평면으로 자른 단면의 모양을 알게 한다.

풀이| ㉠



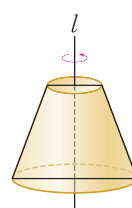
원기둥 – 직사각형

㉡



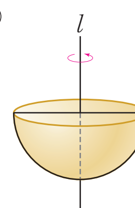
원뿔 – 이등변삼각형

㉢



원뿔대 – 사다리꼴

㉣



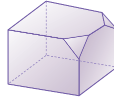
반구 – 반원

따라서 옳지 않은 것은 ㉣이다.

교과서 289 쪽

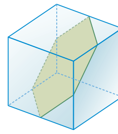
중 / 단 / 원 실력

1 오른쪽 입체도형에서 면의 개수를 a, 모서리의 개수를 b, 꼭짓점의 개수를 c라고 할 때, $a+b+c$의 값을 구하여라.



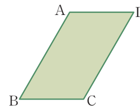
• 자르는 평면과 정육면체의 모서리가 만나는 점의 개수를 바꾸어 가며 그려 본다.

2 오른쪽 그림은 정육면체를 평면으로 잘랐을 때 단면의 모양이 육각형이 되도록 자른 것이다. 이와 같이 정육면체를 평면으로 자른 단면의 모양이 삼각형, 사각형, 오각형이 되도록 그려라.



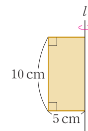
3 오른쪽 평행사변형 ABCD에서 다음 선분을 축으로 하여 1회전시킬 때 생기는 입체도형을 그려라.

(1) 선분 AB (2) 선분 BD



• 회전체는 회전축을 포함하는 평면으로 잘랐을 때, 그 단면의 넓이가 최대가 된다.

4 오른쪽 평면도형을 직선 l을 축으로 하여 1회전시켰다. 이때 생기는 입체도형을 축에 평행한 평면으로 잘랐을 때, 넓이가 최대가 되는 단면의 넓이를 구하여라.



중/단/원 실력

1

목표| 입체도형에서 면의 개수, 모서리의 개수, 꼭짓점의 개수를 구할 수 있게 한다.

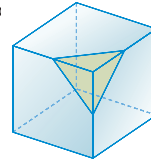
풀이| 주어진 입체도형에서
면의 개수는 8개
모서리의 개수는 18개
꼭짓점의 개수는 12개
따라서 $a+b+c=8+18+12=$**38**이다.

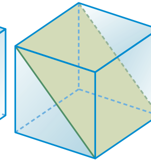
2

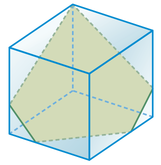
목표| 주어진 다면체를 한 평면으로 자른 단면의 모양을 그릴 수 있게 한다.

풀이| 자르는 평면과 정육면체가 만나는 모서리의 개수와 단면의 모양인 다각형의 꼭짓점의 개수가 같아야 한다.

예


삼각형

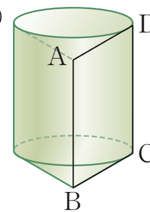

사각형


오각형

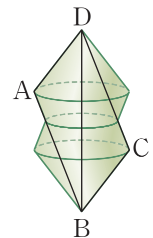
3

목표| 평행사변형의 여러 변을 회전축으로 하여 1회전시킬 때 생기는 회전체를 그릴 수 있게 한다.

풀이| (1)



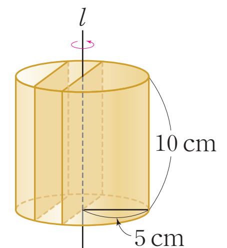
(2)



4

목표| 원기둥을 밑면에 수직인 평면으로 자른 단면의 모양을 알게 한다.

풀이| 주어진 평면도형을 직선 l을 축으로 하여 1회전시키면 원기둥이 된다. 이때 직사각형의 세로의 길이는 모두 원기둥의 높이와 같고, 가로의 길이는 회전축에 가깝게 자를수록 길고 멀게 자를수록 짧다. 따라서 단면의 넓이가 가장 클 때에는 회전축을 포함하여 자른 경우이며, 그 단면의 모양은 가로, 세로의 길이가 모두 10 cm인 정사각형이므로 구하는 넓이는 100 cm^2이다.



2 입체도형의 겉넓이와 부피

중단원을 시작하며

이번 중단원에서는 다음 내용을 지도한다.

① 기둥의 겉넓이와 부피를 구할 수 있게 한다.
② 뿔의 겉넓이와 부피를 구할 수 있게 한다.
③ 구의 겉넓이와 부피를 구할 수 있게 한다.

중단원의 구성

소단원명	지도 내용
2-1 기둥의 겉넓이와 부피	각기둥과 원기둥의 겉넓이
	각기둥과 원기둥의 부피
2-2 뿔의 겉넓이와 부피	각뿔과 원뿔의 겉넓이
	각뿔과 원뿔의 부피
2-3 구의 겉넓이와 부피	구의 겉넓이
	구의 부피
수준별 학습	중단원 확인 학습 문제

교과서 290 쪽

2 입체도형의 겉넓이와 부피

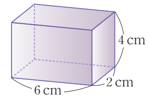


준|비|학|습

직육면체의 겉넓이와 부피
• (직육면체의 겉넓이)
=(한 밑면의 넓이)×2
+(옆넓이)
• (직육면체의 부피)
=(한 밑면의 넓이)×(높이)
=(가로의 길이)
×(세로의 길이)×(높이)

1 오른쪽 그림은 가로의 길이가 6 cm, 세로의 길이가 2 cm, 높이가 4 cm인 직육면체이다. 다음 물음에 답하여라.

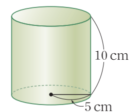
(1) 직육면체의 전개도를 그려라.
(2) 직육면체의 겉넓이를 구하여라.
(3) 직육면체의 부피를 구하여라.



원기둥의 겉넓이와 부피
• (원기둥의 겉넓이)
=(한 밑면의 넓이)×2
+(옆넓이)
• (원기둥의 부피)
=(한 밑면의 넓이)×(높이)

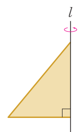
2 오른쪽 그림은 밑면인 원의 반지름의 길이가 5 cm이고, 높이가 10 cm인 원기둥이다. 다음 물음에 답하여라. (단, 원주율은 3.14로 계산한다.)

(1) 원기둥의 전개도를 그려라.
(2) 원기둥의 겉넓이를 구하여라.
(3) 원기둥의 부피를 구하여라.



회전체
평면도형을 한 직선을 축으로 하여 1회전시켜서 얻어지는 입체도형

3 오른쪽 평면도형을 직선 l을 축으로 하여 1회전시켰을 때 생기는 입체도형의 이름을 말하여라.

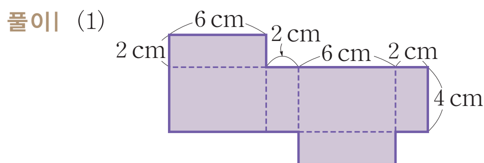


준비 학습의 해설

1

목표| 직육면체의 전개도를 그리고, 겉넓이와 부피를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1)



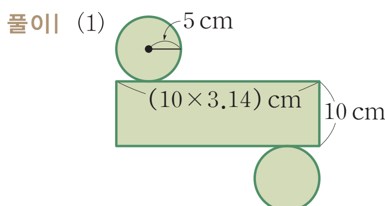
(2) (겉넓이) $=6\times2\times2+(6+2+6+2)\times4$
$=24+64=\mathbf{88(cm^2)}$

(3) (부피) $=6\times2\times4=\mathbf{48(cm^3)}$

2

목표| 원기둥의 전개도를 그리고, 겉넓이와 부피를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1)



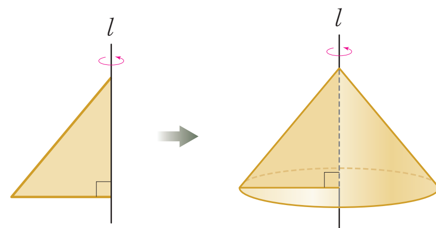
(2) (겉넓이) $=5\times5\times3.14\times2+10\times3.14\times10$
$=157+314=\mathbf{471(cm^2)}$

(3) (부피) $=5\times5\times3.14\times10=\mathbf{785(cm^3)}$

3

목표| 평면도형을 1회전시켰을 때 생기는 입체도형의 이름을 말할 수 있게 한다.

풀이| 주어진 평면도형을 직선 l을 축으로 하여 1회전시켰을 때 생기는 입체도형은 **원뿔**이다.



교과서 291 쪽

2-1 기둥의 겉넓이와 부피

● 각기둥과 원기둥의 겉넓이와 부피를 구할 수 있다.

기둥의 겉넓이를 어떻게 구하는가?



창의력 기르기

포장의 기능

물품의 가치를 높이거나 보호하기 위하여 시작된 포장은 산업이 발달하면서 그 중요성이 증가하였다. 최근에는 운반의 편리성과 홍보, 디자인, 기능 등을 고려하여 다양한 형태와 재료를 사용하여 포장을 하고 있다.

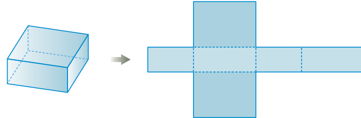
탐구 활동

오른쪽 그림과 같이 6개의 음료수 캔을 직육면체 모양의 투명한 상자에 담으려고 한다. 다음 물음에 답하여 보자.

1 상자의 두 밑면의 넓이는 같은가?

2 상자를 포장하려고 할 때, 포장지가 겹쳐진 부분의 넓이는 생각하지 않는다면 필요한 포장지의 넓이를 어떻게 구하는지 말하여 보자.

각기둥의 겉넓이를 구할 때에는 전개도를 이용하면 편리하다.



각기둥은 합동인 두 밑면과 직사각형 모양의 옆면으로 이루어져 있으므로 각기둥의 겉넓이는 다음과 같이 구한다.

❶ …등의 겉넓이

(각기둥의 겉넓이)=(한 밑면의 넓이)×2+(옆넓이)

창의력 기르기 참/고/자/료

포장은 상품을 차별화하여 분명히 인식하게 해 주고 상품의 가치를 높여 주며 운송 시 상품 보호의 기능을 가진다. 하지만 과도한 포장의 폐기물은 환경 오염과 공해 문제를 일으킨다. 또 자원 부족과 관련하여 편리성 위주의 사치성 과대 포장도 문제가 되고 있다. 이처럼 현대 사회에서 포장은 홍보와 물류, 환경의 중심에 있다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 생활 주변의 소재를 이용하여 기둥의 겉넓이를 구하는 방법을 이해하게 하려는 것이다.

1. 상자의 두 밑면의 넓이는 **같다**.

2. 상자의 두 밑면의 넓이와 네 개의 사각형으로 이루어진 옆면 전체의 넓이의 합을 구하면 된다.

2-1 기둥의 겉넓이와 부피

소단원 지도 목표

① 각기둥과 원기둥의 겉넓이를 구하는 방법을 이해하고, 이를 구할 수 있게 한다.

② 각기둥과 원기둥의 부피를 구하는 방법을 이해하고, 이를 구할 수 있게 한다.

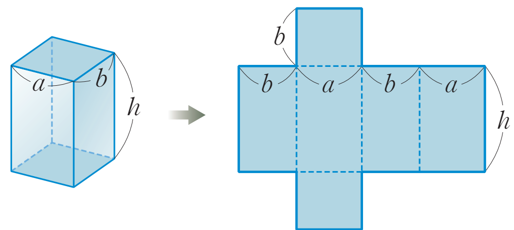
교수 · 학습상의 유의점

1. 각기둥이나 원기둥의 겉넓이는 전개도를 이용하여 쉽게 이해할 수 있도록 지도한다.

2. 기둥의 부피는 밑면의 모양에 관계없이 밑면의 넓이와 높이의 곱으로 구할 수 있음을 알게 한다.

본문 해설

❶ 각기둥의 옆면은 전개도에서 하나의 직사각형이 되므로 그 가로의 길이는 한 밑면의 둘레의 길이와 같고, 세로의 길이는 기둥의 높이와 같다.



즉, 위의 사각기둥의 전개도에서

(직사각형의 가로의 길이)=(한 밑면의 둘레의 길이)

$=2\times(a+b)$

(직사각형의 세로의 길이)=(기둥의 높이)$=h$

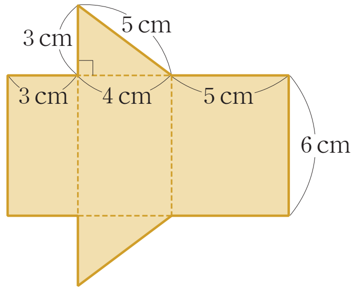
이므로 사각기둥의 겉넓이는 다음과 같다.

(한 밑면의 넓이)×2+(옆넓이)

$=(a\times b)\times 2+2\times(a+b)\times h$

목표| 주어진 각기둥의 겉넓이를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1)



위의 전개도에서

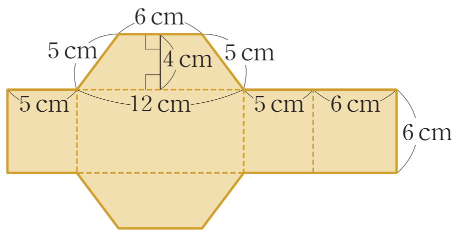
(한 밑면의 넓이)$=\frac{1}{2}\times3\times4=6(\text{cm}^2)$

(옆넓이)$=(3+4+5)\times6=72(\text{cm}^2)$

따라서 구하는 겉넓이는

(겉넓이)$=6\times2+72=\mathbf{84(cm^2)}$

(2)



위의 전개도에서

(한 밑면의 넓이)$=\frac{1}{2}\times(6+12)\times4=36(\text{cm}^2)$

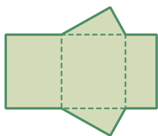
(옆넓이)$=(5+12+5+6)\times6=168(\text{cm}^2)$

따라서 구하는 겉넓이는

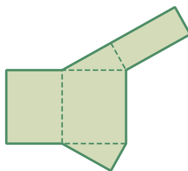
(겉넓이)$=36\times2+168=\mathbf{240(cm^2)}$

참고| 삼각기둥의 전개도는 다음과 같이 펼쳐지는 모양에 따라 다양하게 그릴 수 있다.

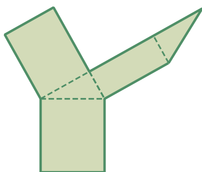
(가)



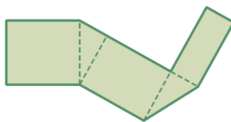
(나)



(다)



(라)

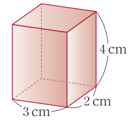


겉넓이를 구할 때에는 옆넓이를 하나의 직사각형의 넓이로 쉽게 구할 수 있는 (가)와 같은 전개도가 편리하다.

교과서 292 쪽

예 제 1

오른쪽 그림과 같이 가로의 길이가 3 cm, 세로의 길이가 2 cm, 높이가 4 cm인 사각기둥의 겉넓이를 구하여라.



● 풀이 오른쪽 전개도에서

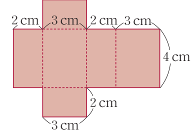
(한 밑면의 넓이)$=3\times2=6(\text{cm}^2)$

(옆넓이)$=(2+3+2+3)\times4$

$=40(\text{cm}^2)$

따라서 구하는 겉넓이는

(겉넓이)$=6\times2+40=52(\text{cm}^2)$

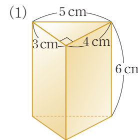


답 ● 52 cm^2

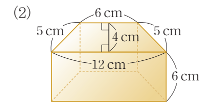
문 제

다음 각기둥의 겉넓이를 구하여라.

(1)

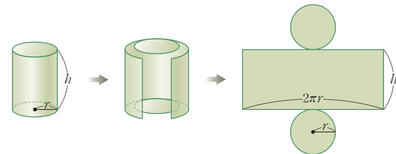


(2)



…기둥의 겉넓이도 각기둥의 겉넓이를 구하는 방법으로 구할 수 있다.

❶ …인 원의 반지름의 길이가 r이고, 높이가 h인 원기둥의 전개도를 그리면 다 … 같다.



본문 해설

❶ 원기둥의 전개도에서 옆면인 직사각형의 가로의 길이는 한 밑면인 원의 원주와 같고, 세로의 길이는 원기둥의 높이와 같다.

참고| 반지름의 길이가 r인 원의 원주를 l, 넓이를 S라고 하면

$$l=2\pi r,\ S=\pi r^2$$

이다.

밑면은 반지름의 길이가 r인 원이므로

(한 밑면의 넓이)$=\pi r^2$

이고, 직사각형 모양인 옆면의 가로의 길이는 밑면인 원의 둘레의 길이 $2\pi r$와 같으므로

(옆넓이)$=2\pi r\times h=2\pi rh$

이다.

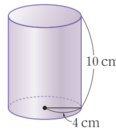
따라서 원기둥의 겉넓이는 다음과 같이 구한다.

원기둥의 겉넓이

밑면인 원의 반지름의 길이가 r이고, 높이가 h인 원기둥의 겉넓이 S는

$S=$(한 밑면의 넓이)$\times 2+$(옆넓이)$=2\pi r^2+2\pi rh$

예제 2 오른쪽 그림과 같이 밑면인 원의 반지름의 길이가 4 cm이고, 높이가 10 cm인 원기둥의 겉넓이를 구하여라.



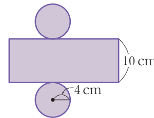
● 풀이 오른쪽 전개도에서

(한 밑면의 넓이)$=\pi\times 4^2=16\pi(\text{cm}^2)$

(옆넓이)$=2\pi\times 4\times 10=80\pi(\text{cm}^2)$

따라서 구하는 겉넓이는

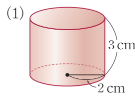
(겉넓이)$=16\pi\times 2+80\pi=112\pi(\text{cm}^2)$



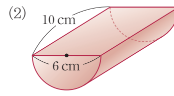
답 ● $112\pi\ \text{cm}^2$

문제 2 다음 입체도형의 겉넓이를 구하여라.

(1)



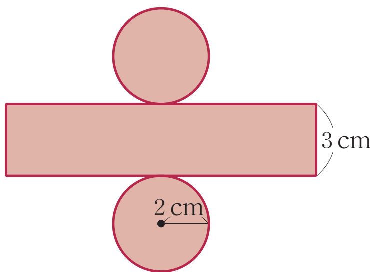
(2)



2

목표| 주어진 입체도형의 겉넓이를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1)



위의 전개도에서

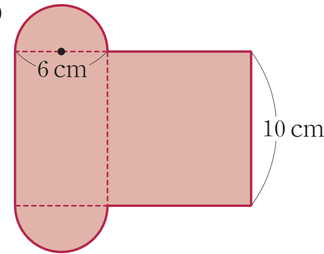
(한 밑면의 넓이)$=\pi\times 2^2=4\pi(\text{cm}^2)$

(옆넓이)$=2\pi\times 2\times 3=12\pi(\text{cm}^2)$

따라서 구하는 겉넓이는

(겉넓이)$=4\pi\times 2+12\pi=\mathbf{20\pi(cm^2)}$

(2)



위의 전개도에서

(한 밑면의 넓이)$=\pi\times 3^2\times\frac{1}{2}$

$=\frac{9}{2}\pi(\text{cm}^2)$

(옆넓이)$=\left(2\pi\times 3\times\frac{1}{2}+6\right)\times 10$

$=30\pi+60(\text{cm}^2)$

따라서 구하는 겉넓이는

(겉넓이)$=\frac{9}{2}\pi\times 2+(30\pi+60)$

$=\mathbf{39\pi+60(cm^2)}$

지/도/자/료

1. 원기둥의 전개도를 이용하여 원기둥을 직접 만들어 봄으로써 한 밑면의 둘레의 길이와 직사각형의 가로의 길이가 같음을 직관적으로 알게 한다.
2. 원의 넓이나 원주를 계산할 때에는 원주율 π를 사용하도록 지도한다.

창의력 기르기 참 / 고 / 자 / 료

우리나라에서 떡은 명절이나 잔치에 빼놓을 수 없는 음식이다. 서울특별시 종로구에 위치한 떡 박물관에서는 여러 종류의 떡과 만드는 방법, 관련 유물 등을 전시하고 있다. 자세한 사항은 떡 박물관 홈페이지(http://tkmuseum.or.kr)에서 확인할 수 있다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 직육면체를 삼각기둥으로 나누어 직육면체의 부피와 삼각기둥의 부피 사이의 관계를 알게 하려는 것이다.
준비물 • 시루떡, 과일칼

1. 나뉜 떡의 한 쪽의 밑면의 넓이는 원래 떡의 반이다.

2. 나뉜 떡의 한 쪽의 부피는 원래 떡의 반이다.

교과서 294 쪽



기둥의 부피를 어떻게 구하는가?

창의력 기르기

시루떡

시루떡은 쌀가루에 콩이나 팥 등을 섞어 시루에 켜켜로 안쳐서 찐 떡이다. 예로부터 우리 조상들은 각종 경조사에 시루떡을 만들어 나누어 먹었는데, 그중에서 붉은 팥떡은 액운을 막는다고 하여 지금도 이사나 개업 때 이웃과 나누어 먹는다.

탐 구 활 동

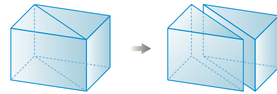
● 준비물
시루떡, 과일칼

오른쪽 그림과 같이 직육면체 모양의 시루떡을 대각선 방향으로 썰어 보고, 다음 물음에 답하여 보자.



1 원래 떡과 나뉜 떡의 한 쪽의 밑면의 넓이를 비교하여 보자.
2 원래 떡과 나뉜 떡의 한 쪽의 부피를 비교하여 보자.

❶ 활동처럼 직육면체를 다음 그림과 같이 반으로 자르면 똑같은 삼각기둥이 2개 …진다.



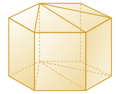
이때 직육면체의 부피는

(가로의 길이) × (세로의 길이) × (높이) = (한 밑면의 넓이) × (높이)

이므로 직육면체를 사각기둥으로 본다면 한 삼각기둥의 부피는 다음과 같다.

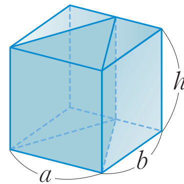
$$(\text{삼각기둥의 부피}) = \frac{1}{2} \times (\text{사각기둥의 부피})$$
$$= \frac{1}{2} \times (\text{사각기둥의 한 밑면의 넓이}) \times (\text{높이})$$
$$= (\text{삼각기둥의 한 밑면의 넓이}) \times (\text{높이})$$

❷ 각기둥, 육각기둥, …과 같은 각기둥은 오른쪽 그림과 … 몇 개의 삼각기둥으로 나눌 수 있으므로 각기둥의 부피는 나누어진 삼각기둥의 부피의 합으로 구할 수 있다.



본문 해설

❶ 오른쪽 그림과 같은 삼각기둥에 대해서도 그 부피는 직육면체의 부피의 $\frac{1}{2}$이다.



직육면체의 가로의 길이를 a, 세로의 길이를 b, 높이를 h라고 하면

(직육면체의 부피) $= abh$

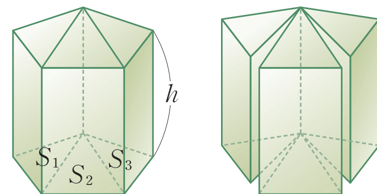
(삼각기둥의 부피) $= \left(\frac{1}{2} \times a \times b\right) \times h$

$= \frac{1}{2}abh$

삼각기둥의 한 밑면의 넓이는 직육면체의 한 밑면의 넓이의 $\frac{1}{2}$이고, 삼각기둥과 직육면체의 높이가 같으므로 삼각기둥의 부피는 직육면체의 부피의 $\frac{1}{2}$이 된다.

❷ 사각기둥을 2개의 삼각기둥으로 나눌 수 있듯이 오각기둥을 3개의 삼각기둥으로 나누었을 때, 세 삼각기둥의 한 밑면의 넓이를 각각 S_1, S_2, S_3이라 하고, 높이를 h라고 하면

(오각기둥의 부피)
$= S_1 \times h + S_2 \times h + S_3 \times h$
$= (S_1 + S_2 + S_3) \times h$
$=$ (오각기둥의 한 밑면의 넓이) × (오각기둥의 높이)



따라서 각기둥의 부피는 다음과 같이 구할 수 있다.

(각기둥의 부피) = (한 밑면의 넓이) × (높이)

교과서 295 쪽

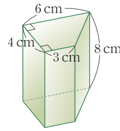
일반적으로 각기둥의 부피는 다음과 같이 구한다.

각기둥의 부피

한 밑면의 넓이가 S이고, 높이가 h인 각기둥의 부피 V는

$V=$(한 밑면의 넓이)×(높이)$=Sh$

예 제 3 오른쪽 각기둥의 부피를 구하여라.



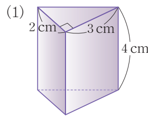
● 풀이 (한 밑면의 넓이)$=\frac{1}{2}\times(3+6)\times4=18(\text{cm}^2)$

(부피)=(한 밑면의 넓이)×(높이)$=18\times8=144(\text{cm}^3)$

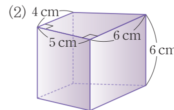
답 ● 144 cm^3

문제 3 다음 각기둥의 부피를 구하여라.

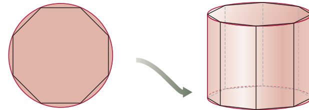
(1)



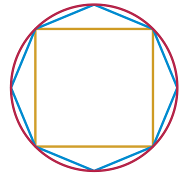
(2)



❶ 그림과 같이 원기둥 속에 꼭 맞는 밑면이 정다각형인 각기둥에서 밑면의 변의 개수를 늘려감에 따라 각기둥은 원기둥에 가까워진다.



본문 해설



❶ 원 속에 꼭 맞는 정다각형의 변의 개수를 늘리면 정다각형의 넓이가 점점 원의 넓이에 가까워짐을 알 수 있다.

따라서 원기둥의 밑면인 원 속에 꼭 맞는 정다각형을 밑면으로 하고, 높이가 원기둥의 높이와 같은 각기둥을 생각하여 정다각형의 변의 개수를 늘리면 그 부피가 점점 원기둥의 부피에 가까워진다는 것을 이용하여 원기둥의 부피를 구할 수 있다.

3

목표 | 주어진 각기둥의 부피를 구할 수 있게 한다.

풀이 | (1) (부피)$=\frac{1}{2}\times2\times3\times4$

$=\mathbf{12(cm^3)}$

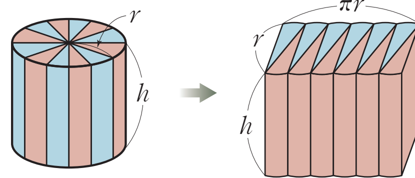
(2) (부피)$=\frac{1}{2}\times(4+6)\times5\times6$

$=\mathbf{150(cm^3)}$

지/도/자/료

원기둥의 부피를 구하는 또 다른 방법이 있다.

원기둥을 다음의 왼쪽 그림과 같이 밑면의 중심각을 등분하여 오른쪽 그림과 같이 늘어놓을 때, 등분하는 개수가 많아지면 원기둥의 부피는 직육면체의 부피와 같다고 볼 수 있다.



즉, 원기둥의 밑면인 원의 반지름의 길이를 r, 높이를 h, 한 밑면의 넓이를 S, 부피를 V라고 하면

$$V=\pi r\times r\times h=\pi r^2\times h=Sh$$

이다.

4

목표| 주어진 입체도형의 부피를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) (부피)$=\pi\times3^2\times7=$**$63\pi(\text{cm}^3)$**

(2) (부피)

$=$(큰 원기둥의 부피)$-$(작은 원기둥의 부피)

$=(\pi\times4^2\times8)-(\pi\times2^2\times8)$

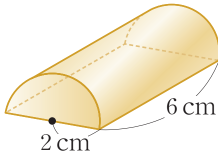
$=128\pi-32\pi$

$=$**$96\pi(\text{cm}^3)$**

5

|출제 의도| 원기둥과 관련된 입체도형의 부피를 능숙하게 구할 수 있도록 연습하게 하려는 문제이다.

예시| 다음 입체도형의 부피를 구하여라.



풀이| (부피)$=\frac{1}{2}\times\pi\times2^2\times6=12\pi(\text{cm}^3)$

6

목표| 실생활에서 볼 수 있는 원기둥 모양의 수조의 부피를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) (수조의 밑면인 원의 반지름의 길이)

$=\frac{(\text{수조의 밑면인 원의 둘레의 길이})}{2\pi}$

$=\frac{4}{2\times3.14}=0.636\cdots(\text{m})$

이므로 소수 셋째 자리에서 반올림하여 구하면 **0.64 m**이다.

(2) (수조의 부피)

$=\pi\times$(반지름의 길이)$\times$(반지름의 길이)$\times5$

$=3.14\times0.64\times0.64\times5$

$=6.43072(\text{m}^3)$

따라서 소수 셋째 자리에서 반올림하면 수조에 들어갈 수 있는 물의 양은 **6.43톤**이다.

교과서 296 쪽

따라서 원기둥의 부피는 각기둥의 부피와 같은 방법으로 구할 수 있다. 즉,

(원기둥의 부피)$=$(한 밑면의 넓이)$\times$(높이)

이다.

일반적으로 원기둥의 부피는 다음과 같이 구한다.

원기둥의 부피

밑면인 원의 반지름의 길이가 r이고, 높이가 h인 원기둥의 부피 V는

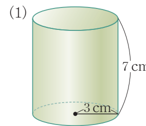
$V=$(한 밑면의 넓이)$\times$(높이)$=\pi r^2h$

보기 밑면인 원의 반지름의 길이가 2 cm이고 높이가 5 cm인 원기둥의 부피 V는

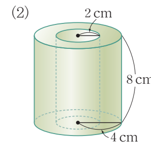
$V=\pi\times2\times2\times5=20\pi(\text{cm}^3)$

문제 4 다음 입체도형의 부피를 구하여라.

(1)



(2)





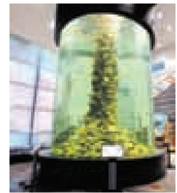
문제 5 문제 4와 같이 입체도형의 부피를 구하는 문제를 만들고, 풀어 보아라.



문제 6 오른쪽 그림은 전라남도 해양수산과학관에 있는 원기둥 모양의 수조이다. 수조의 밑면인 원의 둘레의 길이가 4 m이고 높이가 5 m일 때, 다음 물음에 답하여라. (단, $\pi=3.14$, 1 $\text{m}^3=1$톤이고, 소수 셋째 자리에서 반올림한다.)

(1) 수조의 밑면인 원의 반지름의 길이는 몇 m인가?

(2) 수조에 들어갈 수 있는 물의 양은 몇 톤인가?



읽/기/자/료 음료수 깡통의 비밀

음료수 깡통을 원기둥으로 만드는 이유에는 경제 원칙과 수학적 원리가 숨어 있다. 경제 원칙은 최소의 비용으로 최대의 효과를 내는 것이 목적이다. 따라서 최대 효과를 얻기 위해서는 원가를 절감해야 한다. 넓이가 같을 때 둘레의 길이가 가장 짧은 평면도형은 원이고, 같은 부피를 가지면서 최소의 겉넓이를 가지는 입체도형은 구이다. 하지만 음료수 깡통을 구로 만들면 굴러다니기 때문에 음료수를 담기에는 비효율적이다. 따라서 겉넓이를 최소화하면서 굴러다니지 않도록 하기 위해서는 원기둥이 최적격이다. 즉, 겉넓이를 최소화하여 원가를 절감하면 회사는 지출 비용이 줄어들어 경제적 효과를 극대화할 수 있다. 이 때문에 시중에 판매되는 대다수의 음료수 깡통은 원기둥으로 만들어지는 것이다.

교과서 297 쪽

2-2 뿔의 겉넓이와 부피

● 각뿔과 원뿔의 겉넓이와 부피를 구할 수 있다.

뿔의 겉넓이를 어떻게 구하는가?

창의력 기르기

루브르 박물관

프랑스 파리의 루브르 박물관 입구에는 피라미드 모양의 건축물이 있다. 건축가 이오 밍 페이(Ieoh Ming Pei: 1917~)가 설계하여 1989년에 완성된 이 건축물은 현재 파리를 대표하는 상징물의 하나로 자리 잡고 있으며 옆면은 철골 구조와 유리로 덮여 있다.

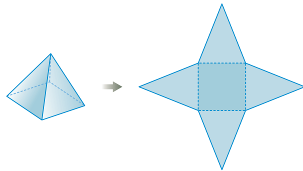
탐구 활동

다음 물음에 답하여 보자.

1 피라미드 모양의 건축물의 각 면을 이루는 도형이 무엇인지 말하여 보자.

2 피라미드 모양의 건축물의 겉넓이를 어떻게 구하는지 말하여 보자.

각뿔의 겉넓이를 구할 때에는 전개도를 이용하면 편리하다.



각기둥의 밑면은 두 개이고, 각뿔의 밑면은 한 개이다.

❶ [illegible]은 한 개의 밑면과 삼각형 모양의 옆면으로 이루어져 있으므로 각뿔의 겉[illegible]는 다음과 같이 구한다.

각뿔의 겉넓이

(각뿔의 겉넓이)=(밑면의 넓이)+(옆넓이)

2-2 뿔의 겉넓이와 부피

소단원 지도 목표

① 각뿔과 원뿔의 겉넓이를 구하는 방법을 이해하고, 이를 구할 수 있게 한다.

② 각뿔과 원뿔의 부피를 구하는 방법을 이해하고, 이를 구할 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 뿔의 겉넓이를 구하는 방법은 전개도를 이용하여 밑면의 넓이와 옆넓이를 각각 구해 봄으로써 이해할 수 있도록 한다.

2. 뿔의 부피를 구하는 방법은 구체적인 조작을 통하여 직관적으로 이해하게 하고, 이를 이용하여 부피를 구할 수 있게 한다.

창의력 기르기 참/고/자/료

1981년 '대루브르 계획안'에 공모하여 당선된 건축가 이오 밍 페이(I. M. Pei)의 설계안은 루브르 궁 뜰에 유리 피라미드를 설치하는 것이었다. 길이 220 m, 폭 110 m의 나폴레옹 뜰과 기하학적 측면에서 가장 조화로운 것은 피라미드 형태이며, 이것이 순수 기하학적 형상이면서 가장 적은 공간을 차지한다고 한다. 따라서 기존의 장엄한 분위기와 조화를 이룰 수 있도록 가볍고 투명한 구조를 응용하여 1989년에 한 변의 길이가 30 m, 높이가 21.6 m, 각도가 50.71°인 피라미드가 완성되었다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 사각뿔의 각 면을 이루는 도형을 찾아보고, 각 면의 넓이의 합으로 각뿔의 겉넓이를 구하는 방법을 알게 하려는 것이다.

1. 옆면의 모양은 **삼각형**이고, 밑면의 모양은 **사각형**이다.

2. 옆면을 이루는 네 개의 삼각형의 넓이와 밑면인 사각형의 넓이를 합하여 피라미드의 겉넓이를 구할 수 있다.

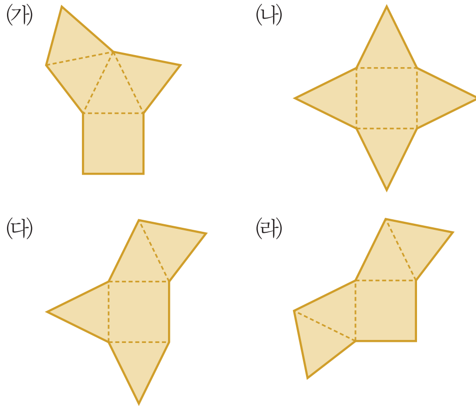
본문 해설

❶ n각뿔은 n각형으로 된 하나의 밑면과 삼각형으로 된 n개의 옆면으로 둘러싸인 입체도형이다. 전개도를 이용하면 각뿔의 겉넓이를 쉽게 구할 수 있다.

본문 해설

❶ (옆넓이)=(이등변삼각형의 넓이)×4

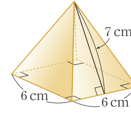
참고| 주어진 사각뿔의 전개도는 펼쳐지는 모양에 따라 다양하게 그릴 수 있다.



교과서 298 쪽

예 제 1

오른쪽 그림과 같이 밑면이 정사각형이고, 옆면은 모두 합동인 이등변삼각형으로 이루어진 사각뿔이 있다. 이 사각뿔의 겉넓이를 구하여라.



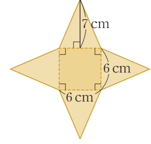
❶ 오른쪽 전개도에서

(밑면의 넓이)$=6\times6=36(\text{cm}^2)$

(옆넓이)$=\left(\frac{1}{2}\times6\times7\right)\times4=84(\text{cm}^2)$

따라서 구하는 겉넓이는

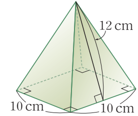
(겉넓이)$=36+84=120(\text{cm}^2)$



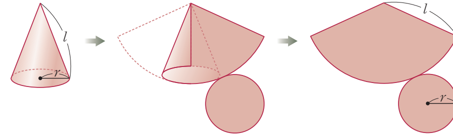
답 ● 120 cm²

문 제

오른쪽 그림과 같이 밑면이 정사각형이고, 옆면은 모두 합동인 이등변삼각형으로 이루어진 사각뿔이 있다. 이 사각뿔의 겉넓이를 구하여라.

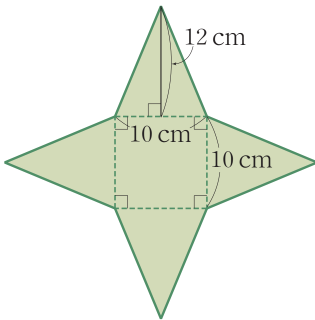


❷ …뿔의 겉넓이를 구할 때에도 그 전개도를 이용하면 쉽게 구할 수 있다.
…인 원의 반지름의 길이가 r이고, 모선의 길이가 l인 원뿔의 전개도를 그리
…음과 같다.



목표| 주어진 사각뿔의 겉넓이를 구할 수 있게 한다.

풀이|



위의 전개도에서

(밑면의 넓이)$=10\times10=100(\text{cm}^2)$

(옆넓이)$=\left(\frac{1}{2}\times10\times12\right)\times4=240(\text{cm}^2)$

따라서 구하는 겉넓이는

(겉넓이)$=100+240=$**340(cm²)**

본문 해설

❷ 원뿔의 모선의 길이가 전개도에서는 부채꼴의 반지름의 길이가 되므로 모선의 길이와 밑면인 원의 반지름의 길이를 이용하여 부채꼴의 넓이, 즉 원뿔의 옆넓이를 구할 수 있다.

(부채꼴의 넓이) $=\frac{1}{2}\times$(호의 길이) $\times$(반지름의 길이)

밑면은 반지름의 길이가 r인 원이므로 (밑면의 넓이)$=\pi r^2$이다. 또 옆면은 반지름의 길이가 모선의 길이 l과 같고, 호의 길이가 밑면인 원의 둘레의 길이 $2\pi r$와 같은 부채꼴이므로

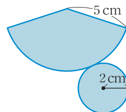
$$(\text{옆넓이})=\frac{1}{2}\times 2\pi r\times l=\pi lr$$

이다.

따라서 원뿔의 겉넓이는 다음과 같이 구한다.

원뿔의 겉넓이
밑면인 원의 반지름의 길이가 r이고, 모선의 길이가 l인 원뿔의 겉넓이 S는
$S=$(밑면의 넓이)$+$(옆넓이)$=\pi r^2+\pi lr$

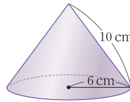
예 제 2 밑면인 원의 반지름의 길이가 2 cm이고, 모선의 길이가 5 cm인 원뿔의 겉넓이를 구하여라.



풀이 오른쪽 전개도에서
(밑면의 넓이)$=\pi\times 2^2=4\pi(\text{cm}^2)$
(옆넓이)$=\frac{1}{2}\times 2\pi\times 2\times 5=10\pi(\text{cm}^2)$
따라서 구하는 겉넓이는
(겉넓이)$=4\pi+10\pi=14\pi(\text{cm}^2)$

답 $14\pi\ \text{cm}^2$

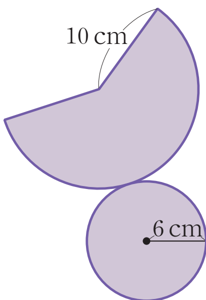
문제 2 오른쪽 그림과 같이 밑면인 원의 반지름의 길이가 6 cm이고, 모선의 길이가 10 cm인 원뿔의 겉넓이를 구하여라.



2

목표 | 주어진 원뿔의 겉넓이를 구할 수 있게 한다.

풀이

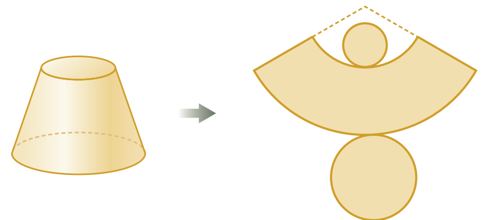


위의 전개도에서
(밑면의 넓이)$=\pi\times 6^2=36\pi(\text{cm}^2)$
(옆넓이)$=\frac{1}{2}\times 2\pi\times 6\times 10=60\pi(\text{cm}^2)$
따라서 구하는 겉넓이는
(겉넓이)$=36\pi+60\pi=\mathbf{96\pi(cm^2)}$

지/도/자/료

1. 옆면의 중심각의 크기를 이용하여 원뿔의 겉넓이를 구하는 방법이 있다.
예제 2의 원뿔의 전개도에서 부채꼴의 중심각의 크기를 x°라고 하면
$2\pi\times 5\times\frac{x}{360}=2\pi\times 2$
$x=144$
따라서 옆넓이는
$\pi\times 5^2\times\frac{144}{360}=10\pi(\text{cm}^2)$
밑면의 넓이는 $4\pi\ \text{cm}^2$이므로 구하는 겉넓이는
(밑면의 넓이)$+$(옆넓이)$=4\pi+10\pi$
$=14\pi(\text{cm}^2)$
옆면의 중심각의 크기를 이용하는 방법과 옆면의 반지름의 길이와 호의 길이를 이용하는 방법 중 계산이 편리한 방법으로 겉넓이를 구하도록 지도한다.

2. 원뿔대의 겉넓이를 구하는 방법
원뿔대는 원뿔을 밑면과 평행한 평면으로 잘라서 생기는 두 다면체 중에서 원뿔이 아닌 쪽의 다면체이다.



위의 전개도에서 알 수 있듯이 원뿔대의 겉넓이는
(큰 원의 넓이)$+$(작은 원의 넓이)$+$(옆넓이)
이다. 이때 옆넓이는 큰 부채꼴의 넓이에서 점선 부분인 작은 부채꼴의 넓이를 빼면 된다.
한편 원뿔대의 겉넓이를 구하는 방법은 '종이컵을 만드는 데 필요한 종이의 넓이를 구하는 문제'와 같이 실생활과 관련된 문제를 해결하는 데 도움이 됨을 알게 한다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 물을 실제로 부어 보는 활동을 통해 밑면이 합동이고 높이가 같은 뿔과 기둥의 부피 사이의 관계를 알게 하려는 것이다.

준비물 • 밑면의 넓이와 높이가 각각 같은 사각뿔 모양의 그릇과 사각기둥 모양의 그릇, 물

1. 사각기둥 모양의 그릇에 물을 가득 채우려면 사각뿔 모양의 그릇에 물을 가득 담아 **3번** 부어야 한다.

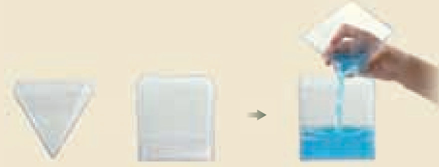
교과서 300 쪽

뿔의 부피를 어떻게 구하는가?

탐 구 활 동

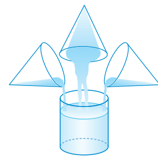
● 준비물
밑면의 넓이와 높이가 각각 같은 사각뿔 모양의 그릇과 사각기둥 모양의 그릇, 물

다음 그림과 같이 밑면이 합동이고 높이가 같은 사각뿔 모양의 그릇과 사각기둥 모양의 그릇을 준비하여 보자. 사각뿔 모양의 그릇에 물을 가득 담아 사각기둥 모양의 그릇에 부어 가득 채우려고 한다. 물음에 답하여 보자.



1 사각기둥 모양의 그릇에 물이 가득 차려면, 사각뿔 모양의 그릇의 물을 몇 번 부어야 하는지 구하여 보자.

❶ 활동에서 사각뿔 모양의 그릇에 물을 가득 담아 3번 부으면 사각기둥 모양 그릇을 가득 채울 수 있다. 따라서 사각뿔의 부피는 밑면의 넓이와 높이가 각각 같은 사각기둥의 부피의 $\frac{1}{3}$임을 알 수 있다.



일반적으로 각뿔의 부피는 밑면의 넓이와 높이가 각각 같은 각기둥의 부피의 $\frac{1}{3}$이다. 원뿔의 부피도 각뿔의 경우와 마찬가지로 밑면인 원의 반지름의 길이와 높이가 각각 같은 원기둥의 부피의 $\frac{1}{3}$이다.

따라서 각뿔과 원뿔의 부피는 다음과 같이 구한다.

❷ 과 원뿔의 부피

밑면의 넓이가 S이고, 높이가 h인 각뿔의 부피 V는

$$V=\frac{1}{3}\times(\text{밑면의 넓이})\times(\text{높이})=\frac{1}{3}Sh$$

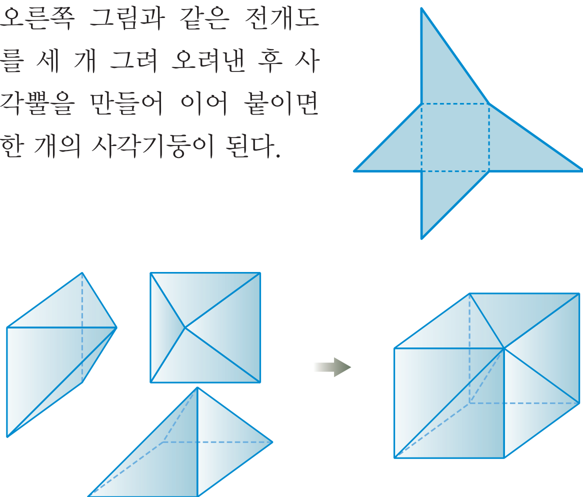
(2) 밑면인 원의 반지름의 길이가 r이고, 높이가 h인 원뿔의 부피 V는

$$V=\frac{1}{3}\times(\text{밑면의 넓이})\times(\text{높이})=\frac{1}{3}\pi r^2h$$

본문 해설

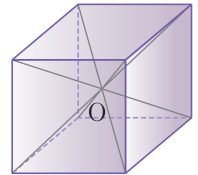
❶ 밑면이 합동이고 높이가 같은 세 개의 사각뿔로 사각기둥을 만들어 봄으로써 각뿔의 부피가 밑면의 넓이와 높이가 각각 같은 각기둥의 부피의 $\frac{1}{3}$임을 알 수도 있다.

오른쪽 그림과 같은 전개도를 세 개 그려 오려낸 후 사각뿔을 만들어 이어 붙이면 한 개의 사각기둥이 된다.



❷ 뿔의 높이는 뿔의 꼭짓점에서 밑면에 수직으로 그은 선분의 길이이다.

지/도/자/료



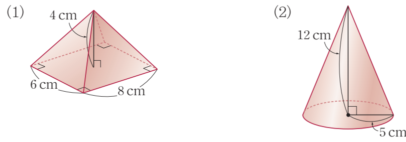
한 변의 길이가 a인 정육면체에서 그 중심 O와 각 꼭짓점을 이으면 오른쪽 그림과 같이 서로 합동인 6개의 사각뿔이 생긴다. 이때 정육면체의 부피는 a^3이기 때문에 각 사각뿔의 부피 $V=\frac{1}{6}a^3$이고,

이것을 고쳐 쓰면 $V=\frac{1}{3}a^2\times\frac{1}{2}a$가 성립한다.

그런데 a^2은 이 사각뿔의 밑면의 넓이 S를 나타내고, $\frac{1}{2}a$는 사각뿔의 높이 h를 나타내므로 사각뿔의 부피 $V=\frac{1}{3}Sh$이다.

교과서 301 쪽

예 제 3 다음 입체도형의 부피를 구하여라.



● 풀이 (1) (사각뿔의 부피)$=\frac{1}{3}\times$(밑면의 넓이)$\times$(높이)

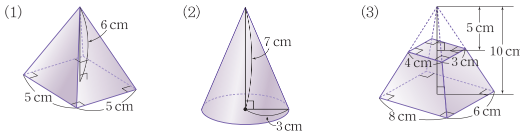
$=\frac{1}{3}\times 6\times 8\times 4=64(\text{cm}^3)$

(2) (원뿔의 부피)$=\frac{1}{3}\times$(밑면의 넓이)$\times$(높이)

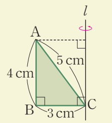
$=\frac{1}{3}\times\pi\times 5^2\times 12=100\pi(\text{cm}^3)$

답 ● (1) 64 cm^3 (2) $100\pi\text{ cm}^3$

문 제 3 다음 입체도형의 부피를 구하여라.



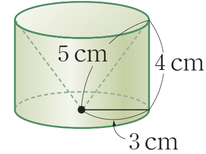
창의 UP 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC를 직선 l을 축으로 하여 1회전시킬 때 생기는 입체도형의 부피를 구하여라.



창의 UP

|출제 의도| 주어진 직각삼각형을 회전시켜서 생긴 입체도형의 부피를 구함으로써 회전체의 부피를 능숙하게 구할 수 있도록 연습하게 하려는 문제이다.

풀이| 직각삼각형 ABC를 직선 l을 축으로 하여 1회전시킬 때 생기는 입체도형은 다음 그림과 같다.



(부피)$=$(원기둥의 부피)$-$(원뿔의 부피)

$=(\pi\times 3^2\times 4)-\left(\frac{1}{3}\times\pi\times 3^2\times 4\right)$

$=36\pi-12\pi$

$=\mathbf{24\pi(cm^3)}$

3

목표| 주어진 입체도형의 부피를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) (사각뿔의 부피)$=\frac{1}{3}\times$(밑면의 넓이)$\times$(높이)

$=\frac{1}{3}\times 5\times 5\times 6=\mathbf{50(cm^3)}$

(2) (원뿔의 부피)$=\frac{1}{3}\times$(밑면의 넓이)$\times$(높이)

$=\frac{1}{3}\times\pi\times 3^2\times 7=\mathbf{21\pi(cm^3)}$

(3) (각뿔대의 부피)

$=$(큰 사각뿔의 부피)$-$(작은 사각뿔의 부피)

$=\left(\frac{1}{3}\times 8\times 6\times 10\right)-\left(\frac{1}{3}\times 4\times 3\times 5\right)$

$=\mathbf{140(cm^3)}$

읽/기/자/료 사각뿔 모양의 피라미드

세계 제7대 불가사의 중의 하나인 이집트의 피라미드는 사각뿔 모양으로 파라오의 무덤으로 사용되었다.

특히 쿠푸왕 피라미드는 정사각뿔 모양으로 밑면의 4개의 꼭짓점은 각각 정확히 동서남북을 가리키고 있으며, 밑면은 한 변의 길이가 약 230 m인 정사각형 모양을 이루고 있다. 이 피라미드는 직육면체로 다듬은 돌을 하나하나 쌓아 올려 건축되었고, 약 230만 개의 돌이 사용되었다고 한다.

피라미드는 지금으로부터 약 5000년 전에 만들어진 건축물이지만 그 정교함과 크기 면에서 아직도 풀지 못한 불가사의가 여러 곳에 숨어 있다.

2-3 구의 겉넓이와 부피

소단원 지도 목표

① 구의 겉넓이를 구하는 방법을 이해하고, 이를 구할 수 있게 한다.
② 구의 부피를 구하는 방법을 이해하고, 이를 구할 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 구의 겉넓이와 부피를 구하는 방법은 구체적인 실험을 통하여 직관적으로 이해하게 한다.

창의력 기르기 참/고/자/료

농구공의 표면은 오렌지색의 가죽이나 합성 재질로 된 여덟 쪽의 조각으로 이어져 있어야 하며, 공을 코트에 떨어뜨렸을 때 튀어 오르는 높이가 중요하다.
축구공은 둥근 모양이어야 하며 가죽 또는 다른 알맞은 재질로 되어 있어야 한다.
야구공은 코르크, 고무 또는 이와 비슷한 재료로 만든 작은 심에 실을 감고, 흰색의 말가죽 또는 쇠가죽 두 쪽을 실로 꿰매어 실밥의 영향으로 공에 변화를 준다.
탁구공은 셀룰로이드 혹은 이와 유사한 플라스틱을 재질로 하며, 색상은 무광택의 흰색 또는 오렌지색이어야 한다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 농구공의 표면을 덮는 실험을 직접 해 봄으로써 구의 겉넓이를 구하는 방법을 알게 하려는 것이다.
준비물 • 농구공, 종이, 컴퍼스, 연필, 자, 가위, 접착제

1. 농구공의 표면을 모두 덮으려면 농구공과 반지름의 길이가 같은 원 모양의 종이가 **4개** 필요하다.

2. 농구공의 겉넓이는 원의 넓이의 **4배**이다.

교과서 302 쪽

2-3 구의 겉넓이와 부피

● 구의 겉넓이와 부피를 구할 수 있다.

구의 겉넓이를 어떻게 구하는가?

창의력 기르기

공의 지름의 길이



농구, 축구, 야구, 탁구 등은 모두 구 모양의 공을 사용하는 운동 경기이다. 공을 만들 때 필요한 재료의 양을 알려면 공의 겉넓이를 구해야 한다. 일반적으로 농구공의 지름의 길이는 24 cm, 축구공의 지름의 길이는 22.2 cm, 야구공의 지름의 길이는 7.23 cm, 탁구공의 지름의 길이는 4 cm이다.

탐구 활동

●준비물
농구공, 종이, 컴퍼스, 연필, 자, 가위, 접착제

종이 위에 반지름의 길이가 12 cm인 원을 그린 후 16등분으로 잘라서 오른쪽 그림과 같이 농구공 위에 서로 겹치지 않도록 붙여 보고, 다음 물음에 답하여 보자.



1 농구공의 표면을 모두 덮으려면 원 모양의 종이는 몇 개 필요한가?
2 농구공의 겉넓이는 원의 넓이의 몇 배인가?

탐구 활동에서 농구공의 표면을 모두 덮는 데에는 원 모양의 종이가 4개 필요하다. 따라서 농구공의 겉넓이는 원의 넓이의 4배가 됨을 알 수 있다.

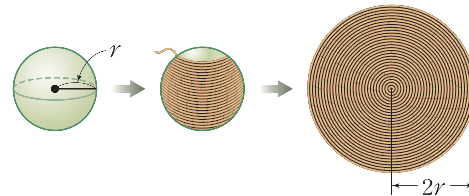
일반적으로 반지름의 길이가 r인 구의 겉넓이는 반지름의 길이가 r인 원의 넓이의 4배이므로 구의 겉넓이는 다음과 같이 구한다.

> **구의 겉넓이**
> 반지름의 길이가 r인 구의 겉넓이 S는
> $$S=4\pi r^2$$

보기 반지름의 길이가 5 cm인 구의 겉넓이 S는 $S=4\pi\times5^2=100\pi(\text{cm}^2)$

지/도/자/료

반지름의 길이가 r인 구에 끈을 감았다 풀어서 원 모양으로 빈틈없이 감으면 반지름의 길이가 $2r$인 원이 만들어진다.

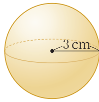


즉, 구의 반지름의 길이를 r라고 하면 원의 반지름의 길이는 $2r$이므로 구의 겉넓이를 구하면
$\pi\times(2r)^2=4\pi r^2$
이다.

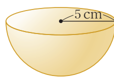
교과서 303 쪽

문제 | 다음 입체도형의 겉넓이를 구하여라.

(1)



(2)



구의 부피를 어떻게 구하는가?

탐구 활동 다음 그림과 같이 구에 꼭 들어맞는 원기둥 모양의 그릇이 있다. 이 그릇에 물을 가득 채운 후 구를 물속에 완전히 넣었다가 꺼내었다. 물음에 답하여 보자.

● 준비물
원기둥 모양의 그릇, 반지름의 길이가 원기둥 밑면인 원의 반지름의 길이와 같은 구, 물



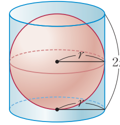
1 원기둥 모양의 그릇에 남아 있는 물의 높이는 원기둥의 높이의 몇 배인가?

2 구의 부피는 원기둥의 부피의 몇 배인가?

탐구 활동에서 원기둥 모양의 그릇에 남아 있는 물의 높이는 원기둥의 높이의 $\frac{1}{3}$이 됨을 알 수 있다.

이때 넘쳐흐른 물의 양은 구의 부피와 같으므로 구의 부피는 원기둥의 부피의 $\frac{2}{3}$임을 알 수 있다.

일반적으로 오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가 r인 구의 부피는 밑면인 원의 반지름의 길이가 r이고, 높이가 $2r$인 원기둥의 부피의 $\frac{2}{3}$이다.



탐구 활동의 이해

활동 목표 • 원기둥 모양의 그릇에 물을 가득 채운 후 반지름의 길이가 같은 구를 넣어 봄으로써 구의 부피를 구하는 방법을 알게 하려는 것이다.

준비물 • 원기둥 모양의 그릇, 반지름의 길이가 원기둥 밑면인 원의 반지름의 길이와 같은 구, 물

1. 원기둥 모양의 그릇에 남아 있는 물의 높이는 원기둥의 높이의 $\mathbf{\frac{1}{3}}$**배**이다.

2. 구의 부피는 원기둥의 부피의 $\mathbf{\frac{2}{3}}$**배**이다.

목표| 주어진 입체도형의 겉넓이를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) (겉넓이)$=4\pi\times3^2=\mathbf{36\pi(cm^2)}$

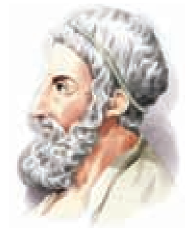
(2) (겉넓이)$=4\pi\times5^2\times\frac{1}{2}+\pi\times5^2$

$=50\pi+25\pi$

$=\mathbf{75\pi(cm^2)}$

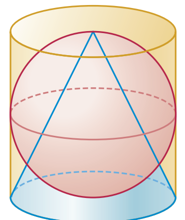
참고| (2) 주어진 입체도형의 겉넓이는 반지름의 길이가 5 cm인 구의 겉넓이의 반과 원의 넓이의 합이다.

읽/기/자/료 아르키메데스의 묘비



제2차 포에니 전쟁 때 로마의 함대가 아르키메데스가 살고 있는 작은 도시 시라쿠사를 공격하고 있었다. 평소 아르키메데스의 명성을 익히 들어 온 로마의 장군 마르켈루스는 아르키메데스는 꼭 살려 두라는 명령을 내렸다. 어느 날 아르키메데스는 뜰의 모래 위에 도형을 그리며 기하학에 몰두하고 있었는데, 다가오는 사람이 로마 병사인 줄도 모르고 “내 도형이 망가진다. 물러서라!”라고 외쳤다. 이 말을 들은 병사는 화가 나서 그 자리에서 아르키메데스를 죽였다고 한다. 이 사실을 알게 된 마르켈루스는 그의 죽음을 애도하며 그가 발견한 다음과 같은 정리와 관련된 그림을 묘비에 새겨 주었다고 한다.

“원기둥에 꼭 맞게 들어가는 원뿔과 구와 원기둥의 부피의 비는
(원뿔의 부피) : (구의 부피) : (원기둥의 부피)
$=1:2:3$이다.”



교과서 304 쪽

따라서 구의 부피는 다음과 같이 구한다.

$$(\text{구의 부피})=\frac{2}{3}\times(\text{원기둥의 부피})=\frac{2}{3}\times(\text{한 밑면의 넓이})\times(\text{높이})$$
$$=\frac{2}{3}\times\pi r^2\times 2r=\frac{4}{3}\pi r^3$$

이상을 정리하면 다음과 같다.

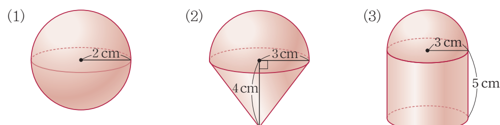
구의 부피

반지름의 길이가 r인 구의 부피 V는

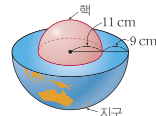
$$V=\frac{4}{3}\pi r^3$$

문제 2 다음 입체도형의 부피를 구하여라.

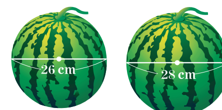
(1) (2) (3)



발전 문제 3 지구는 지각, 맨틀, 핵으로 구성되어 있다. 이러한 지구의 반지름의 길이가 20 cm가 되도록 지구를 축소하면 지구의 핵의 반지름의 길이는 11 cm가 된다. 이와 같이 축소된 지구 모형을 오른쪽 그림과 같이 잘라 내었을 때, 이 입체도형의 부피를 구하여라.



문제해결 지름의 길이가 26 cm인 수박은 한 통에 9000원이고, 지름의 길이가 28 cm인 수박은 한 통에 10000원이라고 한다. 두 수박의 맛과 익은 정도가 똑같다고 할 때, 어떤 수박을 사는 것이 유리한지 말하여 보자. (단, $\pi=3.14$, 수박은 구 모양이고 껍질의 두께는 무시한다.)



2

목표| 주어진 입체도형의 부피를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) $(\text{부피})=\frac{4}{3}\pi\times 2^3=\mathbf{\frac{32}{3}\pi(cm^3)}$

(2) (부피)=(반구의 부피)+(원뿔의 부피)

$$=\left(\frac{4}{3}\pi\times 3^3\times\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{3}\times\pi\times 3^2\times 4\right)$$
$$=18\pi+12\pi=\mathbf{30\pi(cm^3)}$$

(3) (부피)=(반구의 부피)+(원기둥의 부피)

$$=\left(\frac{4}{3}\pi\times 3^3\times\frac{1}{2}\right)+(\pi\times 3^2\times 5)$$
$$=18\pi+45\pi=\mathbf{63\pi(cm^3)}$$

3

목표| 서로 다른 두 개의 반구를 붙인 모양과 같은 입체도형의 부피를 구할 수 있게 한다.

풀이| (부피)

=(작은 반구의 부피)+(큰 반구의 부피)

$$=\left(\frac{4}{3}\pi\times 11^3\times\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{4}{3}\pi\times 20^3\times\frac{1}{2}\right)$$
$$=\frac{2662}{3}\pi+\frac{16000}{3}\pi$$
$$=\mathbf{\frac{18662}{3}\pi(cm^3)}$$

문/제/해/결

|출제 의도| 구의 부피를 이용하여 단위 부피에 대한 가격을 구할 수 있게 하려는 문제이다.

풀이| 지름의 길이가 26 cm인 수박의 부피는

$$\frac{4}{3}\pi\times 13^3=\frac{8788}{3}\pi(\text{cm}^3)$$

이 수박의 1 cm^3당 가격은

$$9000\div\frac{8788}{3}\pi=\text{약 }0.978(\text{원})$$

지름의 길이가 28 cm인 수박의 부피는

$$\frac{4}{3}\pi\times 14^3=\frac{10976}{3}\pi(\text{cm}^3)$$

이 수박의 1 cm^3당 가격은

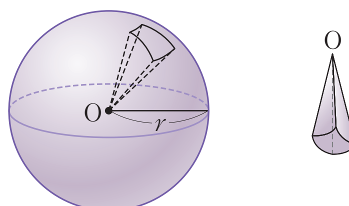
$$10000\div\frac{10976}{3}\pi=\text{약 }0.870(\text{원})$$

따라서 같은 부피에 대한 가격을 비교하였을 때, 지름의 길이가 28 cm인 수박의 가격이 더 저렴하므로 이 수박을 사는 것이 유리하다.

지/도/자/료

구의 부피를 이용하여 구의 겉넓이를 구할 수도 있다.

반지름의 길이가 r인 구를 다음 그림과 같은 방법에 의해 사각뿔 모양으로 잘게 나누자.

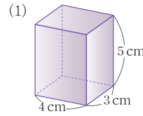


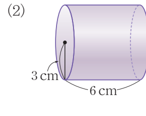
교과서 305 쪽

중 / 단 / 원 기초

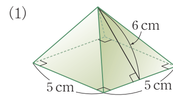
• (기둥의 겉넓이)
=(한 밑면의 넓이)×2
+(옆넓이)
• (기둥의 부피)
=(한 밑면의 넓이)
×(높이)

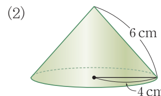
1 다음 입체도형의 겉넓이와 부피를 구하여라.

(1)


(2)


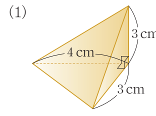
2 다음 그림과 같이 밑면이 정사각형이고 옆면은 모두 합동인 이등변삼각형으로 이루어진 사각뿔과 원뿔의 겉넓이를 구하여라.

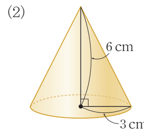
(1)


(2)


(뿔의 부피)
$=\frac{1}{3}\times$(밑면의 넓이)
×(높이)

3 다음 삼각뿔과 원뿔의 부피를 구하여라.

(1)


(2)


4 반지름의 길이가 다음과 같은 구의 겉넓이와 부피를 구하여라.

(1) 1 cm　　(2) 4 cm

이때 구의 겉넓이는 사각뿔들의 밑면의 넓이의 합과 거의 같다고 볼 수 있고, 구의 부피는 사각뿔들의 부피의 합과 거의 같다고 볼 수 있으므로 구의 부피는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

(구의 부피)=(사각뿔들의 부피의 합)

$=\frac{1}{3}\times$(사각뿔들의 밑면의 넓이의 합)$\times r$

$=\frac{1}{3}\times$(구의 겉넓이)$\times r$

따라서 반지름의 길이가 r인 구의 겉넓이는

(구의 겉넓이)$=3\times\frac{1}{r}\times$(구의 부피)

$=3\times\frac{1}{r}\times\frac{4}{3}\pi r^3=4\pi r^2$

중/단/원 기초

1

목표| 기둥의 겉넓이와 부피를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) (한 밑면의 넓이)$=4\times3=12(\text{cm}^2)$

(옆넓이)$=(4+3+4+3)\times5=70(\text{cm}^2)$

(겉넓이)$=12\times2+70=\mathbf{94(cm^2)}$

(부피)$=4\times3\times5=\mathbf{60(cm^3)}$

(2) (한 밑면의 넓이)$=\pi\times3^2=9\pi(\text{cm}^2)$

(옆넓이)$=2\pi\times3\times6=36\pi(\text{cm}^2)$

(겉넓이)$=9\pi\times2+36\pi=\mathbf{54\pi(cm^2)}$

(부피)$=\pi\times3^2\times6=\mathbf{54\pi(cm^3)}$

2

목표| 사각뿔과 원뿔의 겉넓이를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) (밑면의 넓이)$=5\times5=25(\text{cm}^2)$

(옆넓이)$=\frac{1}{2}\times5\times6\times4=60(\text{cm}^2)$

(겉넓이)$=25+60=\mathbf{85(cm^2)}$

(2) (밑면의 넓이)$=\pi\times4^2=16\pi(\text{cm}^2)$

(옆넓이)$=\frac{1}{2}\times2\pi\times4\times6=24\pi(\text{cm}^2)$

(겉넓이)$=16\pi+24\pi=\mathbf{40\pi(cm^2)}$

3

목표| 삼각뿔과 원뿔의 부피를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) (부피)$=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times3\times4\times3=\mathbf{6(cm^3)}$

(2) (부피)$=\frac{1}{3}\times\pi\times3^2\times6=\mathbf{18\pi(cm^3)}$

4

목표| 구의 겉넓이와 부피를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) (겉넓이)$=4\pi\times1^2=\mathbf{4\pi(cm^2)}$

(부피)$=\frac{4}{3}\pi\times1^3=\mathbf{\frac{4}{3}\pi(cm^3)}$

(2) (겉넓이)$=4\pi\times4^2=\mathbf{64\pi(cm^2)}$

(부피)$=\frac{4}{3}\pi\times4^3=\mathbf{\frac{256}{3}\pi(cm^3)}$

중/단/원 기본

1

목표| 밑면이 사다리꼴인 사각기둥의 겉넓이와 부피를 구할 수 있게 한다.

풀이| (한 밑면의 넓이)$=\frac{1}{2}\times(2+5)\times4$

$=14(\text{cm}^2)$

(옆넓이)$=(5+4+2+5)\times3=48(\text{cm}^2)$

(겉넓이)$=14\times2+48=\mathbf{76(cm^2)}$

(부피)$=14\times3=\mathbf{42(cm^3)}$

2

목표| 원뿔 모양의 아이스크림의 옆넓이를 구할 수 있게 한다.

풀이| 구하는 넓이는 원뿔의 옆넓이이므로

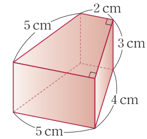
(넓이)$=\frac{1}{2}\times2\pi\times5\times27=\mathbf{135\pi(cm^2)}$

교과서 306 쪽

중 / 단 / 원 기본

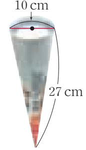
기둥의 겉넓이와 부피

1 오른쪽 그림과 같이 밑면이 사다리꼴인 사각기둥의 겉넓이와 부피를 구하여라.



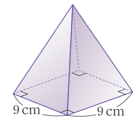
뿔의 겉넓이

2 오른쪽 그림과 같이 밑면인 원의 지름의 길이가 10 cm이고, 모선의 길이가 27 cm인 원뿔 모양의 아이스크림이 있다. 이 아이스크림의 옆면을 둘러싼 포장지의 넓이를 구하여라. (단, 포장지가 겹쳐진 부분의 넓이는 무시한다.)



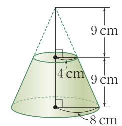
뿔의 부피

3 오른쪽 그림과 같이 밑면은 한 변의 길이가 9 cm인 정사각형이고, 부피는 243 cm^3인 사각뿔이 있다. 이 사각뿔의 높이를 구하여라.



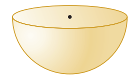
뿔의 부피

4 오른쪽 그림은 높이가 18 cm인 원뿔을 잘라서 만든 원뿔대이다. 이 원뿔대의 부피를 구하여라.



구의 부피

5 오른쪽 반구에서 단면의 모양인 원의 넓이가 9π cm^2일 때, 이 반구의 부피를 구하여라.



3

목표| 부피가 주어진 사각뿔의 높이를 구할 수 있게 한다.

풀이| 사각뿔의 높이를 x cm라고 하면

$\frac{1}{3}\times9\times9\times x=243$

$27x=243$, $x=9$

따라서 사각뿔의 높이는 **9 cm**이다.

4

목표| 원뿔대의 부피를 구할 수 있게 한다.

풀이| (부피)

$=$(큰 원뿔의 부피)$-$(작은 원뿔의 부피)

$=\left(\frac{1}{3}\times\pi\times8^2\times18\right)-\left(\frac{1}{3}\times\pi\times4^2\times9\right)$

$=384\pi-48\pi$

$=\mathbf{336\pi(cm^3)}$

5

목표| 주어진 반구의 부피를 구할 수 있게 한다.

풀이| 반구의 반지름의 길이를 r cm라고 하면

$\pi r^2=9\pi$, $r=3$

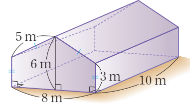
따라서 구하는 반구의 부피는

(부피)$=\frac{4}{3}\pi\times3^3\times\frac{1}{2}$

$=\mathbf{18\pi(cm^3)}$

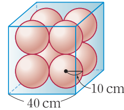
중 / 단 / 원 실력

1 오른쪽 그림은 오각기둥 모양의 창고이다. 이 창고의 겉면을 한 통에 6000원 하는 페인트로 칠하려고 한다. 페인트 한 통으로 8 m² 를 칠할 수 있다고 할 때, 창고의 겉면을 모두 칠하는 데 드는 비용을 구하여라. (단, 창고의 밑바닥에는 페인트를 칠하지 않는다.)



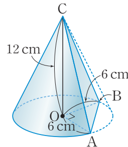
• 정육면체의 부피에서 구 8개의 부피를 뺀다.

2 오른쪽 그림과 같이 한 변의 길이가 40 cm인 정육면체 모양의 수조에 반지름의 길이가 10 cm인 구를 8개 넣었다. 여기에 물을 부어 수조가 넘치지 않게 가득 채우려고 한다. 이때 필요한 물의 양을 구하여라.

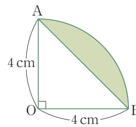


• 원뿔에서 $\frac{1}{4}$을 잘라 낸 입체도형과 삼각뿔로 나누어 생각한다.

3 오른쪽 그림은 원뿔을 밑면인 원의 둘레 위의 두 점 A, B와 꼭짓점 C를 지나는 평면으로 잘라서 만든 입체도형이다. ∠AOB=90°일 때, 이 입체도형의 부피를 구하여라.



4 오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가 4 cm인 부채꼴에서 색칠한 부분을 직선 OA를 축으로 하여 1회전시킬 때 생기는 입체도형의 부피를 구하여라.



중/단/원 실력

1

목표| 오각기둥 모양의 창고의 겉넓이를 구하여 페인트의 비용을 계산할 수 있게 한다.

풀이| (밑바닥을 제외한 겉넓이)

$=$(오각형의 넓이)$\times 2+$(직사각형 네 개의 넓이)

$=\left(8\times 3+\frac{1}{2}\times 8\times 3\right)\times 2+(3+5+5+3)\times 10$

$=72+160=232(\text{m}^2)$

밑바닥을 제외한 창고의 겉면을 모두 칠하는 데 드는 비용을 x원이라고 하면

$8:6000=232:x$, $x=174000$

따라서 구하는 비용은 **174000원**이다.

2

목표| 주어진 수조에 물을 채울 때 필요한 물의 양을 구할 수 있게 한다.

풀이| (물의 양)

$=$(정육면체의 부피)$-$(구의 부피)$\times 8$

$=(40\times 40\times 40)-\left(\frac{4}{3}\pi\times 10^3\right)\times 8$

$=\mathbf{64000-\frac{32000}{3}\pi(cm^3)}$

3

목표| 주어진 입체도형의 부피를 구할 수 있게 한다.

풀이| (부피)

$=\frac{3}{4}\times$(원뿔의 부피)$+$(삼각뿔의 부피)

$=\frac{3}{4}\times\left(\frac{1}{3}\times\pi\times 6^2\times 12\right)$

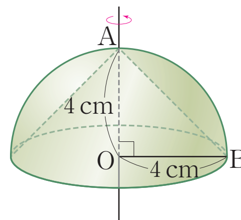
$+\left(\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 6\times 6\times 12\right)$

$=\mathbf{108\pi+72(cm^3)}$

4

목표| 주어진 평면도형을 1회전시킬 때 생기는 회전체의 부피를 구할 수 있게 한다.

풀이|



(부피)$=$(구의 부피)$\times\frac{1}{2}-$(원뿔의 부피)

$=\left(\frac{4}{3}\pi\times 4^3\right)\times\frac{1}{2}-\left(\frac{1}{3}\times\pi\times 4^2\times 4\right)$

$=\frac{128}{3}\pi-\frac{64}{3}\pi=\mathbf{\frac{64}{3}\pi(cm^3)}$

수행 과제

● **수행 과제 의도**

이 수행 과제는 A4 용지의 짧은 쪽과 긴 쪽을 맞붙여 만든 원기둥 각각의 부피를 계산하여 비교해 봄으로써 입체도형에 관한 학습에 흥미를 가지고 실생활에 이용할 수 있도록 하기 위한 것이다.

과제 1 _예시

가로의 길이를 길이가 긴 쪽이라고 하면 가로의 길이는 29.7 cm, 세로의 길이는 21 cm이다.(A4 용지의 크기는 21 cm×29.7 cm이지만 학생들의 측정은 이와는 약간 차이가 있을 수 있음을 감안한다.)

길이가 긴 쪽을 맞붙여 만든 원기둥의 밑면의 반지름의 길이를 r_1 cm라고 하면

$2\pi r_1=21$, $r_1=3.5$

따라서 이 원기둥의 부피는

$\pi\times3.5^2\times29.7=1091.475(\text{cm}^3)$

길이가 짧은 쪽을 맞붙여 만든 원기둥의 밑면의 반지름의 길이를 r_2 cm라고 하면

$2\pi r_2=29.7$, $r_2=4.95$

따라서 이 원기둥의 부피는

$\pi\times4.95^2\times21=1543.6575(\text{cm}^3)$

과제 2 _예시

과제 1에서 구한 두 원기둥의 부피를 비교하여 보면 길이가 짧은 쪽을 맞붙여 만든 원기둥의 부피가 더 크다.

원기둥의 옆넓이가 같은 경우 밑면인 원의 반지름의 길이가 길수록 부피가 더 크다는 것을 알 수 있다. 그 이유는 원기둥의 부피를 구할 때 반지름은 두 번 곱해지지만 높이는 한 번 곱해지기 때문이다.

교과서 308 쪽

수행 과제

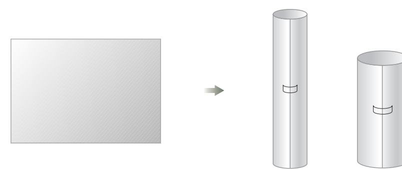
A4 용지로 만든 원기둥의 부피

○ 준비물 • A4 용지, 투명 테이프





우리가 흔히 쓰는 A4 용지를 준비하여 두 가지 방법으로 원기둥을 만들어 보자. 다음 그림과 같이 첫 번째 원기둥은 길이가 긴 쪽을 맞붙여 만들고, 두 번째 원기둥은 길이가 짧은 쪽을 맞붙여 만든다.



과제 1 A4 용지의 가로, 세로의 길이를 자로 잰 후, 두 원기둥의 부피를 각각 구하여라. (단, $\pi=3$을 사용한다.)

과제 2 과제 1에서 구한 부피를 비교하여 보고, 원기둥의 옆넓이가 같은 경우 부피의 크기를 최대로 만들기 위해서 고려해야 할 점이 무엇인지 토의하여 보자.

교과서 309 쪽

학습에 대한 **자/기/평/가**

이름: ________

점검 항목		
학습 내용	다면체의 뜻을 알고, 그 성질을 이해하였는가?	
	회전체의 뜻을 알고, 그 성질을 이해하였는가?	
	입체도형의 겉넓이를 구할 수 있는가?	
	입체도형의 부피를 구할 수 있는가?	
학습 태도	학습 준비물을 잘 준비하였는가?	
	수업 시간에 적극적으로 참여하였는가?	
	문제를 풀 때 끈기 있게 도전하였는가?	
	복습과 예습을 꼼꼼히 하였는가?	

재미있었거나 어려웠던 내용 적어 보기

더 알고 싶거나 궁금한 점 적어 보기

스스로 평가하기

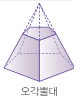


선생님 의견

교과서 310 쪽

대단원 핵심 한눈에 보기

① 다면체와 각뿔대

다면체	다각형인 면으로만 둘러싸인 입체도형
각뿔대	각뿔을 그 밑면에 평행한 평면으로 잘라서 생기는 두 입체도형 중에서 각뿔이 아닌 쪽의 다면체  오각뿔대

② 정다면체

정다면체	각 면이 모두 합동인 정다각형이고, 각 꼭짓점에 모여 있는 면의 개수가 같은 다면체
정다면체의 종류	정다면체에는 정사면체, 정육면체, 정팔면체, 정십이면체, 정이십면체의 다섯 종류만 있다.

③ 회전체와 원뿔대

회전체	평면도형을 한 직선을 축으로 하여 1회전시킬 때 생기는 입체도형
원뿔대	원뿔을 그 밑면에 평행한 평면으로 잘라서 생기는 두 입체도형 중에서 원뿔이 아닌 쪽의 도형
회전체의 성질	(1) 회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자른 단면의 모양은 항상 원이다. (2) 회전체를 회전축을 포함하는 평면으로 자른 단면의 모양은 모두 합동이고 회전축을 대칭축으로 하는 선대칭도형이다.

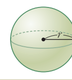
④ 기둥의 겉넓이와 부피

기둥의 겉넓이	(1) (각기둥의 겉넓이) =(한 밑면의 넓이)×2+(옆넓이) (2) 밑면인 원의 반지름의 길이가 r이고, 높이가 h인 원기둥의 겉넓이 S는 $S=2\pi r^2+2\pi rh$
기둥의 부피	(1) 각기둥의 부피 $V=Sh$ (2) 원기둥의 부피 $V=Sh=\pi r^2h$

⑤ 뿔의 겉넓이와 부피

뿔의 겉넓이	(1) (각뿔의 겉넓이)=(밑면의 넓이)+(옆넓이) (2) 밑면인 원의 반지름의 길이가 r이고, 모선의 길이가 l인 원뿔의 겉넓이 S는 $S=\pi r^2+\pi lr$
뿔의 부피	(1) 각뿔의 부피 $V=\frac{1}{3}Sh$ (2) 원뿔의 부피 $V=\frac{1}{3}Sh=\frac{1}{3}\pi r^2h$

⑥ 구의 겉넓이와 부피

구의 겉넓이와 부피	반지름의 길이가 r인 구의 겉넓이 S와 부피 V는 $S=4\pi r^2$, $V=\frac{4}{3}\pi r^3$ 

이번 단원에서 배운 용어와 기호

• 다면체, 각뿔대, 정다면체, 원뿔대

지도 내용

1. 다면체, 각뿔대, 정다면체의 뜻과 그 성질에 대해 알도록 한다. 또 원기둥, 원뿔, 구 등 회전체의 뜻과 그 성질에 대해 알도록 한다.

2. 각기둥과 원기둥, 각뿔과 원뿔, 구의 겉넓이와 부피를 구할 수 있도록 한다.

교과서 311 쪽

마법사의 고민



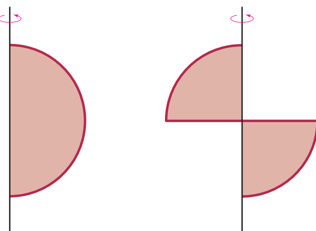
생각 키/우/기 | 원이 아닌 어떤 도형을 한 직선을 축으로 하여 1회전시켰을 때 구가 될 수 있는지 찾아보고, 그 도형을 그려 보자.

만화로 보는 수학 이야기

만화에서 구는 어느 부분을 잘라도 단면의 모양이 원이고, 원을 회전시키면 구가 된다고 말하고 있다. 이번 단원에서는 회전체의 뜻과 그 성질에 대하여 지도하였다.

생각 키/우/기

원이 아닌 도형을 한 직선을 축으로 하여 1회전시켰을 때 구가 될 수 있는 것은



이외에도 여러 가지 경우가 있다.

대/단/원 평가 문제

1

목표| 다면체의 뜻을 알게 한다.

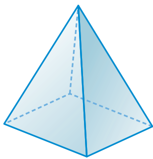
풀이| 오각뿔은 다면체이고, 구, 원뿔대, 원기둥, 원뿔은 회전체이다.

답 ③

2

목표| 사각뿔의 뜻과 성질을 이해하게 한다.

풀이|



③ 사각뿔은 밑면이 1개, 옆면이 4개이므로 면의 수가 5개인 오면체이다.

답 ③

교과서 312 쪽

대/단/원 평가 문제

선/택/형

1 다음 중에서 다면체인 것은?

① 구 ② 원뿔대
③ 오각뿔 ④ 원기둥
⑤ 원뿔

2 다음 중에서 사각뿔에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 밑면은 사각형이다.
② 옆면은 삼각형이다.
③ 면의 수가 4개이므로 사면체이다.
④ 모서리의 수는 8개이다.
⑤ 꼭짓점의 수는 5개이다.

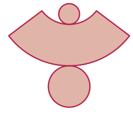
3 다음 중에서 육면체를 모두 찾으면? (정답 2개)

① 삼각기둥 ② 사각기둥
③ 삼각뿔 ④ 오각뿔대
⑤ 사각뿔대

4 다음은 정다면체에 대한 설명이다. 옳지 않은 것은?

① 정사면체의 꼭짓점의 수는 4개이다.
② 정육각형을 한 면으로 하는 정다면체는 만들 수 없다.
③ 정사면체, 정팔면체, 정이십면체는 한 면의 모양이 모두 같다.
④ 정이십면체에서 한 꼭짓점에 모이는 면의 수는 4개이다.
⑤ 정다면체는 모두 다섯 종류뿐이다.

5 오른쪽 전개도로 만든 회전체를 회전축을 포함하는 평면으로 잘랐을 때 생기는 단면의 모양은?



① 원 ② 직사각형
③ 정삼각형 ④ 사다리꼴
⑤ 이등변삼각형

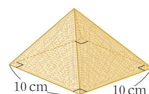
6 다음 중에서 서로 평행한 면이 세 쌍인 입체도형은?

① 정육면체 ② 정사면체
③ 육각뿔 ④ 원뿔대
⑤ 사각뿔대

7 밑면인 원의 반지름의 길이가 5 cm이고, 모선의 길이가 12 cm인 원뿔의 겉넓이는?

① $145\pi\ \text{cm}^2$ ② $85\pi\ \text{cm}^2$
③ $70\pi\ \text{cm}^2$ ④ $60\pi\ \text{cm}^2$
⑤ $50\pi\ \text{cm}^2$

8 영은이는 정사각뿔 모양의 모래 피라미드를 만들었는데 밑면은 한 변의 길이가 10 cm인 정사각형이고, 모래는 200 cm^3가 사용되었다. 이때 영은이가 만든 모래 피라미드의 높이는?

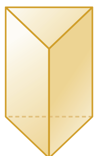


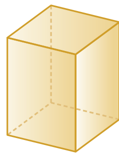
① 4 cm ② 5 cm ③ 6 cm
④ 7 cm ⑤ 8 cm

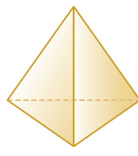
3

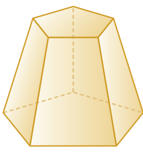
목표| 육면체를 모두 찾을 수 있게 한다.

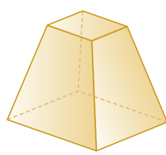
풀이| ① 삼각기둥 : 오면체
③ 삼각뿔 : 사면체
④ 오각뿔대 : 칠면체


삼각기둥


사각기둥


삼각뿔


오각뿔대


사각뿔대

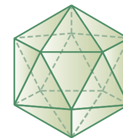
답 ②, ⑤

4

목표| 정다면체의 뜻과 성질을 이해하게 한다.

풀이| ③ 정사면체, 정팔면체, 정이십면체의 각 면의 모양은 정삼각형이다.

④ 정이십면체에서 한 꼭짓점에 모이는 면의 수는 5개이다.



⑤ 정다면체는 정사면체, 정육면체, 정팔면체, 정십이면체, 정이십면체로 모두 다섯 종류이다.

답 ④

교과서 313 쪽

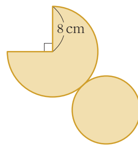
Ⅶ. 입체도형

9 반지름의 길이가 2 cm인 반구의 겉넓이와 부피는?

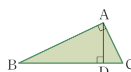
① 겉넓이: $8\pi\ \text{cm}^2$, 부피: $\frac{64}{3}\pi\ \text{cm}^3$
② 겉넓이: $8\pi\ \text{cm}^2$, 부피: $12\pi\ \text{cm}^3$
③ 겉넓이: $12\pi\ \text{cm}^2$, 부피: $\frac{32}{3}\pi\ \text{cm}^3$
④ 겉넓이: $12\pi\ \text{cm}^2$, 부피: $10\pi\ \text{cm}^3$
⑤ 겉넓이: $12\pi\ \text{cm}^2$, 부피: $\frac{16}{3}\pi\ \text{cm}^3$

서/답/형

10 오른쪽 전개도로 만든 입체도형의 밑면의 넓이를 구하여라.

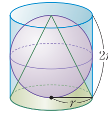


11 오른쪽 직각삼각형 ABC를 보기의 직선을 축으로 하여 1회전시켰을 때, 원뿔이 되는 것을 모두 찾아라.



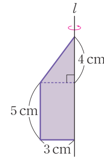
보기
ㄱ 직선 AB　　ㄴ 직선 AC
ㄷ 직선 BC　　ㄹ 직선 AD

12 오른쪽 그림과 같이 밑면인 원의 반지름의 길이가 r이고, 높이가 $2r$인 원기둥에 구와 원뿔이 꼭 맞게 들어가 있을 때, 원뿔과 구와 원기둥의 부피의 비를 구하여라.



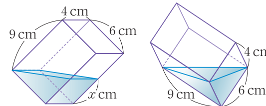
|서술형|

13 오른쪽 평면도형을 직선 l을 축으로 하여 1회전시킬 때 생기는 입체도형의 부피를 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라.



|서술형|

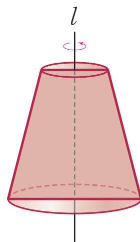
14 다음 그림과 같이 두 직육면체 모양의 그릇에 같은 양의 물이 들어 있다. 이때 x의 값을 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라.



5

목표| 주어진 전개도로 만든 회전체를 회전축을 포함하는 평면으로 자른 단면의 모양을 알게 한다.

풀이| 전개도로 만든 회전체는 다음 그림과 같이 원뿔대이므로 회전축을 포함하는 평면으로 잘랐을 때 생기는 단면의 모양은 사다리꼴이다.



답 ④

6

목표| 평행한 면이 세 쌍인 입체도형을 찾을 수 있게 한다.

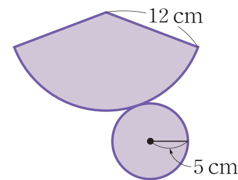
풀이| 보기의 입체도형에서 서로 평행한 면의 개수는 다음과 같다.
① 3쌍
② 없다.
③ 없다.
④ 1쌍
⑤ 1쌍

답 ①

7

목표| 주어진 원뿔의 겉넓이를 구할 수 있게 한다.

풀이| 원뿔의 전개도를 그리면 다음 그림과 같다.



따라서 원뿔의 겉넓이를 구하면

(겉넓이)=(밑면의 넓이)+(옆넓이)

$$=(\pi\times5^2)+\left(\frac{1}{2}\times2\pi\times5\times12\right)$$
$$=25\pi+60\pi$$
$$=85\pi(\text{cm}^2)$$

답 ②

8

목표| 부피가 주어진 사각뿔의 높이를 구할 수 있게 한다.

풀이| 피라미드의 높이를 h cm라고 하면

$200=\frac{1}{3}\times10\times10\times h$

$h=6$

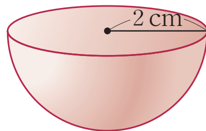
따라서 구하는 높이는 6 cm이다.

답 ③

9

목표| 주어진 반구의 겉넓이와 부피를 구할 수 있게 한다.

풀이| 반지름이 2 cm인 반구를 그림으로 나타내면 다음과 같다.



따라서 반구의 겉넓이와 부피를 구하면

(겉넓이)$=\frac{1}{2}\times4\pi\times2^2+\pi\times2^2$

$=8\pi+4\pi$

$=12\pi(\mathrm{cm}^2)$

(부피)$=\frac{1}{2}\times\frac{4}{3}\pi\times2^3$

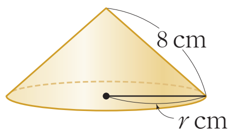
$=\frac{16}{3}\pi(\mathrm{cm}^3)$

답 ⑤

10

목표| 주어진 전개도로 만든 입체도형의 밑면의 넓이를 구할 수 있게 한다.

풀이|



부채꼴의 호의 길이와 원뿔의 밑면인 원의 둘레의 길이가 같으므로 밑면인 원의 반지름의 길이를 r cm라고 하면

$2\pi\times8\times\frac{270}{360}=2\pi r$

$r=6$

따라서 구하는 밑면의 넓이는

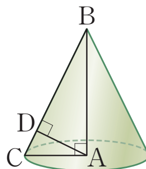
$\pi\times6^2=36\pi(\mathrm{cm}^2)$

답 36π cm^2

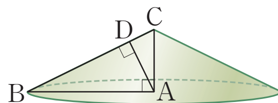
11

목표| 보기의 직선을 축으로 하여 1회전시켰을 때 원뿔이 되는 것을 모두 찾을 수 있게 한다.

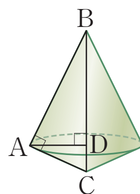
풀이| ㉠



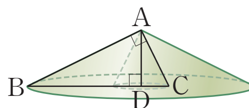
㉡



㉢



㉣



따라서 원뿔이 되는 것은 ㉠, ㉡, ㉣이다.

답 ㉠, ㉡, ㉣

12

목표| 원뿔과 구, 원기둥의 부피의 비를 구할 수 있게 한다.

풀이| (원뿔의 부피) : (구의 부피) : (원기둥의 부피)

$=\frac{1}{3}\pi r^2\times2r : \frac{4}{3}\pi r^3 : \pi r^2\times2r$

$=\frac{2}{3}\pi r^3 : \frac{4}{3}\pi r^3 : 2\pi r^3$

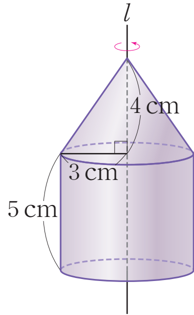
$=1:2:3$

답 1 : 2 : 3

13

목표| 주어진 평면도형을 1회전시킬 때 생기는 회전체의 부피를 구할 수 있게 한다.

풀이|



(원뿔의 부피)$=\frac{1}{3}\times\pi\times3^2\times4$

$=12\pi(\text{cm}^3)$ ···㉠

(원기둥의 부피)$=\pi\times3^2\times5$

$=45\pi(\text{cm}^3)$ ···㉡

(부피)=(원뿔의 부피)+(원기둥의 부피)

$=12\pi+45\pi$

$=57\pi(\text{cm}^3)$ ···㉢

답 $57\pi\text{ cm}^3$

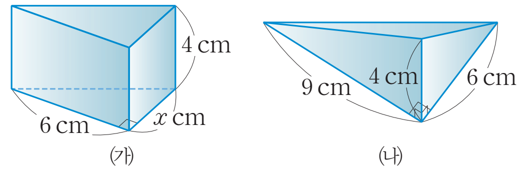
채점 기준

영역 \ 요소	채점 요소		배점
해결 과정	원뿔의 부피 구하기	㉠	40 %
	원기둥의 부피 구하기	㉡	40 %
답 구하기	회전체의 부피 구하기	㉢	20 %

14

목표| 주어진 두 직육면체 모양의 그릇에 들어 있는 물의 양을 이용하여 미지수의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이|



왼쪽 그릇에 물이 들어 있는 부분을 (가)와 같이 삼각기둥으로 생각하면 물의 부피는

(부피)$=\frac{1}{2}\times6\times x\times4$

$=12x(\text{cm}^3)$ ···㉠

오른쪽 그릇에 물이 들어 있는 부분을 (나)와 같이 삼각뿔로 생각하면 물의 부피는

(부피)$=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times9\times6\times4$

$=36(\text{cm}^3)$ ···㉡

두 그릇에 들어 있는 물의 양이 같으므로

$12x=36$ ···㉢

따라서 $x=3$이다. ···㉣

답 3

채점 기준

영역 \ 요소	채점 요소		배점
해결 과정	왼쪽 그릇에 들어 있는 물의 부피 구하기	㉠	30 %
	오른쪽 그릇에 들어 있는 물의 부피 구하기	㉡	30 %
	식 세우기	㉢	20 %
답 구하기	x의 값 구하기	㉣	20 %

교과서 314 쪽

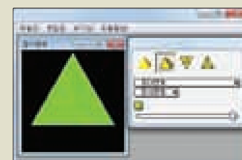
컴퓨터의 활용

컴퓨터로 입체도형을 그려 보자.

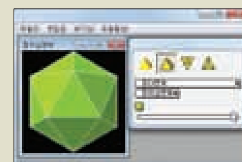
컴퓨터를 이용하면 그리기 힘든 입체도형도 쉽게 그릴 수 있다. 컴퓨터로 입체도형을 그려 보자.

1 정다면체 그리기

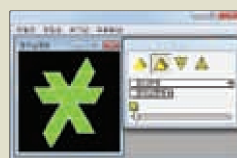
1. 프로그램을 실행하면 오른쪽과 같은 초기 화면이 나타난다.

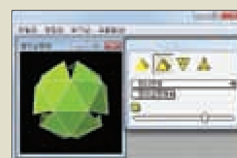


2. 오른쪽 선택 창에서 입체도형을 나타내는 방법을 선택하고, 그리려고 하는 입체도형을 선택한다.



3. 선택 창의 조정 버튼을 마우스로 누른 상태에서 좌우로 움직이면 도형이 변화하는 모습을 볼 수 있다.

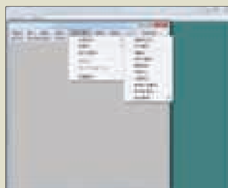




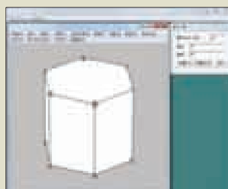
교과서 315 쪽

2 각기둥 그리기

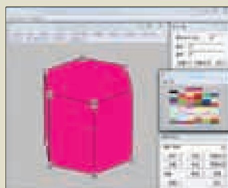
1. 초기 화면에서 [윈도(W)]를 클릭한 후 [3차원 기하]를 클릭하여 [입체도형] – [다면체] – [각기둥]을 선택한다.



2. 입력 창에 그리려고 하는 각기둥의 밑면을 이루는 변의 수와 길이, 높이를 입력하고 [만들기]를 클릭하면 오른쪽과 같은 입체도형이 화면에 나타난다.



3. 2의 화면에서 [편집]을 클릭하여 [선형 요소]를 선택하면 면의 색과 꼭짓점을 다양하게 꾸밀 수도 있다.



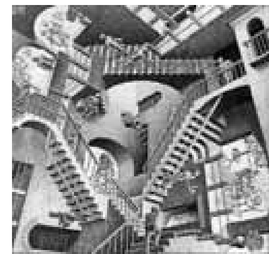
수학산책

판화가 에스허르에 관하여

판화가인 마우리츠 코르넬리스 에스허르(M.C. Escher : 1898~1972)는 건축과 장식 디자인 학교에서 판화 제작의 기술을 배운 후 이탈리아, 스위스, 벨기에 등을 다니며 작품 활동을 했다. 그의 작품의 대부분은 우리에게 친숙한 대상, 일상적으로 마주치는 공간과 매우 근사한 모습의 이미지로 이루어져 있지만 그것들은 보이는 것과는 달리 실제로 존재할 수 없는 세계를 표현하고 있다.

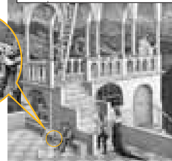
가짜가 진짜보다 더 그럴듯하게 보이게 하는 색다른 세계를 창조해 낸 그의 작품들은 묘하게 착시 현상을 일으킨다. 그곳에서는 반복과 순환, 변형, 무한한 공간 등의 주제가 가상과 현실의 벽을 무너뜨리며 끊임없이 변화한다.

전혀 의도하지 않은 것 같지만 완벽하게 의도된 세계를 수학과 과학 교육을 거의 받지 않은 한 예술가의 작품 속에서 발견한 학자들은 정확하고 분석적인 시각 세계의 접근에 놀라 시각적 인식에 대해 새로운 관심을 갖게 되었다.


상대성(1953)

에스허르는 물리적 대상 사이에서 지켜야 할 공간의 논리가 깨어질 때 일어나는 시각적 착시를 이용하였다. '상대성'(1953) 작품에서 볼 수 있듯이 계단 위에서 사람이 오르내리는 것이 그럴듯해 보이지만 사람들이 가까이 있어도 서로 다른 세계에 존재하기 때문에 만날 수 없다.

이처럼 에스허르는 수학적으로나 물리적으로는 불가능한 세계를 표현하고 있다. 또 '전망대'(1958) 작품 속에 있는 정육면체는 모호하게 그려져 있어 보는 이에게는 자연스러운 입체도형처럼 받아들여지지만 두 모서리가 서로 교차하고 있어 실제로는 불가능한 정육면체이다. 또한 사다리에 있는 사람들은 밖에 있으면서 동시에 안에 있다.

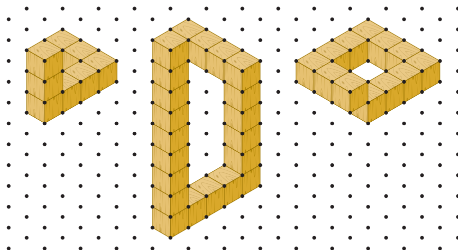

전망대(1958)


뫼비우스의 띠 II(1963)

'뫼비우스의 띠 II'(1963) 작품에서도 에스허르의 탐구는 계속되고 있는데 작품 속에서 띠 위에 있는 개미는 어디가 안이고 어디가 밖인지 모른 채 끊임없이 순환할 수밖에 없다.

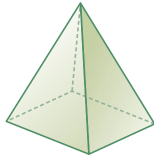
이러한 수학적 문제 제기를 통해 에스허르는 인간의 시지각과 착각, 사람들이 진실이라고 믿는 것에 대해 화두를 던진다.

공간의 입체도형을 평면에 그릴 때 착시 현상을 이용하는 방법이 있다. 같은 간격으로 찍혀 있는 점을 이용하여 입체도형의 위, 오른쪽, 왼쪽 부분이 보여지도록 그린다. 실제로는 불가능하지만 보는 이에게는 가능해 보이는 도형을 디자인할 때 에스허르도 이 방법을 사용했다고 한다. 다음은 이 방법을 사용하여 실제로는 불가능하지만 실제처럼 보이는 도형을 디자인한 그림이다.



선/택/형

1 다음 중 오른쪽 다면체와 면의 개수가 같은 것은? [6점]

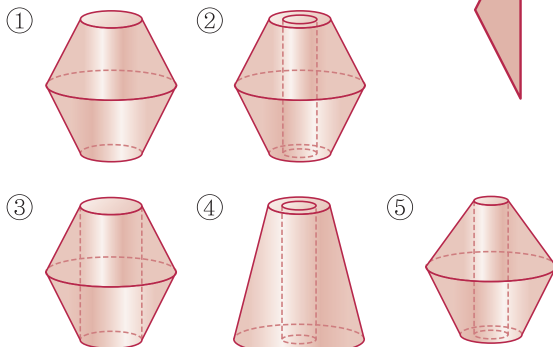


① 삼각뿔 ② 삼각뿔대
③ 오각뿔 ④ 사각기둥
⑤ 사각뿔대

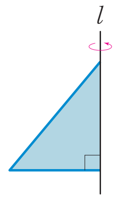
2 다음 중 정다면체에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 찾으면? (정답 2개) [6점]

① 정다면체의 종류는 5가지이다.
② 각 꼭짓점에서 만나는 면의 개수는 같다.
③ 정오각형을 한 면으로 하는 정다면체는 만들 수 없다.
④ 정사면체, 정팔면체, 정십이면체의 각 면의 모양은 같다.
⑤ 한 꼭짓점에서 만나는 면의 개수가 3개인 정다면체의 종류는 4가지이다.

3 오른쪽 그림과 같은 평면도형을 직선 l을 축으로 하여 1회전시켰을 때 생기는 회전체는? [6점]

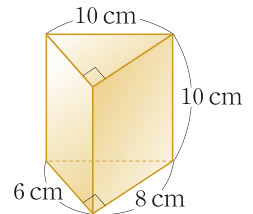


4 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형을 직선 l을 축으로 하여 1회전시켰다. 이때 생기는 회전체를 회전축에 수직인 평면과 회전축을 포함하는 평면으로 각각 자를 때, 그 단면의 모양을 차례로 나열하면? [6점]



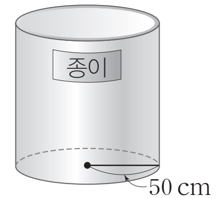
① 원, 이등변삼각형 ② 원, 정삼각형
③ 이등변삼각형, 원 ④ 직사각형, 원
⑤ 정삼각형, 원

5 오른쪽 그림과 같은 삼각기둥의 겉넓이는? [6점]



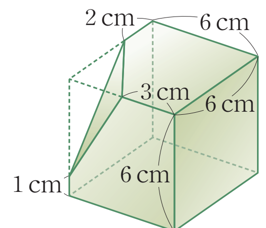
① 72 cm^2 ② 125 cm^2 ③ 180 cm^2
④ 288 cm^2 ⑤ 320 cm^2

6 오른쪽 그림은 소망이네 아파트 정원에 있는 원기둥 모양의 분리수거 통이다. 이 통의 밑면의 반지름의 길이가 50 cm이고 부피가 $200000\pi\text{ cm}^3$일 때, 이 통의 높이는? [7점]



① 50 cm ② 60 cm ③ 70 cm
④ 80 cm ⑤ 100 cm

7 오른쪽 입체도형은 정육면체의 일부를 잘라낸 것이다. 잘린 부분의 부피는? [7점]



① 5 cm^3 ② 10 cm^3
③ 15 cm^3 ④ 20 cm^3
⑤ 25 cm^3

8 다음 중 반지름의 길이가 3 cm인 구의 겉넓이와 부피를 차례로 나열한 것은? [6점]

① $12\pi\ cm^2$, $\frac{32}{3}\pi\ cm^3$

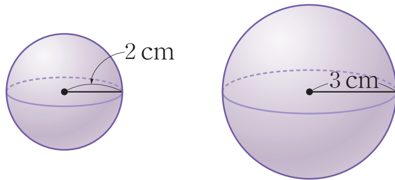
② $12\pi\ cm^2$, $27\pi\ cm^3$

③ $36\pi\ cm^2$, $36\pi\ cm^3$

④ $36\pi\ cm^2$, $45\pi\ cm^3$

⑤ $36\pi\ cm^2$, $\frac{256}{3}\pi\ cm^3$

9 다음 그림과 같이 두 구의 반지름의 길이가 각각 2 cm, 3 cm일 때, 두 구의 겉넓이의 비를 구하면? [7점]



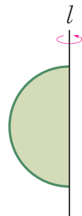
① 1 : 2 ② 2 : 3 ③ 3 : 5
④ 4 : 9 ⑤ 8 : 27

서/답/형

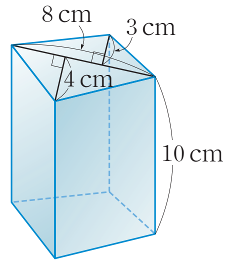
10 다음 조건을 모두 만족시키는 다면체의 이름을 말하여라. [7점]

- 두 밑면이 평행하고 합동이다.
- 옆면이 모두 직사각형이다.
- 구면체이다.

11 오른쪽 그림과 같은 평면도형을 직선 l을 축으로 하여 1회전시켰을 때 생기는 회전체의 이름을 말하여라. [6점]



12 오른쪽 각기둥의 부피를 구하여라. [7점]



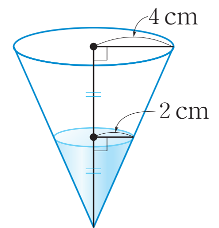
13 윗면의 원의 반지름의 길이가 3 cm, 아랫면의 원의 반지름의 길이가 4 cm, 높이가 5 cm인 원뿔대를 회전축을 포함하는 평면으로 자를 때 생기는 단면의 넓이를 구하여라. [7점]

| 서술형 |

14 반지름의 길이가 2 cm인 구의 겉넓이와 넓이가 같은 원의 반지름의 길이를 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라. [8점]

| 서술형 |

15 오른쪽 그림과 같은 원뿔 모양의 그릇에 그릇의 높이의 $\frac{1}{2}$까지 물이 채워져 있다. 이때 그릇의 부피는 물의 부피의 몇 배인지 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라. [8점]



60점 미만이면 **하 · 수준** 문제를, 60점 이상 80점 미만이면 **중 · 수준** 문제를, 80점 이상이면 **상 · 수준** 문제를 풀어 보세요.

하·수준

1 다음 중 다면체가 아닌 것은?

① 삼각기둥 ② 직육면체 ③ 원기둥
④ 사각뿔대 ⑤ 오각뿔

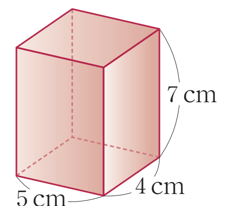
2 다음 정다면체 중 면의 모양이 정오각형인 것은?

① 정사면체 ② 정육면체 ③ 정팔면체
④ 정십이면체 ⑤ 정이십면체

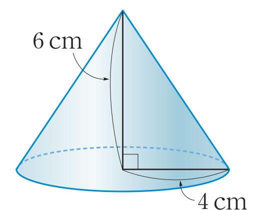
3 다음 중 어떤 방향의 평면으로 잘라도 그 단면의 모양이 항상 원인 회전체는?

① 원뿔대 ② 구 ③ 원뿔
④ 원기둥 ⑤ 반구

4 오른쪽 그림과 같은 사각기둥의 겉넓이를 구하여라.

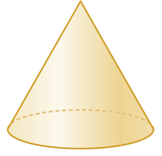


5 오른쪽 그림과 같은 원뿔의 부피를 구하여라.



중·수준

1 오른쪽 그림과 같은 입체도형을 회전축에 수직인 평면으로 자를 때 생기는 단면의 모양은?



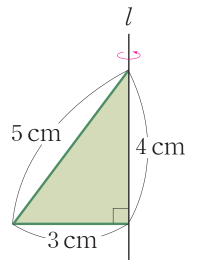
① 이등변삼각형 ② 직사각형 ③ 원
④ 반원 ⑤ 부채꼴

2 다음 입체도형 중 회전체의 개수는?

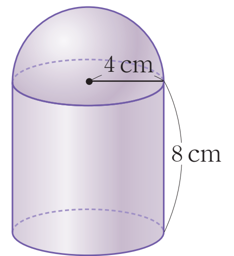
육각기둥, 원뿔, 삼각뿔, 원뿔대, 사각뿔대, 구

① 1개 ② 2개 ③ 3개
④ 4개 ⑤ 5개

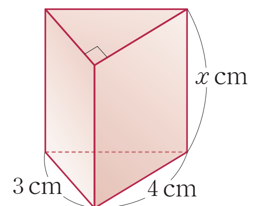
3 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형을 직선 l을 축으로 하여 1회전시켰을 때 생기는 회전체의 전개도에서 부채꼴의 반지름의 길이와 호의 길이를 각각 구하여라.



4 오른쪽 그림과 같은 입체도형의 겉넓이를 구하여라.



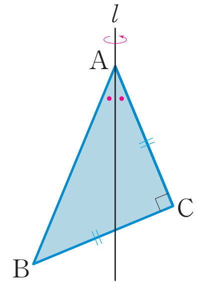
5 오른쪽 삼각기둥의 부피가 36 cm^3일 때, 이 삼각기둥의 높이인 x의 값을 구하여라.



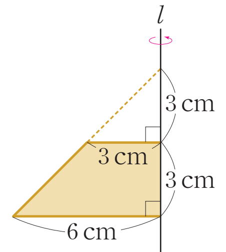
상·수준

1 꼭짓점의 개수가 10개인 각기둥의 면의 개수를 a, 모서리의 개수를 b라 할 때, $a+b$의 값을 구하여라.

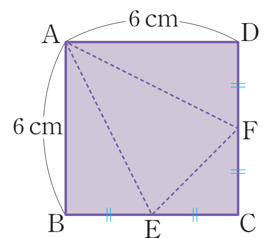
2 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}=\overline{BC}$인 직각삼각형 ABC를 $\angle A$의 이등분선 l을 축으로 하여 1회전시켰을 때 생기는 회전체를 그려라.



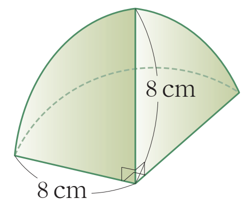
3 오른쪽 그림과 같은 도형을 직선 l을 축으로 하여 1회전시켰을 때 생기는 회전체의 부피를 구하여라.



4 오른쪽 그림과 같이 한 변의 길이가 6 cm인 정사각형 ABCD의 두 변 BC, CD의 중점을 각각 E, F라고 할 때, $\overline{AE}$, $\overline{AF}$, $\overline{EF}$를 접는 선으로 하여 만든 삼각뿔의 부피를 구하여라.



5 오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가 8 cm인 구의 중심을 기준으로 하여 자른 입체도형의 겉넓이와 부피를 각각 구하여라.



1 목표| 다면체의 면의 개수를 구하고, 면의 개수가 같은 다면체를 찾을 수 있게 한다.

풀이| 사각뿔의 면의 개수는 5개이고, 각 다면체의 면의 개수는 다음과 같다.

① 4개 ② 5개 ③ 6개 ④ 6개 ⑤ 6개

답 ②

2 목표| 정다면체의 뜻과 성질을 알게 한다.

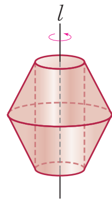
풀이| ③, ④ 정사면체와 정팔면체의 면의 모양은 정삼각형이고, 정십이면체의 면의 모양은 정오각형이다.

⑤ 한 꼭짓점에서 만나는 면의 개수가 3개인 정다면체의 종류는 정사면체, 정육면체, 정십이면체의 3가지이다.

답 ①, ②

3 목표| 주어진 도형을 직선 l을 축으로 하여 1회전시켰을 때 생기는 회전체를 찾을 수 있게 한다.

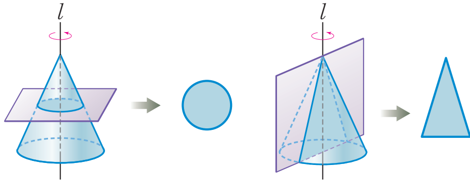
풀이| 오른쪽 그림과 같은 모양의 회전체가 생긴다.



답 ③

4 목표| 회전체를 회전체에 수직인 평면과 회전축을 포함한 평면으로 자른 단면의 모양을 알게 한다.

풀이| 1회전시켰을 때 생기는 회전체는 원뿔이다. 따라서 원뿔을 회전축에 수직인 평면과 회전축을 포함하는 평면으로 자르면 그 단면의 모양은 다음 그림과 같이 각각 원, 이등변삼각형이 된다.



답 ①

5 목표| 삼각기둥의 겉넓이를 구할 수 있게 한다.

풀이| (겉넓이) $=\left(\frac{1}{2}\times 8\times 6\right)\times 2+(6+8+10)\times 10$

$=288(\text{cm}^2)$ 답 ④

6 목표| 원기둥의 부피를 알 때, 높이를 구할 수 있게 한다.

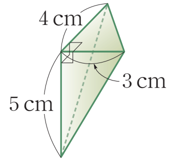
풀이| 통의 높이를 h cm라고 하면

$\pi\times 50^2\times h=200000\pi$, $h=80(\text{cm})$

답 ④

7 목표| 삼각뿔의 부피를 구할 수 있게 한다.

풀이| 잘린 부분의 입체도형은 삼각뿔이므로



(부피) $=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times 4\times 3\right)\times 5$

$=10(\text{cm}^3)$

답 ②

8 목표| 구의 부피와 겉넓이를 구할 수 있게 한다.

풀이| (겉넓이) $=4\pi\times 3^2=36\pi(\text{cm}^2)$

(부피) $=\frac{4}{3}\pi\times 3^3=36\pi(\text{cm}^3)$

답 ③

9 목표| 두 구의 겉넓이의 비를 구할 수 있게 한다.

풀이| $(4\pi\times 2^2):(4\pi\times 3^2)=2^2:3^2=4:9$

답 ④

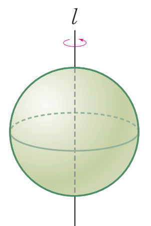
10 목표| 다면체의 뜻을 알고, 주어진 다면체의 이름을 말할 수 있게 한다.

풀이| 두 밑면이 평행하고 합동이며 옆면이 직사각형인 다면체는 각기둥이다. 면의 개수가 9개이므로 구하는 다면체는 칠각기둥이다.

답 칠각기둥

11 목표| 반원을 1회전시켰을 때 생기는 입체도형을 알게 한다.

풀이| 평면도형인 반원을 직선 l을 축으로 하여 1회전시키면 오른쪽 그림과 같이 입체도형인 구를 만들 수 있다.



답 구

12 목표| 각기둥의 부피를 구할 수 있게 한다.

풀이| (한 밑면의 넓이)$=\frac{1}{2}\times8\times4+\frac{1}{2}\times8\times3$

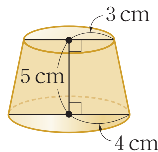
$=16+12=28(\text{cm}^2)$

(부피)$=28\times10=280(\text{cm}^3)$

답 280 cm^3

13 목표| 회전체를 회전축을 포함하는 평면으로 자른 단면의 모양을 알고, 그 넓이를 구할 수 있게 한다.

풀이| 단면의 모양은 오른쪽 그림과 같은 사다리꼴이므로



(넓이)$=\frac{1}{2}\times(6+8)\times5$

$=35(\text{cm}^2)$

답 35 cm^2

14 목표| 구의 겉넓이와 넓이가 같은 원의 반지름의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이| (구의 겉넓이)$=4\pi\times2^2=16\pi(\text{cm}^2)$ …㉠

구의 겉넓이와 넓이가 같은 원의 반지름의 길이를 r cm라고 하면

$\pi r^2=16\pi$ …㉡

$r^2=16=4\times4,\ r=4(\text{cm})$ …㉢

답 4 cm

채점 기준

영역 \ 요소	채점 요소		배점
해결 과정	구의 겉넓이 구하기	㉠	3점
	식 세우기	㉡	3점
답 구하기	반지름의 길이 구하기	㉢	2점

15 목표| 원뿔의 부피를 구할 수 있게 한다.

풀이| 물의 높이를 h cm라고 하면 그릇의 높이는 $2h$ cm가 된다. …㉠

(물의 부피)$=\frac{1}{3}\times\pi\times2^2\times h=\frac{4}{3}\pi h(\text{cm}^3)$ …㉡

(그릇의 부피)$=\frac{1}{3}\times\pi\times4^2\times2h=\frac{32}{3}\pi h(\text{cm}^3)$ …㉢

따라서 그릇의 부피는 물의 부피의 8배이다. …㉣

답 8배

채점 기준

영역 \ 요소	채점 요소		배점
해결 과정	미지수 정하기	㉠	2점
	물의 부피 구하기	㉡	2점
	그릇의 부피 구하기	㉢	2점
답 구하기	부피 비교하기	㉣	2점

하·수준

1 목표| 다면체의 뜻을 알게 한다.

풀이| ③ 원기둥은 회전체이다.

답 ③

2 목표| 정다면체를 이루는 면의 모양을 알게 한다.

풀이| 정다면체 중에서 면의 모양이 정오각형으로 이루어진 것은 정십이면체이다.

답 ④

3 목표| 회전체를 한 평면으로 자른 단면의 모양을 알게 한다.

풀이| 구는 어떤 방향의 평면으로 잘라도 그 단면의 모양이 항상 원이다.

답 ②

4 목표| 사각기둥의 겉넓이를 구할 수 있게 한다.

풀이| (겉넓이)$=(5\times4)\times2+(5+4+5+4)\times7$

$=166(\text{cm}^2)$

답 166 cm^2

5 목표| 원뿔의 부피를 구할 수 있게 한다.

풀이| (부피)$=\frac{1}{3}\times\pi\times4^2\times6=32\pi(\text{cm}^3)$

답 $32\pi\text{ cm}^3$

중·수준

1 목표| 회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자른 단면의 모양을 찾을 수 있게 한다.

풀이| 원뿔을 회전축에 수직인 평면으로 자른 단면의 모양은 원이다.

답 ③

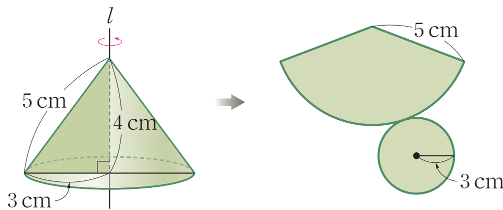
2 목표| 회전체의 뜻을 알게 한다.

풀이| 회전체인 입체도형은 원뿔, 원뿔대, 구이므로 모두 3개이다.

답 ③

3 목표| 원뿔의 전개도를 그릴 수 있고, 부채꼴의 반지름의 길이와 호의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이|



회전체의 전개도에서 부채꼴의 반지름의 길이는 5 cm이고, 호의 길이는 $2\pi\times3=6\pi$(cm)이다.

답 5 cm, 6π cm

4 목표| 구와 원기둥의 겉넓이를 구할 수 있게 한다.

풀이| (겉넓이)

$=\frac{1}{2}\times$(구의 겉넓이)+(원기둥의 옆넓이)

+(원기둥의 한 밑면의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times(4\pi\times4^2)+8\pi\times8+\pi\times4^2$

$=32\pi+64\pi+16\pi=112\pi(\text{cm}^2)$

답 112π cm^2

5 목표| 삼각기둥의 부피를 알 때, 높이를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\left(\frac{1}{2}\times3\times4\right)\times x=36$, $6x=36$

따라서 $x=6$이다.

답 6

상·수준

1 목표| 각기둥의 면의 개수와 모서리의 개수를 구할 수 있게 한다.

풀이| 주어진 각기둥을 n각기둥이라고 하면

$2n=10$, $n=5$

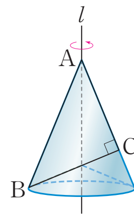
$a=5+2=7$, $b=5\times3=15$

따라서 $a+b=22$이다.

답 22

2 목표| 주어진 평면도형을 1회전시켰을 때 생기는 회전체를 그릴 수 있게 한다.

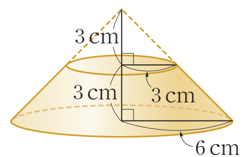
풀이|



답 풀이 참조

3 목표| 회전체의 부피를 구할 수 있게 한다.

풀이| 1회전시켜 생긴 회전체는 오른쪽 그림과 같은 원뿔대이다.



(부피)

$=\frac{1}{3}\times\pi\times6^2\times6-\frac{1}{3}\times\pi\times3^2\times3$

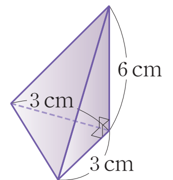
$=72\pi-9\pi=63\pi(\text{cm}^3)$

답 63π cm^3

4 목표| 주어진 전개도로 만들어진 입체도형의 부피를 구할 수 있게 한다.

풀이| (부피)$=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times3\times3\times6$

$=9(\text{cm}^3)$



답 9 cm^3

5 목표| 주어진 입체도형의 겉넓이와 부피를 구할 수 있게 한다.

풀이| (겉넓이)

$=$(구의 겉넓이)$\times\frac{1}{8}+$(부채꼴의 넓이)$\times3$

$=4\pi\times8^2\times\frac{1}{8}+\pi\times8^2\times\frac{90}{360}\times3$

$=32\pi+48\pi=80\pi(\text{cm}^2)$

(부피)$=$(구의 부피)$\times\frac{1}{8}$

$=\frac{4}{3}\pi\times8^3\times\frac{1}{8}=\frac{256}{3}\pi(\text{cm}^3)$

답 80π cm^2, $\frac{256}{3}\pi$ cm^3

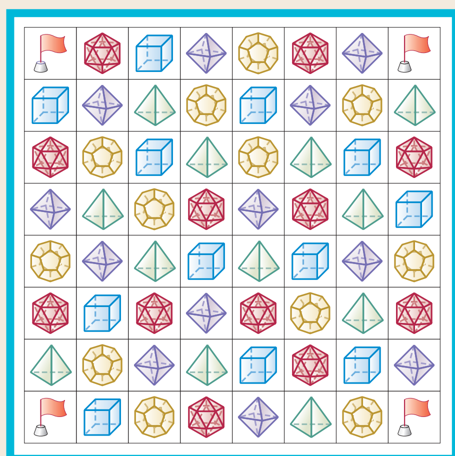
정다면체의 정체를 밝혀라!

정다면체에 대한 설명이 적힌 카드로 다음과 같은 게임을 해 보아라.

준비물

게임 판, 게임 말, 게임 카드 24장

〈게임 판〉



〈게임 카드〉

한 면을 이루는 변의 개수는 3개	한 면을 이루는 변의 개수는 4개	한 면을 이루는 변의 개수는 5개	한 면을 이루는 변의 개수는 3개
한 면을 이루는 변의 개수는 4개	한 면을 이루는 변의 개수는 5개	면의 개수는 4개	면의 개수는 6개
면의 개수는 8개	면의 개수는 12개	면의 개수는 20개	꼭짓점의 개수는 4개
꼭짓점의 개수는 6개	꼭짓점의 개수는 8개	꼭짓점의 개수는 12개	꼭짓점의 개수는 20개
모서리의 개수는 6개	모서리의 개수는 12개	모서리의 개수는 30개	한 꼭짓점에 모인 면의 개수 3개
한 꼭짓점에 모인 면의 개수 4개	한 꼭짓점에 모인 면의 개수 5개	꽝! 다음 기회에...	보너스 아무 쪽으로♬

게임 규칙

① 각자의 말을 게임 판에서 깃발이 있는 모퉁이에 각각 하나씩 놓는다.
② 카드를 잘 섞어 뒤집어 쌓아 둔 다음 차례로 카드를 뒤집는다.
③ 카드에 적힌 설명에 해당하는 정다면체로 말을 옮긴다. 이때 가로, 세로 또는 대각선 방향으로 1칸씩만 옮길 수 있다.
④ 뽑았던 카드는 다시 넣고 섞는다. 이때 해당하는 설명에 맞는 정다면체가 주위에 없으면 다음 차례로 넘어간다.
⑤ 상대방의 말을 잡을 수 있고, 잡힌 말은 처음 시작한 모퉁이에서 다시 시작한다.
⑥ 대각선 방향의 깃발이 있는 칸에 먼저 도착하는 사람이 이긴다.

유의 사항

① 꽝 카드를 뽑으면 이동하지 못하고 다음 차례로 넘어간다.
② 보너스 카드를 뽑으면 아무 쪽으로나 한 칸 이동한다.

완벽(完璧)과 구

원은 평면상의 한 점에서 일정한 거리에 있는 점들의 모임이다. 원은 작도가 간단하고 가장 짧은 길이로 가장 큰 넓이를 만들 수 있다는 특성 때문에, 예로부터 인류는 원을 실생활 여기저기에 사용해 왔다. 원과 마찬가지로 많이 이용하는 구는 원을 회전시켜 얻을 수 있는 입체도형이다. 여기서는 구에 관한 고사성어에 대해 알아보자.

조나라 혜문왕(惠文王)이 초나라의 보배 화씨의 구슬(和氏之璧)을 얻었다. 그러자 진나라 소양왕(昭襄王)이 15개의 성과 맞바꾸자고 요구해 왔다. 그러나 혜문왕은 강대국 진나라의 청을 들어주자니 구슬만 빼앗기고 성은 얻지 못할 것 같고, 들어주지 않자니 그걸 빌미로 진나라 군대가 쳐들어올 것 같아서 고민에 빠졌다. 그때 한 신하가 자기의 식객인 인상여(藺相如)라는 사람을 천거했다. 혜문왕이 인상여를 만나 의견을 묻자 그가 대답했다.

"적당한 사람이 없으면 제가 가겠습니다. 만약 성을 주지 않으면 구슬(璧)을 완전하게(完) 가지고 돌아오겠습니다."

그리하여 인상여는 화씨의 구슬을 가지고 진나라에 가서 소양왕에게 바쳤다. 그러나 소양왕이 성을 줄 생각이 없다는 것을 알자 이렇게 말했다.

"사실인즉 그 구슬에는 흠이 있습니다. 제가 알려 드리지요."

소양왕이 구슬을 건네자 인상여는 재빨리 뒤로 물러나 기둥에다 등을 대고 노한 목소리로 말했다.

"저는 왕께서 성을 떼어 줄 생각이 없음을 알고 구슬을 도로 찾은 것입니다. 그런데도 강제로 뺏으신다면, 저의 머리와 함께 구슬을 기둥에 부딪쳐 부숴 버리겠습니다."

결국 소양왕은 인상여의 기지와 용기에 굴복하여 그를 국빈으로 대우하여 조나라로 돌아가게 했다. 조나라의 혜문왕은 그의 공로를 인정해 그를 상대부로 임명했다.

오늘날에는 완벽을 '완전한 구슬', 즉 흠 하나 없는 완전무결한 구슬로 알고 있지만 원래는 이 글에서 보듯이 '구슬을 완전하게'라는 뜻이다. 다시 말해 구슬을 온전히 보전한다는 의미였다.

구슬은 수학적으로는 공을 말한다. 수학에서 공은 동그란 표면과 그 내부를 모두 포함하는 것이고, 동그란 표면을 구라고 한다. 따라서 구는 공의 한가운데에서 일정한 거리에 있는 점의 모임이다.

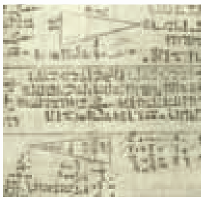
구의 가장 큰 특징은 어떤 평면으로 잘라도 그 단면의 모양은 항상 원이라는 것이다. 특히 중심을 지나는 평면으로 구를 자르면 반지름의 길이가 구의 반지름의 길이와 같은 원이 된다. 또 원을 원의 중심을 지나는 축이나 반원을 축을 중심으로 회전하면 구를 얻을 수 있기 때문에 구와 원은 거의 같은 성질을 지닌다.

우리는 자연계에서 구가 아름답고 안정적인 입체도형이라는 것을 여러 과일을 봐도 쉽게 알 수 있다. 대부분의 과일은 구 모양인데, 그 이유는 구가 표면적은 최소이면서 부피는 최대이므로 과일은 많은 과육을 가지면서 수분의 증발은 최소로 할 수 있기 때문이다.

실생활에서도 구를 이용하는 경우는 많은데, 그중에서 쉽게 볼 수 있는 것은 지구본이다. 우리가 사용하고 있는 지구본은 동그란 구이지만 실제 지구는 히말라야같이 튀어나온 부분도 있고, 바다같이 낮은 부분도 있다. 따라서 지구는 완전한 구라기보다는 여기저기 흠집이 나 있는 구이다.

완벽(完璧) 完(완전할 완), 璧(둥근 옥 벽)

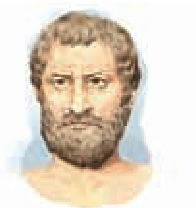
● 수학의 발전



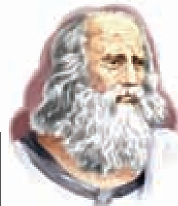
파피루스
이집트의 수학자 아메스(Ahmes)가 쓴 것으로서 현존하는 가장 오래된 수학 책이다. 분수의 계산, 방정식의 해 등을 다루고 있다. 현재 대영 박물관에 소장되어 있다.

−1500년

−1000년



탈레스(Thales)
그리스의 수학자.
두 직선이 만나서 생긴 맞꼭지각의 크기가 같음을 밝혔다.

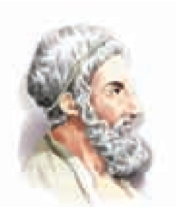


플라톤(Platon)
삼각형이 가장 기본적인 도형임을 밝혔다.

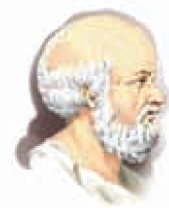
−500년



유클리드(Euclid)
그리스의 수학자.
기하학의 여러 가지 정리를 논리적으로 정리하여 "원론" 13권을 저술하였다.



아르키메데스(Archimedes)
정96각형을 이용하여 π의 값을
$3\frac{10}{71}<\pi<3\frac{1}{7}$
로 계산하였다.



에라토스테네스
(Eratosthenes)
소수(素數)를 찾는 방법을 발견하였다.

기원



알콰리즈미
(Al-Khwarizmi)
'al-jabr(algebra의 어원)' 란 용어를 이항의 뜻으로 사용하였다.



해리엇(Harriot, T.)
부등호 기호 >, <를 사용하였다.



라이프니츠(Leibniz, G. W.)
함수라는 용어를 처음 사용하였다.



디리클레(Dirichlet, P.)
프랑스의 수학자.
함수를 변수의 대응으로 설명하였다.

500년 1000년 1500년 2000년



비에타(Viéta, F.)
문자를 사용한 식을 도입하였다.



데카르트(Descartes, R.)
프랑스의 수학자.
좌표평면 위에서 기하를 생각하는 해석기하학을 확립하였다.



오일러(Euler, L.)
함수 기호 $f(x)$를 사용하였다.



바이어슈트라스
(Weierstrass, K. T. W.)
절댓값 기호 '$|\ \ |$'를 사용하였다.

● 수학 용어

용어	외국어	한자
〈ㄱ〉		
각뿔대	frustum of pyramid	
거듭제곱	power	
결합법칙	associative law	結合法則
계급	class	階級
계급값	class mark	
계급의 크기	class interval	
계수	coefficient	係數
교각	angle of intersection	交角
교선	line of intersection	交線
교점	intersection point	交點
교환법칙	commutative law	交換法則
근	root	根
근의 공식	quadratic formula	
근호	radical sign	根號
기울기	slope	
꼬인 위치	skew position	
꼭짓점	vertex	
〈ㄴ〉		
내각	interior angle	內角
내심	incenter	內心
내접	inscription	內接
내접원	inscribed circle	內接圓
〈ㄷ〉		
다면체	polyhedron	多面體
다항식	polynomial	多項式
단항식	monomial	單項式
닮음	similarity	
닮음비	ratio of similitude	
대각	opposite angle	對角
대변	opposite side	對邊
(도형의) 대응	correspondence	對應
대입	substitution	代入
대푯값	representative value	
도수	frequency	度數
도수분포다각형	frequency distribution polygon	度數分布多角形
도수분포표	frequency table	度數分布表
동류항	similar term	同類項
동위각	corresponding angle	同位角
두 점 사이의 거리	distance between two points	
등식	equality	等式
〈ㅁ〉		
맞꼭지각	vertical angles	

용어	외국어	한자
무게중심	center of gravity	
무리수	irrational number	無理數
무한소수	infinite decimal	無限小數
미지수	unknown	未知數
밑	base	
〈ㅂ〉		
방정식	equation	方程式
변량	variate	變量
변수	variable	變數
부등식	inequality	不等式
부채꼴	sector	
분모의 유리화	rationalization of denominator	
분배법칙	distributive law	分配法則
분산	variance	分散
〈ㅅ〉		
사건	event	事件
사인	sine	
산포도	degree of scattering	散布度
삼각비	trigonometric ratio	三角比
삼각형의 닮음조건	conditions for triangles to be similar	
삼각형의 합동조건	conditions for triangles to be congruent	
상대도수	relative frequency	相對度數
상수항	constant term	常數項
서로소	relatively prime	
소수	prime number	素數
소인수	prime factor	素因數
소인수분해	factorization in prime factors	素因數分解
수선의 발	foot of perpendicular	
수직선	number line	數直線
수직이등분선	perpendicular bisector	垂直二等分線
순서쌍	ordered pair	順序雙
순환마디	repeating block	
순환소수	repeating decimal	循環小數
실수	real number	實數
〈ㅇ〉		
양수	positive number	陽數
양의 유리수	positive rational number	
양의 정수	positive integer	
엇각	alternate angles	
x절편	x-intercept	
x좌표	x-coordinate	
x축	x-axis	
역수	inverse number	逆數

용어	외국어	한자
연립방정식	simultaneous equations	聯立方程式
연립부등식	simultaneous inequalities	聯立不等式
연립일차방정식	simultaneous linear equations	聯立一次方程式
연립일차부등식	simultaneous linear inequalities	聯立一次不等式
y절편	y-intercept	
y좌표	y-coordinate	
y축	y-axis	
완전제곱식	perfect square	
외각	exterior angle	外角
외심	circumcenter	外心
외접	circumscription	外接
외접원	circumscribed circle	外接圓
원뿔대	frustum of cone	
원점	origin	原點
원주각	angle of circumference	圓周角
유리수	rational number	有理數
유한소수	finite decimal	有限小數
음수	negative number	陰數
음의 유리수	negative rational number	
음의 정수	negative integer	
이차방정식	quadratic equation	二次方程式
이차함수	quadratic function	二次函數
이항	transposition	移項
인수	factor	因數
인수분해	factorization	因數分解
일차방정식	linear equation	一次方程式
일차부등식	linear inequality	一次不等式
일차식	linear expression	一次式
일차함수	linear function	一次函數
〈ㅈ〉		
작도	construction	作圖
전개	expansion	展開
절댓값	absolute value	
접선	tangent line	接線
접점	point of contact	接點
접한다	contact	
정다면체	regular polyhedron	正多面體
정수	integer	整數
제1사분면	first quadrant	第一四分面
제2사분면	second quadrant	第二四分面
제3사분면	third quadrant	第三四分面
제4사분면	fourth quadrant	第四四分面
제곱근	square root	

용어	외국어	한자
좌표	coordinates	座標
좌표축	coordinate axis	座標軸
좌표평면	coordinate plane	座標平面
줄기와 잎 그림	stem and leaf diagram	
중근	multiple root	重根
중선	median line	中線
중심각	central angle	中心角
중앙값	median	
중점	midpoint	中點
지수	exponent	指數
직교	orthogonal	直交
직선의 방정식	equation of straight line	
〈ㅊ〉		
차수	degree	次數
최댓값	absolute maximum	
최빈값	mode	
최솟값	absolute minimum	
축	axis	軸
〈ㅋ〉		
코사인	cosine	
〈ㅌ〉		
탄젠트	tangent	
〈ㅍ〉		
편차	deviation	偏差
평각	straight angle	平角
평행이동	translation	平行移動
포물선	parabola	抛物線
표준편차	standard deviation	標準偏差
피타고라스 정리	Pythagorean theorem	
〈ㅎ〉		
할선	secant line	割線
함수	function	函數
함수의 그래프	graph of a function	
함숫값	value of function	
합성수	composite number	合成數
항	term	項
항등식	identity	恒等式
해	solution	解
현	chord	弦
호	arc	弧
확률	probability	確率
활꼴	crescent	
히스토그램	histogram	

● 참고 문헌 및 인용 자료

- 김석철, 세계건축기행, 창작과비평사, 1997, p. 475
- 김용운, 김용국, 한국수학사, 살림MATH, 2009, p. 101, 189, 190
- 김용운 외, 재미있는 수학 여행①, 김영사, 1997, p. 72, 73, 150, 151, 214, 215, 270, 271, 322, 323, 386, 387, 442, 443
- 김우철 외, 현대통계학, 영지문화사, 1993, p. 270, 271
- 김응태, 박승안, 현대대수학, 경문사, 1997, p. 72, 73, 150, 151, 214, 215, 270, 271, 322, 323, 386, 387, 442, 443
- 박교식, 수학기호 다시보기, 수학사랑, 1999, p. 106, 109, 121, 292, 299
- 심우성, 민속문화길잡이, 동문선, 2008, p. 454
- 유희(김혜경, 윤주영 역), 동양 최고의 수학서 구장산술, 서해문집, 1998, p. 190
- 이광연, 멋진 세상을 만든 수학, 문학동네, 2011, p. 419
- 이광연, 수학 블로그, 살림Friends, 2008, p. 186
- 이광연, 수학플러스, 동아시아, 2010, p. 145, 209, 265, 317, 381, 437, 499
- 장혜원, 청소년을 위한 동양 수학사, 두리미디어, 2006, p. 189, 190
- 황윤석(강신원, 장혜원 역), 산학입문(이수신편), 교우사, 2006, p. 189, 190
- 허민, 수학자의 뒷모습I, II, III, IV, 경문사, 2008, p. 84, 224, 231
- Carl B. Boyer, Uta C. Merzbach(양영오, 조윤동 역), 수학의 역사(상, 하), 경문사, 2004, p. 101, 106, 109, 121, 180, 415
- Florian Cajori, A History of Mathematical Notations, Cosimo Classics, 2011, p. 355
- Georges Ifrah, The Universal History of Numbers, John Wiley & Sons, 2000, p. 110, 125
- H. Eves(이우영, 신항균 역), 수학사, 경문사, 2005, p. 72, 73, 102, 150, 151, 214, 215, 236, 270, 271, 322, 323, 386, 387, 442, 443
- H. Eves(허민, 오혜영 역), 수학의 위대한 순간들, 경문사, 1995, p. 72, 73, 150, 151, 214, 215, 270, 271, 322, 323, 386, 387, 442, 443
- Heather Hasan, Archimedes: The Father of Mathematics, The Rosen Publishing Group, 2006, p. 477
- R. V. Hogg, A. T. Craig(이재창, 이용구 역), 수리통계학개론, 경문사, 1999, p. 292, 299
- James S. Tanton, Encyclopedia of Mathematics, Facts on File Science Library, 2005, p. 352
- John H. Conway, Richard K. Guy, The Book of Numbers, Springer–Verlag, 1995, p. 352
- Raymond A. Serway, Jerry S. Faughn, Chris Vuille(일반물리학교재편찬위원회 역), 일반물리학, 북스힐, 2007, p. 172
- 국립중앙박물관(http://www.museum.go.kr), p. 360
- 국제신문(http://www.kookje.co.kr), p. 164
- 데일리안(http://www.dailian.co.kr), p. 225
- 한국일보(http://news.hankooki.com), p. 164
- 한국환경공단(http://www.keco.or.kr), p. 288